QK1
.S66
1920
v.39

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

SHOUT
SHARE
IT

Louvain. — Imprimerie F. Ceuterick
60, rue Vital Decoster, 60

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Nulla unquam inter fidem et rationem
vera dissensio esse potest.
CONST. DE FID. CATH., C. IV.

TRENTE-NEUVIÈME ANNÉE, 1919-1920

LOUVAIN
SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE
(M. F. WILLAERT)
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1920

MISSOURI BOTANICAL
RECEIVED
25 1921

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

STATUTS

Article premier. — Il est constitué à Bruxelles une association qui prend le nom de *Société scientifique de Bruxelles,* avec la devise : « *Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest* » (¹).

Art. 2. — Cette association se propose de favoriser, conformément à l'esprit de sa devise, l'avancement et la diffusion des sciences.

Art. 3. — Elle publiera annuellement le compte rendu de ses réunions, les travaux présentés par ses membres, et des rapports sommaires sur les progrès accomplis dans chaque branche (²).

Elle tâchera de rendre possible la publication d'une revue destinée à la vulgarisation (³).

Art. 4. — Elle se compose d'un nombre illimité de membres, et fait appel à tous ceux qui reconnaissent l'importance d'une culture scientifique sérieuse pour le bien de la société.

(¹) Conc. Vatic. Const. de Fid. cath., c. IV.

(²) Dans sa séance du 18 février 1907, le Conseil a décidé de ne plus publier des travaux trop étendus qui sont plutôt des livres que des mémoires.

(³) Depuis le mois de janvier 1877, cette revue paraît, par livraisons trimestrielles, sous le titre de Revue des Questions scientifiques. Elle forme, chaque année, deux volumes in-8° de 700 pages.

Art. 5. — Elle est dirigée par un Conseil de vingt membres renouvelable annuellement par quart à la session de Pâques. Le Conseil choisit, dans son sein, le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire, le Trésorier. Toutefois, il peut choisir, en dehors du Conseil, le Président ou le premier Vice-Président. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles (¹). En cas de décès ou de démission d'un membre du Bureau ou du Conseil, le Conseil peut lui donner un successeur pour achever son mandat (²).

Art. 6. — Pour être admis dans l'Association, il faut être présenté par deux membres. La demande, signée par ceux-ci, est adressée au Président, qui la soumet au Conseil. L'admission n'est prononcée qu'à la majorité des deux tiers des voix.

L'exclusion d'un membre ne pourra être prononcée que pour des motifs graves et à la majorité des deux tiers des membres du Conseil.

Art. 7. — Les membres qui souscrivent, à une époque quelconque, une ou plusieurs parts du capital social, sont *membres fondateurs*. Ces parts sont de 500 francs. Les *membres ordinaires* versent une cotisation annuelle de 15 francs, qui peut toujours être rachetée par une somme de 150 francs, versée une fois pour toutes.

Le Conseil peut nommer des *membres honoraires* parmi les savants étrangers à la Belgique.

Les noms des membres fondateurs figurent en tête des listes par ordre d'inscription, et ces membres reçoivent autant d'exemplaires des publications annuelles qu'ils ont souscrit de parts du capital social. Les membres ordinaires et les membres honoraires reçoivent un exemplaire de ces publications.

Tous les membres ont le même droit de vote dans les assemblées générales.

(¹) Ancien art. 5. — Elle est dirigée par un Conseil de vingt membres, élus annuellement dans son sein. Le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire et le Trésorier font partie de ce Conseil. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles. (Cf. Annales de la Société scientifique, 1901, t. XXV, 1re partie, p. 235.)

(²) D'après une décision du Conseil du 27 novembre 1907, les membres du Conseil, sortants ou démissionnaires, en restent membres honoraires avec voix consultative, s'ils le désirent.

Art. 8. — Chaque année, il y a trois sessions. La principale se tiendra dans la quinzaine qui suit la fête de Pâques, et pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels (¹).

Les deux autres sessions se tiendront en octobre et en janvier. Elles pourront durer deux jours, et auront pour objet principal de préparer la session de Pâques.

Art. 9. — Lorsqu'une résolution, prise par l'Assemblée générale, n'aura pas été délibérée en présence du tiers des membres de la Société, le Conseil aura la faculté d'ajourner la décision jusqu'à la prochaine session de Pâques. La décision sera alors définitive, quel que soit le nombre des membres présents.

Art. 10. — La Société ne permettra jamais qu'il se produise dans son sein aucune attaque, même courtoise, à la religion catholique ou à la philosophie spiritualiste et religieuse.

Art. 11. — Dans les sessions, la Société se répartit en six sections : I. *Sciences mathématiques*. II. *Sciences physiques*. III. *Sciences naturelles*. IV. *Sciences médicales*. V. *Sciences économiques*. VI. *Sciences techniques* (²).

Tout membre de l'Association choisit chaque année la section à laquelle il désire appartenir. Il a le droit de prendre part aux travaux des autres sections avec voix consultative.

Chaque section peut avoir des réunions extraordinaires, en dehors des sessions, pourvu que les travaux scientifiques auxquels ces réunions donnent lieu soient soumis à la section, pendant les sessions ordinaires de la Société (³).

(¹) Ancien art. 8. — Chaque année, la Société tient quatre sessions. La principale, en octobre, pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels et l'on y nomme le Bureau et le Conseil pour l'année suivante. Les trois autres sessions, en janvier, avril et juillet, pourront durer trois jours, et auront pour objet principal de préparer la session d'octobre. (Cf. Annales, 1878, t. II, 1re partie, p. 169; 1909, t. XXV, 1re partie, p. 235.)

(²) Sur la création de la section des *sciences techniques*, détachée de la section des sciences mathématiques, voir les Annales, t. XXX (1906), 1re partie, pp. 79, 117, 265, et t. XXX (1907), 1re partie, p. 307.

(³) Ce dernier paragraphe, voté par le Conseil général le 25 février 1902, a été soumis à l'Assemblée générale et approuvé le 10 avril 1902. (Cf. Annales, t. XXVI, 1902, 1re partie, p. 198.)

Art. 12. — La session comprend des séances générales et des séances de section.

Art. 13. — Le Conseil représente l'Association. Il a tout pouvoir pour gérer et administrer les affaires sociales. Il place en rentes sur l'État ou en valeurs garanties par l'État les fonds qui constituent le capital social.

Il fait tous les règlements d'ordre intérieur que peut nécessiter l'exécution des statuts, sauf le droit de contrôle de l'Assemblée générale.

Il délibère, sauf les cas prévus à l'article 6, à la majorité des membres présents. Néanmoins, aucune résolution ne sera valable qu'autant qu'elle aura été délibérée en présence du tiers au moins des membres du Conseil dûment convoqué (1).

Art. 14. — Tous les actes, reçus et décharges sont signés par le Trésorier et un membre du Conseil, délégué à cet effet.

Art. 15. — Le Conseil dresse annuellement le budget des dépenses de l'Association et présente dans la session de Pâques le compte détaillé des recettes et dépenses de l'exercice écoulé. L'approbation de ces comptes, après examen de l'Assemblée, lui donne décharge.

Art. 16. — Les statuts ne pourront être modifiés que sur la proposition du Conseil, à la majorité des deux tiers des membres et dans l'Assemblée générale de la session de Pâques.

Les modifications ne pourront être soumises au vote qu'après avoir été proposées dans une des sessions précédentes. Elles devront figurer à l'ordre du jour dans les convocations adressées à tous les membres de la Société.

Art. 17. — La devise et l'article 10 ne pourront jamais être modifiés.

En cas de dissolution, l'Assemblée générale, convoquée extraordinairement, statuera sur la destination des biens appartenant à l'Association. Cette destination devra être conforme au but indiqué dans l'article 2.

---

(1) Peuvent assister aux séances du Conseil, avec voix consultative : 1° les Présidents, et, en cas d'empêchement des Présidents, les Secrétaires des sections ; 2° les membres du Conseil, sortants ou démissionnaires, qui en sont restés membres honoraires.

RÈGLEMENT

ARRÊTÉ PAR LE CONSEIL POUR L'ENCOURAGEMENT DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES

1. — Le Conseil de la *Société scientifique de Bruxelles* a résolu d'instituer des concours et d'accorder des subsides pour encourager les recherches scientifiques.

2. — Le Conseil peut, sur la proposition de la section compétente, accorder des encouragements pécuniaires ou des médailles aux auteurs des meilleurs travaux présentés par les membres de cette section. L'ensemble de ces récompenses ne peut dépasser annuellement 1000 francs.

3. — A la session de Pâques, chaque section désignera une ou plusieurs questions à mettre au concours. Toute question, pour être posée, devra être approuvée par le Conseil qui donnera aux questions la publicité convenable (¹).

4. — Les questions auxquelles il n'aura pas été répondu d'une manière satisfaisante resteront au concours. Le Conseil pourra cependant inviter les sections compétentes à les remplacer par d'autres.

5. — Aucun prix ne pourra être inférieur à 500 francs. Une médaille sera en outre remise à l'auteur du mémoire couronné.

6. — Ces concours ne seront ouverts qu'aux membres de la Société.

7. — Ne sont admis que les ouvrages et les planches manuscrits.

8. — Le choix de la langue dans laquelle seront rédigés les mémoires est libre. Ils seront, s'il y a lieu, traduits aux frais de la Société : la publication n'aura lieu qu'en français.

9. — Les auteurs ne mettront pas leur nom à ces mémoires, mais seulement une devise qu'ils répéteront dans un billet cacheté renfermant leur nom et leur adresse.

(¹) Rédaction arrêtée par le Conseil, en sa séance du 12 mai 1910.

10. — Les jurys des concours seront composés de trois membres présentés par la section compétente et nommés par le Conseil.

11. — Les prix sont décernés par le Conseil sur le rapport des jurys.

12. — Toute décision du Conseil ou des sections relative aux prix sera prise au scrutin secret et à la majorité absolue des suffrages.

13. — La Société n'a obligation de publier aucun travail couronné ; les manuscrits de tous les travaux présentés au concours restent la propriété de la Société. En cas de publication, cent exemplaires seront remis gratuitement aux auteurs.

14. — Les résultats des concours seront proclamés et les médailles remises dans l'une des assemblées générales de la session de Pâques. Les rapports des jurys devront être remis à la section compétente, au plus tard à la session de janvier, autant que possible, et transmis au Conseil, avec l'avis de la section, au 1^er^ février. Le 1^er^ octobre de l'année qui suit celle où a été proposée la question, est la date de rigueur pour l'envoi des mémoires au secrétariat (1).

15. — Pour être admis à demander un subside, il faut être membre de la Société depuis un an au moins.

16. — Le membre qui demandera un subside devra faire connaître par écrit le but précis de ses travaux, au moins d'une manière générale ; il sera tenu, dans les six mois de l'allocation du subside, de présenter au Conseil un rapport écrit sur les résultats de ses recherches quel qu'en ait été le succès.

17. — Le Conseil, après avoir pris connaissance des diverses demandes de subsides, à l'effet d'en apprécier l'importance relative, statuera au scrutin secret.

18. — Les résultats des recherches favorisées par les subsides de la Société devront lui être présentés, pour être publiés dans ses ANNALES s'il y a lieu.

---

(1) Rédaction arrêtée par le Conseil, en sa séance du 24 novembre 1910.

LETTRES
DE
S. S. LE PAPE LÉON XIII
AU PRÉSIDENT ET AUX MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

I

Dilectis Filiis Praesidi ac Membris Societatis scientificae Bruxellis constitutae

LEO PP. XIII

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM

Gratae Nobis advenerunt litterae vestrae una cum Annalibus et Quaestionibus a vobis editis, quas in obsequentissimum erga Nos et Apostolicam Sedem pietatis testimonium obtulistis. Libenter sane agnovimus Societatem vestram quae a scientiis sibi nomen fecit, et quae tribus tantum abhinc annis laetis auspiciis ac Iesu Christi Vicarii benedictione Bruxellis constituta est, magnum iam incrementum cepisse, et uberes fructus polliceri. Profecto cum infensissimi religionis ac veritatis hostes nunquam desistant, imo magis magisque studeant dissidium rationem inter ac fidem propugnare, opportunum est ut praestantes scientia ac pietate viri ubique exsurgant, qui, Ecclesiae doctrinis ac documentis ex animo obsequentes, in id contendant, ut demonstrent *nullam unquam inter fidem et rationem verum dissensionem esse posse*; quemadmodum Sacrosancta Vaticana Synodus, constantem Ecclesiae et Sanctorum Patrum doctrinam affirmans, declaravit Constitutione IV^a de fide catholica. Quapropter gratulamur quod Societas vestra hunc primo finem sibi proposuerit, itemque in statutis legem dederit, ne quid a sociis contra sanam christianae philosophiae doctrinam committatur; simulque omnes hortamur ut nunquam de egregio eiusmodi laudis tramite deflectant, atque ut toto animi nisu praestitum Societatis finem praeclaris exemplis ac scriptis editis continuo assequi adnitantur. Deum autem Optimum Maximum precamur, ut vos omnes coelestibus praesidiis confirmet ac muniat; quorum auspicem et Nostrae in vos benevolentiae pignus, Apostolicam benedictionem vobis, dilecti filii, et Societati vestrae ex animo impertimus.

Datum Romae, apud S. Petrum, die 15 Januarii 1879, Pontificatus Nostri Anno Primo.

LEO PP. XIII.

A nos chers Fils le Président et les Membres de la Société scientifique de Bruxelles

LÉON XIII, PAPE

CHERS FILS, SALUT ET BÉNÉDICTION APOSTOLIQUE

Votre lettre Nous a été agréable, ainsi que les Annales et les Questions publiées par vous et offertes en témoignage de votre piété respectueuse envers Nous et le Siège Apostolique. Nous avons vu réellement avec plaisir que votre Société, qui a adopté le nom de Société scientifique, et s'est constituée à Bruxelles, depuis trois ans seulement, sous d'heureux auspices avec la bénédiction du Vicaire de Jésus-Christ, a déjà pris un grand développement et promet des fruits abondants. Certes, puisque les ennemis acharnés de la religion et de la vérité ne se lassent point et s'obstinent même de plus en plus à proclamer l'opposition entre la raison et la foi, il est opportun que partout surgissent des hommes distingués par la science et la piété, qui, attachés de cœur aux doctrines et aux enseignements de l'Église, s'appliquent à démontrer qu'*il ne peut jamais exister de désaccord réel entre la foi et la raison,* comme l'a déclaré, dans la Constitution IV *de fide catholica,* le Saint Concile du Vatican, affirmant la doctrine constante de l'Église et des Saints Pères. C'est

pourquoi Nous félicitons votre Société de ce qu'elle s'est d'abord proposé cette fin, et aussi de ce qu'elle a mis dans ses statuts un article défendant à ses membres toute attaque aux saines doctrines de la philosophie chrétienne ; et en même temps Nous les exhortons tous à ne jamais s'écarter de la voie excellente qui leur vaut un tel éloge, et à poursuivre continuellement, de tout l'effort de leur esprit, l'objet assigné à la Société, par d'éclatants exemples et par leurs publications. Nous prions Dieu très bon et très grand, qu'Il vous soutienne tous et vous fortifie du céleste secours ; en présage duquel, et comme gage de Notre bienveillance envers vous, Nous accordons du fond du cœur à vous, chers fils, et à votre Société la bénédiction Apostolique.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 15 janvier 1879, l'An Un de Notre Pontificat.

Léon XIII, Pape.

II

Dilectis Filiis, Sodalibus Consociationis Bruxellensis a scientiis provehendis, Bruxellis

LEO PP. XIII

Dilecti Filii, salutem et Apostolicam benedictionem

Quod, pontificatu Nostro ineunte, de Sodalitate vestra fuimus ominati, id elapso iam ab institutione eius anno quinto et vicesimo, feliciter impletum vestris ex litteris perspicimus. In provehendis enim scientiarum studiis, sive eruditorum coetus habendo, sive Annalium volumina edendo, nunquam a proposito descivistis, quod coeptum fuerat ab initio, ostendendi videlicet *nullam inter fidem et rationem dissensionem veram esse posse*. Benevolentiam Nostram ob vestras industrias testamur ; simulque hortamur, ut coeptis insistatis alacres, utpote temporum necessitati opportunis admodum. Naturae enim cognitio, si recto quidem et vacuo praeiudiciis animo perquiratur, ad divinarum rerum notitiam conferat necesse est, divinaeque revelationi fidem adstruat. Hoc ut vobis, vestraque opera, quam multis accidat, Apostolicam benedictionem, munerum coelestium auspicem, Sodalitati vestrae amantissime impertimus.

Datum Romae, apud S. Petrum, die 20 Martii Anno 1901, Pontificatus Nostri Vicesimo Quarto.

Leo PP. XIII.

A nos chers Fils, les Membres de la Société scientifique de Bruxelles à Bruxelles

LÉON XIII, PAPE

Chers Fils, salut et bénédiction Apostolique

Ce qu'au début de Notre pontificat, Nous avions présagé de votre Société, aujourd'hui, vingt-cinq ans après sa fondation, vos lettres Nous en apprennent l'heureux accomplissement. En travaillant au progrès des études scientifiques, soit par vos réunions savantes, soit par la publication de vos Annales, vous ne vous êtes jamais départis de votre dessein initial, celui de montrer que *entre la foi et la raison aucun vrai désaccord ne peut exister*. Nous vous exprimons Notre bienveillance pour vos efforts, et Nous vous exhortons en même temps à poursuivre avec ardeur votre entreprise si bien en rapport avec les nécessités actuelles. Car l'étude de l'Univers, si elle est menée avec droiture et sans préjugé, doit aider à la connaissance des choses de Dieu, et établir la foi à la révélation divine. Pour que ce bonheur vous advienne et par vous à beaucoup d'autres, Nous accordons avec la plus vive sympathie à votre Société, la bénédiction Apostolique, gage des faveurs célestes.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 20 mars 1901, l'An vingt-quatrième de Notre Pontificat.

Léon XIII, Pape.

LETTRE

DE

S. É. LE CARD. R. MERRY DEL VAL

Secrétaire d'État de

S. S. LE PAPE PIE X

AU PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES
EN RÉPONSE A L'ADRESSE AU SAINT-PÈRE

Illmo Signore

Trasmesso da Mons. Nunzio di Bruxelles, è pervenuto al Santo Padre il nobile indirizzo della Società scientifica, di cui la S. V. Illma è degno Presidente. Per incarico quindi dell' Augusto Pontefice mi è grato significarle che Sua Santità si è vivamente compiaciuta dell'omaggio reso alla Sua Venerata Persona da cotesto illustre sodalizio, il quale stimò suo precipuo dovere di umiliare ossequio ed osservanza al Vicario di Cristo fin dalla prima assemblea tenuta sotto il novello Pontificato. La Santità Sua, bene apprezzando siffatto officio, e rilevando d'altra parte con alta soddisfazione il rettissimo ed onorevole programma della sullodata Società, la cui divisa è ispirata ai principii sanciti anche nel Concilio Vaticano, ha tributato assai volontieri un particolare encomio a Lei ed a tutti socii, e mentre ha espressi i più caldi ringraziamenti per un atto cosi cortese, non ha indugiato a dichiarare che integra ed anzi di gran lunga accresciuta perdura nell' animo Suo la benevolenza, onde il detto Sodalizio fu onorato da Pio IX e da Leone XIII, di sa. me. Il Santo Padre confida inoltre, che i singoli socii, del cui sapere ama nutrire la stima più lusinghiera, si studieranno incessantemente di meritare sempre meglio della Religione e delle scienze, e mentre ha invocati su di loro gli aiuti celesti, li ha di gran cuore benedetti.

Colgo poi con piacere l'opportunità per dichiararmi con sensi di distinta stima,

Di V. S. Illma

Affmo per servirla
R. Card. Merry del Val.

Roma, 5 maggio 1904.

ILLUSTRISSIME SEIGNEUR

La noble adresse de la Société scientifique, dont Votre Seigneurie illustrissime est le digne Président, est parvenue au Saint-Père par l'entremise de Mgr le Nonce de Bruxelles. Il m'est agréable de vous faire savoir, au nom de l'Auguste Pontife, que Sa Sainteté a reçu avec grande joie l'hommage rendu à Sa Personne Vénérée par cette illustre association qui s'est fait un impérieux devoir de témoigner son humble et respectueuse soumission au Vicaire du Christ dès sa première assemblée tenue sous le nouveau Pontificat. Sa Sainteté, appréciant justement cet hommage et considérant d'autre part avec une vive satisfaction le programme, si sage et si honorable, de votre Société, dont la devise s'inspire des principes mêmes sanctionnés par le Concile du Vatican, vous a très volontiers accordé, à vous et à tous les membres, un éloge spécial ; et en même temps qu'Elle exprimait ses remerciements les plus chaleureux pour votre aimable attention, Elle n'a pas hésité à déclarer que la bienveillance dont votre Société a été honorée par Pie IX et Léon XIII, de sainte mémoire, demeure entière et qu'elle s'est même beaucoup accrue dans son cœur. Le Saint-Père a l'espoir fondé que tous les membres, pour le savoir desquels Il aime à nourrir l'estime la plus flatteuse, s'efforceront sans trêve de mériter toujours davantage de la religion et des sciences, et tandis qu'Il invoquait pour eux les secours célestes, Il les a bénis de grand cœur.

Je saisis avec plaisir cette occasion de me déclarer, avec des sentiments de considération distinguée,

De Votre Seigneurie illustrissime

le très affectionné serviteur
R. Card. MERRY DEL VAL.

Rome, le 5 mai 1904.

LISTES

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

ANNÉE 1920

Liste des membres fondateurs

S. É. le cardinal Dechamps (1), archevêque de	Malines.
François de Cannart d'Hamale (1)	Malines.
Charles Dessain	Malines.
Jules van Havre (1)	Anvers.
Le chanoine Maes (1)	Bruges.
Le chanoine De Leyn (1)	Bruges.
Leirens-Eliaert (1)	Alost.
Frank Gillis (1)	Bruxelles.
Joseph Saey	Bruxelles.
Le Ch^{er} de Schoutheete de Tervarent (1)	Saint-Nicolas.
Le Collège Saint-Michel	Bruxelles.
Le Collège Notre-Dame de la Paix	Namur.
Le Duc d'Ursel, sénateur (1)	Bruxelles.
Le P^{ce} Gustave de Croy (1)	Le Rœulx (Hainaut).
Le C^{te} de T' Serclaes (1)	Gand.
Auguste Dumont de Chassart (1)	Mellet (Hainaut).
Charles Hermite (1), membre de l'Institut	Paris.
L'École libre de l'Immaculée-Conception	Vaugirard (Paris).
L'École libre Sainte-Geneviève	Paris.
Le Collège Saint-Servais	Liége.
Le C^{te} de Bergeyck (1)	Beveren-Waes.
L'Institut Saint-Ignace	Anvers.
Philippe Gilbert (1), correspond^{t} de l'Instit.	Louvain.
Le R. P. Provincial de la Compagnie de Jésus en Belgique	Bruxelles.
Le Collège Saint-Jean Berchmans	Louvain.
Le Collège Saint-Joseph	Alost.

---

(1) Décédé.

Le chanoine de Wouters (1)	Braine-le-Comte.
Antoine d'Abbadie (1), membre de l'Institut	Paris.
S. É. le cardinal Haynald (1), archevêque de Kalocsa et Bàcs	Kalocsa (Hongrie).
S. É. le cardinal Séraphin Vannutelli	Rome.
S. G. Mgr Du Roussaux (1), évêque de	Tournai.
S. É. le cardinal Goossens (1), archevêque de	Malines.
R. Bedel	Marseille.
S. G. Mgr Belin (1), évêque de	Namur.
Eugène Pécher (1)	Bruxelles.
S. É. le cardinal Ferrata	Rome.
S. É. le cardinal Nava di Bontife	Catane.
S. É. le cardinal Rinaldini	Rome.
S. É. le cardinal Granito di Belmonte	Rome.
Éd. Goedseels	Uccle.

Liste des membres honoraires

S. A. R. Charles-Théodore (1), duc en Bavière	Possenhofen.
Antoine d'Abbadie (1), membre de l'Institut	Paris.
E. H. Amagat (1), membre de l'Institut	Saint-Satur (France).
Mgr Baunard, recteur honoraire de l'Université catholique	Lille.
Joachim Barrande (1)	Prague.
Barrois, membre de l'Institut	Lille.
A. Béchamp (1)	Paris.
Aug. Béchaux, correspondant de l'Institut	Paris.
Le Prince Boncompagni (1), de l'Académie des Nuovi Lincei	Rome.
J. Boussinesq, membre de l'Institut	Paris.
É. Branly, membre de l'Institut	Paris.
L. de Bussy (1), membre de l'Institut	Paris.
L. de Launay, membre de l'Institut	Paris.
Dr H. Desplats (1)	Lille.

---

(1) Décédé.

P. Duhem (1), membre de l'Institut . . .	Bordeaux.
J.-H. Fabre (1), correspondant de l'Institut.	Sérignan (France).
Dr Fiessinger, correspondant de l'Académie de Médecine	Paris.
Le docteur Foerster (1).	Aix-la-Chapelle.
J. Gosselet (1), membre de l'Institut . .	Lille.
C. Grand'Eury, correspondant de l'Institut.	Malzéville (France).
J. N. Haton de la Goupillière, membre de l'Institut	Paris.
P. Hautefeuille (1), membre de l'Institut .	Paris.
Dr Heis (1)	Münster.
Charles Hermite (1), membre de l'Institut .	Paris.
G. Humbert, membre de l'Institut . . .	Paris.
Le vice-amiral de Jonquières (1), membre de l'Institut	Paris.
Camille Jordan, membre de l'Institut . .	Paris.
A. de Lapparent (1), secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences	Paris.
H. Le Chatelier, membre de l'Institut . .	Paris.
G. Lemoine, membre de l'Institut. . . .	Paris.
F. Le Play (1), membre de l'Institut . . .	Paris.
Dr W. Lossen (1)	Heidelberg.
Le général J. Newton (1)	New-York.
D.-P. Œhlert, correspondant de l'Institut .	Laval (France).
Louis Pasteur (1), membre de l'Institut. .	Paris.
R. P. Perry, S. J. (1), de la Société Royale de Londres	Stonyhurst.
É. Picard, membre de l'Institut	Paris.
Victor Puiseux (1), membre de l'Institut. .	Paris.
P. Puiseux, membre de l'Institut	Paris.
A. Barré de Saint-Venant (1), membre de l'Institut	Paris.
Paul Sabatier, membre de l'Institut. . .	Toulouse.
R. P. A. Secchi, S. J. (1), de l'Académie des Nuovi Lincei.	Rome.
Cte de Sparre, correspondant de l'Institut .	Lyon.
Paul Tannery (1)	Pantin (France).

---

(1) Décédé.

Pierre Termier, membre de l'Institut . .	Paris.
R. P. A. Verschaffel, correspondant de l'Institut	Hendaye (France).
R. P. E. Wasmann, S. J.	Valkenburg (Pays-Bas).
Aimé Witz, correspondant de l'Institut . .	Lille.
Wolf (1), membre de l'Institut	Braine (France).
R. Zeiller (1), membre de l'Institut . . .	Paris.

Liste générale des membres de la Société Scientifique de Bruxelles (1920)

Abaurrea (Luis), Molviedro, 6. — Séville (Espagne).

Adan de Yarza (Ramon), ingénieur des Mines, Velasquez, 11. — Madrid.

d'Adhémar (Vte Robert), professeur aux Facultés catholiques, 14, place de Genevières. — Lille (Nord — France).

Agniel (G.), ingénieur à la Cie des Mines de Vicoigne et de Nœux. — Verquin (Pas-de-Calais — France).

Alliaume (Maurice), professeur à l'Université, 140, rue de Bruxelles. — Louvain.

André (J.-B.), inspecteur général au Ministère de l'Agriculture, 127, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Annycke (Abbé Th.), maître de conférences à la Faculté libre des Sciences, 6, rue Auber. — Lille (Nord — France).

Arduin (Abbé Alexis), à N.-D. d'Aiguebelle, par Grignan (Drôme — France).

Ariès (Colonel), correspondant de l'Institut, 9, boulevard du Roi. — Versailles (Seine-et-Oise — France).

Baivy (Dr Zénon), rue Louise. — Namur.

Barrois, membre de l'Institut, 41, rue Pascal. — Lille (Nord — France).

Baseil (Abbé), professeur au Séminaire. — Floreffe.

Bastin (F.), 104, chaussée de Malines. — Anvers.

---

(1) Décédé.

Baunard (Mgr), recteur honoraire de l'Université catholique, 60, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

Beaujean (Charles), 89, rue Froissard. — Bruxelles.

Béchaux (Aug.), correspondant de l'Institut, 56, rue d'Assas. — Paris.

Béco (Dr Lucien), professeur de clinique médicale à l'Université, correspondant de l'Académie royale de médecine, 55, rue Louvrex. — Liége.

Bellette (Paul), conservateur du musée de Douai. — Douai.

Belpaire (Abbé Jules), aumônier militaire, 192, rue de la loi. — Bruxelles.

Berleur (Adolphe), ingénieur, 17, rue Saint-Laurent. — Liége.

Berlingin (Melchior), ingénieur-directeur des Établissements de la Société de la Vieille-Montagne. — Viviez (Aveyron — France).

Bertrand (Abbé), professeur à la nouvelle École Ste-Geneviève, 2, rue de la Vieille Église. — Versailles.

Besson (Dr A.), professeur suppléant à la Faculté libre de médecine, 17, square Rameau. — Lille (Nord — France).

de Béthune (Bon Gaston), officier d'artillerie, répétiteur à l'École militaire, 151, chaussée de Haecht. — Bruxelles.

Bibot (Dr), 55, rue Namèche. — Namur.

de Bien (Ferdinand), 220, rue du Trône. — Bruxelles.

Biot (Auguste), docteur en sciences physiques et mathématiques, assistant à l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles).

Blondel (Alfred), ingénieur, 1, place du Parc. — Tournai.

Blondel (G.), professeur à l'École des Hautes-Études commerciales, 31, rue de Bellechasse. — Paris.

de la Boëssière-Thiennes (Mis), 19, rue aux Laines. — Bruxelles ; ou, château de Lombise, par Lens (Hainaut).

Boine (Dr J.), 134, avenue des Alliés. — Louvain.

Bolsius (R. P. Henri) S. J., 18a, Kerkstraat. — Oudenbosch (Pays-Bas).

Bosmans (R. P. Henri) S. J., 22, Boulevard St-Michel. — Bruxelles.

Bouckaert, 131, boulevard Lambermont. — Bruxelles.

Boule (Abbé L.), professeur aux Facultés catholiques, 6, rue de la Dalbade. — Toulouse, (Haute-Garonne. — France).

Boussinesq (J.), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université, 22, rue Berthollet. — Paris.

du Boys (Paul), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées. — La Combe de Lancey, par Villard-Bonnot (Isère — France).

Branly (Édouard), membre de l'Institut, professeur à l'Institut catholique, 31, avenue de Tourville. — Paris.

Braun (Alexandre), sénateur, 102, rue du Prince Royal. — Bruxelles.

Brifaut (Valentin), membre de la Chambre des Représentants, 131, rue de Stassart. — Bruxelles.

de Broqueville (B^{on} Charles), ministre de l'Intérieur. — Bruxelles.

van der Bruggen (B^{on} Maurice), ancien ministre de l'Agriculture, 18, rue du Gouvernement. — Gand.

Brunhes (Jean), professeur au Collège de France, 1, Grand' Rue. — Bellevue (Seine-et-Oise. — France).

Bruylants (G.), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 32, rue des Récollets. — Louvain.

Bruylants (P.), chargé de cours à l'Université, 39, boulevard de Tirlemont. — Louvain.

Cabeau (Abbé Charles), professeur au Collège St-Joseph. — Virton.

Camboué (R. P. Paul) S. J., missionnaire catholique. — Tananarive (Madagascar).

Capart (Jean), 8, avenue Verte. — Woluwe-Saint-Pierre.

Capellen-Smolders (Guillaume), commissaire d'arrondissement, rue de Namur. — Louvain.

Caratheodory (Costa), professeur à l'Université de Goettingue, 31, Friedländern. — Goettingen (Allemagne).

Carlier (Joseph), ingénieur, 7, rue Joseph II. — Bruxelles.

Carpentier (Abbé A.), maître de conférences à la Faculté des Sciences de l'Institut catholique, 11, rue de Toul. — Lille (Nord — France).

Carton de Wiart (Edmond), directeur de la Société Générale, 4, avenue des Germains. — Bruxelles.

Carton de Wiart (Henri), ministre d'État, 137, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Casarès (J.), 93, Calle San Andrès. — La Coruña (Espagne).

Casteels (L.), docteur en sciences physiques et mathématiques, assistant à l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles)

Castelein (R. P. Aug.) S. J., Collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles.— Namur.

Caufriez (Henri), ingénieur en chef, directeur d'administration au Ministère des Chemins de fer, directeur général de la Société nationale des chemins de fer vicinaux, 17, rue de la Brasserie, Ixelles ; ou 14, rue de la Science. — Bruxelles.

Charles (R. P. Jean) S. J., Institut Saint-Ignace, 47, Courte rue Neuve. — Anvers.

Cirera (R. P. Richard) S. J., Observatoire de l'Èbre. — Tortosa (Espagne).

Claerhout (Abbé J.), curé de Caster, par Anseghem.

Claes (F.), conservateur du Musée du Steen. — Anvers.

Claeys-Bouuaert (A.), sénateur, 6, rue d'Orange. — Gand.

Cocheteux (Chan.), directeur de l'Institut Saint-Louis, rue du Marais. — Bruxelles.

Cogels (J.-B.-Henri), 181, avenue des Arts. — Anvers.

Colegio de Estudios superiores de Deusto (R. P. J. Man. Obeso, S. J.). — Bilbao (Espagne).

Colens, ingénieur et chef de cabinet de M. le Ministre des chemins de fer, 156, avenue de la Couronne. — Bruxelles.

Collangettes (R. P.) S. J., professeur de physique à l'Université Saint-Joseph. — Beyrouth (Syrie).

Collantes (Pedro), 2ª calle del Puente de Alvarado, 39. — Mexico (Mexique).

Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Collège Saint-François-Xavier, 30, Park Street. — Calcutta (Indes anglaises, via Brindisi).

Collège Saint-Jean Berchmans, 35, Place de Meir. — Anvers.

Collège Saint-Jean Berchmans, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Collège Saint-Joseph, 13, rue de Bruxelles. — Alost.

Collège Saint-Michel, 22, boulevard Saint-Michel. — Bruxelles.

Collège Saint-Servais, 92, rue Saint-Gilles. — Liége.

Collège de la Sainte Trinité, Vieux Marché. — Louvain.

Conroy (Charles-C.), professeur d'astronomie au Saint Vincent's College, P. O. Box, 826. — Los Angeles (Californie).

Convent (Alf.), docteur en médecine. — Woluwe-Saint-Lambert (Brabant).

Cooreman (Gérard), membre de la Chambre des Représentants, 161, avenue Louise. — Bruxelles.

Coppens (A.), professeur à l'Université, 71, avenue des Alliés. — Louvain.

Cousot (Dr Georges), membre de l'Académie royale de médecine. — Dinant.

Crame (Auguste), major d'artillerie, 42, quai des Moines. — Gand.

Crooy (S. G. Mgr), évêque de Tournai.

Crousse (Dr), 13, rue du Méridien. — Bruxelles.

Cuylits (Jean), docteur en médecine, 44, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.

Daels (Dr Frans), professeur à l'Université, 103, rue Neuve St-Pierre. — Gand.

Dardel (Jean), médecin consultant aux eaux d'Aix et de Marlioz, à Aix-les-Bains. — Savoie (France).

Daubresse (Paul), ingénieur, professeur à l'Université, 98, rue de Paris. — Louvain.

David (P.), docteur en droit et en sciences politiques. — Stavelot ; ou 50, boulevard Piercot. — Liége.

Davignon (Henri), avocat, avenue de la Toison d'Or. — Bruxelles.

De Backer (Dr Paul), assistant à l'Université, 67, Coupure. — Gand.

De Baets (Herman), 11, rue des Boutiques. — Gand.

Debaisieux (Paul), professeur à l'Université, 8, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

Debaisieux (T.), professeur à l'Université, 8, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

De Becker (Mgr Jules), professeur à l'Université, 112, rue de Namur. — Louvain.

Deboucq (L.), ingénieur principal au Corps des Mines, 8, rue Chapelle-Beaussart. — Mont-sur-Marchienne.

De Brabandère (Victor), avocat près la Cour d'appel, 57, rue du Marteau. — Bruxelles.

Dechevrens (R. P. Marc), S. J., directeur de l'Observatoire du Collège Saint-Louis. — Saint-Hélier (Jersey — Iles-de-la-Manche — Angleterre).

Declercq (J.), professeur à l'Université, 38, rue Neuve Saint-Pierre. — Gand.

De Greef (Jules), conseiller au Conseil des Mines, 26, rue Breydel. — Bruxelles (Q.-L.).

De Jace (Charles), professeur à l'Université, 272, boulevard d'Avroy. — Liége.

De Jaer (Jules), directeur général des Mines, 24, avenue de la Floride. — Uccle (Bruxelles).

Dejardin (L.), directeur général honoraire des Mines, 138, avenue Defré. — Uccle.

De Jonghe, (E.), professeur à l'Université de Louvain, 28, avenue Longchamp. — Uccle (Bruxelles).

De Lantsheere (Dr J.), oculiste, 100, rue du Méridien. — Bruxelles.

De Launay, membre de l'Institut, professeur à l'École Nationale supérieure des Mines, 55, rue de Babylone. — Paris.

Delépine (Abbé G.), professeur à la Faculté des Sciences de l'Institut catholique, 60, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

Delétrez (Dr A.), 259, avenue de Tervueren. — Bruxelles.

Deleval (Henri), ingénieur de la Société métallurgique de Tubize. — Herent.

Delmer (Alexandre), ingénieur au Corps des Mines, 129, avenue de l'Hippodrome. — Bruxelles.

Delvigne (R. P. René), S. J., professeur à la faculté des Sciences. Collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Delvosal (Jules), docteur en sciences physiques et mathématiques, astronome adjoint à l'Observatoire royal de Belgique, 84, rue Rouge. — Uccle (Bruxelles).

Demanet (Abbé), 4, rue Basse-Marcelle. — Namur.

Demanet (Chan. S.), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Université, 23, rue de Bériot. — Louvain.

Demanet (M), ingénieur, 161, avenue Molière. — Bruxelles.

De Meester (Emm.), membre de la Chambre des Représentants, 20, rue Bex. — Anvers.

de Meulemeester (D.), chargé de cours à l'Université, 58, boulevard Léopold. — Gand.

De Munnynck (R. P.), O. P., professeur à l'Université, Albertinum. — Fribourg (Suisse).

De Muynck (Chan. R.), professeur à l'Université, 9, place Saint-Jacques. — Louvain.

Denoël, ingénieur au Corps des Mines, 93, rue Bois-l'Évêque. — Liége.

Denys (Dr J.), professeur à l'Université, Institut bactériologique, 96, rue Vital Decoster. — Louvain.

Deploige (Mgr), professeur à l'Université, Président de l'Institut supérieur de Philosophie, 1, rue des Flamands. — Louvain.

Deroitte (Dr Victor), ancien médecin de la colonie de l'État à Gheel, inspecteur-adjoint des asiles et colonies d'aliénés du Royaume, 192, avenue Albert. — Bruxelles.

Descamps-David (Baron), ministre d'État, professeur à l'Université de Louvain, 40, rue Belliard. — Bruxelles.

De Smedt (Abbé), assistant au laboratoire de physique de l'Université, rue de Namur. — Louvain.

Desplats (Dr René), 181, rue Nationale. — Lille (Nord — France).

Dessain (Charles), libraire-éditeur, rue de la Blanchisserie. — Malines.

Deulin (Nestor), ingénieur. — Montignies-sur-Sambre.

De Vadder (Victor), avocat à la Cour d'appel, 16, rue Blanche. — Ixelles (Bruxelles).

De Veer (R. P.), S. J., directeur der Vereenigingen G. en W., 70, Wijnhaven. — Rotterdam (Pays-Bas).

Devisé (R. P. R.), S. J., 11, rue des Récollets. — Louvain.

De Vos (Abbé Joseph), curé de Heestert (Flandre Occidentale).

De Walque (François), professeur émérite de l'Université, 28, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

De Wildeman (É.), directeur du Jardin Botanique de l'État, 122, rue des Confédérés. — Bruxelles (N.-E.).

D'Halluin (Dr Maurice), professeur suppléant à la Faculté catholique de Médecine, 8, rue Nicolas Leblanc. — Lille (Nord — France).

D'Hoop (E.), ingénieur, 80, rue Gachard. — Ixelles.

Diderrich (N.), membre du Conseil colonial, 64, rue Royale. — Bruxelles.

Dierckx (R. P. Fr.), S. J., professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Dochain-Defer (Félix), industriel. — Couillet.

Dopp (R. P. Henri), S. J., docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

de Dorlodot (J.), ingénieur civil des Mines, directeur du Musée houiller, 44, rue de Bériot. — Louvain.

de Dorlodot (Chan. H.), docteur en théologie, professeur à l'Université, 42, rue de Bériot. — Louvain.

de Dorlodot (Sylvain), château de Floriffoux. — Floreffe (prov. de Namur).

Drion (B^on^ Adolphe), avocat. — Gosselies.

Dubois-Verbrugghen (D^r^ É.), 53, rue Marie-Thérèse. — Bruxelles.

Dubois (Ernest), directeur de l'Institut supérieur de commerce, membre du Conseil colonial, 36, rue de Vrière. — Anvers.

Dubois (Vital), docteur en géographie, professeur à l'École normale. — Couvin.

Du Bost, sénateur, 50, avenue des Arts. — Bruxelles.

Dufrane (D^r^ C.), chirurgien à l'hôpital, 36, rue d'Havré. — Mons.

Dumas-Primbault (Henri), ingénieur, Château de la Pierre. — Cérilly (Allier — France).

Dumez (Abbé Robert), docteur en sciences naturelles, professeur au Petit Séminaire. — Roulers (Flandre Occidentale).

Dumont (André), professeur à l'Université, 18, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Duplat (G.), avocat à la Cour d'appel, 48, rue aux Laines. — Bruxelles.

Dupont (D^r^ Émile), médecin au 2^e^ régiment des carabiniers, 12, rue Goffart. — Bruxelles.

Dupret, sénateur, 148, rue Royale. — Bruxelles.

Dupriez (Léon), professeur à l'Université, 194, rue de Bruxelles. — Louvain.

Dupuis (Henri), ingénieur, administrateur de la Société anonyme des Usines de Montcherret. — Acoz (Hainaut).

Duquenne (D^r^ Louis), 15, rue Lonhienne. — Liége.

Duret (D^r^), doyen de la Faculté catholique de Médecine, 21, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

Dusausoy (Clément), professeur à l'Université, 107, chaussée de Courtrai. — Gand.

DUSMET Y ALONSO (José-Marie), docteur en sciences naturelles, 19, Claudio Coello. — Madrid.

DUTHOIT (E.), professeur à la Faculté catholique de Droit, 141, rue Jacquemars-Gielée. — Lille (Nord — France).

DUTILLEUX (Maurice), ingénieur, 3, place François-Bossuet. — Bruxelles.

DUTORDOIR (Hector), ingénieur en chef, directeur du service technique provincial, 217, boulevard du Château. — Gand.

ÉCOLE LIBRE DE L'IMMACULÉE-CONCEPTION. — Vaugirard (Paris).

ÉCOLE LIBRE SAINTE-GENEVIÈVE, rue des Postes. — Paris.

EECKHOUT (G.), avocat à la Cour d'appel, professeur à l'Université, 31, boulevard de la Citadelle. — Gand.

EGAN (R. P. Michel), S. J., M. A., F. R. U. I., 35, Lower Leeson Street. — Dublin (Irlande).

EVRARD (N.), directeur gérant des Charbonnages de Marcinelle-Nord. — Marcinelle.

FABRY (Louis), correspondant de l'Institut, astronome à l'Observatoire, 49, chemin des Chartreux. — Marseille (Bouches-du-Rhône — France).

DE FAVEREAU DE JENNERET (Bon), président du Sénat, 10, rue Belliard. — Bruxelles.

FERNANDÈS (Dr Rob.), 1, rue du Pôle. — Saint-Josse-ten-Noode (Bruxelles).

FERRATA (S. É. le cardinal). — Rome.

FIESSINGER (Dr), membre correspondant de l'Académie de médecine, 4, rue de la Renaissance. — Paris.

DE FOOZ (Guillaume), ingénieur civil des Mines, docteur en sciences physiques et mathématiques, 52, boulevard Albert. — Gand.

FOURNIER (Dom Grégoire) O. S. B., abbaye de Maredsous. — Denée-Maredsous.

FRANÇOIS (Dr Adhémar), 97, rue Belliard. — Bruxelles.

FRANCOTTE (Henri), professeur à l'Université, 1, rue Lebeau. — Liége.

FRANCOTTE (Xavier), docteur en médecine, professeur à l'Université, 15, quai de l'Industrie. — Liége.

GAILLARD (R. P. José), S. J., Collège St-Michel, boulevard St-Michel. — Bruxelles.

Gelin (Abbé E.), docteur en philosophie et en théologie, professeur de mathématiques supérieures au Collège Saint-Quirin. — Huy.

Georgetown College Observatory (Rev. Director of the). — Washington D. C. (États-Unis d'Amérique).

Gerard (Ern.), secrétaire général du Ministère des Chemins de fer, 21, avenue de la Renaissance. — Bruxelles.

Gesché (L.), professeur à l'Université, 20, rue d'Egmont. — Gand.

Gilbert (Paul), ingénieur. — Heer-Agimont (Namur).

Gillain (Abbé Jules), ingénieur agricole, professeur de sciences au Collège St-Joseph. — Virton.

Gillès de Pélichy (B^{on} Ch.), membre de la Chambre des Représentants. — Gits-lez-Roulers ; ou, rue Fossé-aux-Loups. — Bruges.

Gillet (R. P. Charles), S. J., Manresa House. — Ranchi, Bengale (East-India).

Gillet (J.), docteur en sciences, 106, rue Saint-Bernard. — Bruxelles.

Glibert (D.), docteur en médecine, inspecteur du Travail. — Uccle (Bruxelles).

Glorieux, docteur en médecine, 236, avenue de Tervueren. — Woluwe-St-Lambert.

Goedseels (Édouard), administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique, Avenue Circulaire. — Uccle (Bruxelles).

Goedseels (Joseph), avocat près la Cour d'appel, conseiller juridique à l'armée belge, 152, chaussée d'Ixelles. — Bruxelles.

Goffart (J.), professeur à l'Athénée Royal, 14, rue de la Motte. — Huy.

Gollier (Théophile), professeur à l'Université de Liége, château de Glain. — Rixensart (Brabant).

Gonzalez de Castejon (Miguel), comte d'Aybar, lieutenant-colonel d'État-Major, intendant général de la Maison Royale d'Espagne, Real palacio. — Madrid.

Goris (Ch.), docteur en médecine, membre titulaire de l'Académie de Médecine de Bruxelles, 181, rue Royale. — Bruxelles.

Goubau (R.), pharmacien, docteur ès sciences, chef des travaux de chimie à l'Université, 27, Cour du Prince. — Gand.

Grand'Eury (Cyrille), correspondant de l'Institut, professeur honoraire à l'École des Mines, 12, rue d'Amance. — Malzéville (Meurthe-et-Moselle — France).

Granito di Belmonte (S. É. le cardinal). — Rome.

de Greeff (R. P. Henri), S. J., professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Grégoire (Chan. Victor), professeur à l'Université, 42, rue de Bériot. — Louvain.

Greindl (Bon), général, directeur du Génie d'Armée, 19, rue Tasson-Snel. Bruxelles.

Grinda (Jésus), ingénieur-directeur des travaux du port. — Santander (Espagne).

de Grossouvre (A.), ingénieur en chef des Mines, 4, rue Petite Armée. — Bourges (Cher — France).

Guelton (Georges), attaché au Ministère de l'Intérieur, 119, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

Guermonprez (Dr), professeur aux Facultés catholiques, membre correspondant de l'Académie Royale de médecine de Belgique et de la Société de chirurgie de Paris, 63, rue d'Esquermes. — Lille (Nord — France).

Guicheteau (Rev. F. H.), S. P. M., 120, West 24th Street. — New-York.

Hachez (F.), professeur à l'Université de Louvain, 19, rue de Pavie. — Bruxelles.

Hagen (R. P. Jean), S. J., directeur de l'Observatoire du Vatican. — Rome.

Haibe (Dr Achille), directeur de l'Institut provincial de Bactériologie, rue Louise. — Namur.

Hallez (E.), ingénieur-directeur au charbonnage du Grand-Hornu. — Hornu (Hainaut).

Hamonet (Abbé), professeur à l'Institut catholique, 74, rue de Vaugirard. — Paris.

Harmant (Émile), ingénieur, membre du Conseil supérieur du Travail, 121, rue de Pâturages. — Wasmes (Hainaut).

Haton de la Goupillière (J.-N.), membre de l'Institut, directeur honoraire de l'École des Mines, 9, rue du Lycée. — Pau (Basses-Pyrénées — France).

Havenith (J.), adjoint d'État-Major, 2, place Quetelet. – Bruxelles.

Havet (Dr J.), professeur à l'Université, 87, rue des Flamands. — Louvain.

Hebbelynck (Mgr A.), recteur magnifique honoraire de l'Université de Louvain. — Meirelbeke (Gand).

Helleputte (G.), ministre d'État. — Kessel-Loo (Louvain).

de Hemptinne (Alexandre), professeur à l'Université de Louvain, 51, rue Basse des Champs. — Gand.

Henrard (Dr Étienne), 105, avenue du Midi. — Bruxelles.

Henrard (Dr Félix), 38, rue Washington. — Bruxelles.

Henry (Albert), directeur au Ministère de l'Agriculture et des Travaux publics, 216, avenue Rogier. — Bruxelles.

Henseval (Dr Maurice), inspecteur chargé de la direction du laboratoire du service de santé et d'hygiène, 3, rue Scalquin. — Bruxelles.

Heylen (S. G. Mgr), évêque de Namur.

Heymans (Dr F.), docteur en sciences, professeur à l'Université, 77, boulevard de l'Hospice. — Gand.

Humbert (G.), membre de l'Institut, ingénieur en chef des Mines, professeur à l'École polytechnique, 10, rue Daubigny. — Paris.

Iniguez y Iniguez (Francisco), catedrático de astronomia en la Universidad, director del Observatorio astronomico. — Madrid.

Institut Saint-Ignace, 47, Courte rue Neuve. — Anvers.

Jacobs (Fernand), président de la Société belge d'astronomie, 344, avenue Louise. — Bruxelles.

Janne (Henry), ingénieur civil des Mines, docteur en sciences physiques et mathématiques, répétiteur à l'Université, 109, rue Louvrex. — Liége.

Janssen (A.), docteur en droit, 81, rue d'Arlon. — Bruxelles.

Javaux (Dr), 79, rue des Éburons. — Bruxelles.

de Joannis (Abbé Joseph), 7, rue Coëtlogon. — Paris.

Joly (Albert), juge au Tribunal de première instance, 8, rue de la Grosse-Tour. — Bruxelles.

Joly (Léon), conseiller au Conseil des Mines, 56, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Jordan (Camille), membre de l'Institut, professeur à l'École polytechnique, 48, rue de Varennes. — Paris.

Kaisin (Félix), professeur à l'Université, 38, rue de Bériot. — Louvain.

Kersten (Joseph), inspecteur général des charbonnages patronnés par la Société Générale, 3, Montagne du Parc. — Bruxelles.

Kieffer (Abbé J. Jacques), docteur en philosophie naturelle, professeur au Gymnase épiscopal. — Bitche (Moselle — France).

Kirsch (R. P. Alexandre-M.), C. S. C., Université de Notre-Dame (Indiana — États-Unis).

Kirsch (Mgr J.-P.), professeur à l'Université. — Fribourg (Suisse).

de Kowalski (Dr), ministre de Pologne auprès du St-Siège. — Rome.

Kowalski (J.), docteur en sciences naturelles, 97, rue de Paris. — Nantes.

Ladeuze (Mgr Paulin), recteur magnifique de l'Université, 110, rue de Namur. — Louvain.

Lagae, professeur de mathématiques supérieures à l'Athénée royal, 61, rue Frédéric Lints. — Louvain.

Lagasse-de-Locht (Charles), directeur général honoraire des Ponts et Chaussées, président de la Commission royale des monuments, 167, chaussée de Wavre. — Bruxelles.

Lagasse-de-Locht (Édouard), ingénieur. — Lanaeken (Limbourg).

Lambin (A.), ingénieur en chef, directeur des Ponts et Chaussées, 181, avenue de Tervueren. — Woluwe-St-Pierre (Bruxelles).

Lambiotte (Omer), directeur-gérant des charbonnages Élisabeth. — Auvelais (prov. de Namur).

Lambo (R. P. Charles), S. J., supérieur de l'Institut Saint-Ignace, 47, Courte rue Neuve. — Anvers.

Lambot (Oscar), professeur à l'Athénée royal d'Ixelles, 56, avenue Malou. — Bruxelles.

Laminne (S. G. Mgr Jacques), vicaire général. — Liége.

Lannoy (R. P. Jules), S. J., Collège St-Michel, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Laurent (Camille), docteur en médecine, 5, rue Joseph-Jaquet. — Bruxelles.

Lebrun (D^r Hector), 25, avenue Verte. — Woluwe-Saint-Pierre (Bruxelles).

Lecat (Maurice), docteur en sciences physiques et mathématiques, docteur en sciences naturelles, ingénieur civil des Mines, 16, avenue du Bois de la Cambre. — Watermael (Bruxelles).

Le Chatelier (H.). membre de l'Académie des Sciences, professeur à la Sorbonne et à l'École Nationale Supérieure des Mines, associé de l'Académie Royale de Belgique, 76, rue Notre-Dame des Champs. — Paris (VI^e).

Leclercq (Jules), vice-président au Tribunal de première instance, membre de l'Académie Royale de Belgique, 93, rue de la Loi. — Bruxelles.

Leconte (Félix), ingénieur-conseil, 52, rue Philippe de Champagne. — Bruxelles.

Lefebvre (Mgr Ferdinand), professeur à l'Université, 34, rue de Bériot. — Louvain.

Lefebvre (R. P. Maurice), des Missions de Scheut, docteur en sciences naturelles. — Scheut (lez-Bruxelles).

Le Grand (Chanoine Alfred), 37, rue de Bruxelles. — Namur.

Lejeune de Schiervel (Charles), ingénieur des Mines, 12, rue Stévin. — Bruxelles.

Lejeune-Simonis, château de Sohan. — Pepinster (prov. de Liége).

Lemaire (Abbé), docteur en sciences naturelles et en philosophie, professeur de philosophie au Petit Séminaire. — Malines.

Lemoine (Georges), membre de l'Institut, inspecteur général des Ponts et Chaussées, professeur de chimie à l'École Polytechnique, 76, rue Notre-Dame des Champs. — Paris.

Lenoble, professeur aux Facultés catholiques, 36, rue Négrier. — Lille (Nord — France).

Le Paige (G.), membre de l'Académie Royale de Belgique, administrateur-inspecteur de l'Université, plateau de Cointe. — Liége.

Levie (Michel), ministre d'État, 68, rue du Méridien. — Bruxelles.

Lhoest (Henri), ingénieur, directeur-gérant du charbonnage de La Haye, 6, avenue Mahiels. — Liége.

de **Limburg-Stirum** (Cte Adolphe), membre de la Chambre des Représentants, 72, rue du Trône. — Bruxelles.

Limpens (Émile), avocat. — Termonde.

de **Locht** (Léon), professeur à l'Université de Liége, château de Trumly. — Trooz (prov. de Liége).

Lucas (R. P. J. Désiré), S. J., professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Maes (Joseph), docteur en géographie, Conservateur de la Section ethnographique au Musée du Congo. — Tervueren.

Malengreau (F.), professeur à l'Université, Institut de physiologie. — Louvain.

Mansion (Augustin), professeur à l'Université, 126, rue de Tirlemont. — Louvain.

Mansion (Hubert), ingénieur, 76, boulevard Victor Hugo. — Neuilly (Seine — France).

Maréchal (R. P. Joseph), S. J., docteur en sciences naturelles, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Maroy (Dr L.), 4, boulevard St-Michel. — Bruxelles.

Martin (Dr Is.), 6, boulevard d'Omalius. — Namur.

Masen (Dr Aimé), docteur en médecine, 30, rue de Middelbourg. — Boitsfort (Brabant).

Matagne (Dr Henri), docteur en médecine, 31, avenue des Courses. — Bruxelles.

Maubert (Frère), des Frères des Écoles chrétiennes, au Scolasticat de Jesu Placet. — Louvain.

de **Maupeou** (Cte), Ingénieur, directeur du Génie maritime, 4, place du Gast. — Laval (Mayenne — France).

de **Meeus** (Cte Louis), docteur en droit, château d'Argenteuil. — Waterloo.

Mélot (Aug.), membre de la Chambre des Représentants, rue Grandgagnage. — Namur.

de **Mendizabal** Tamborrel (Joaquin), ingenerio geógrafo, professor de astronomía y geodesía en el colegio militar, observatorio meteorologico central. — Mexico (Mexique).

Mennes (Dr), 21, Rosier. — Anvers.

Mercier (S. É. le cardinal), archevèque de Malines.

Merten (Albert), ingénieur, professeur à l'Université, 25, boulevard Albert. — Gand.

Meurice (Léon), professeur à l'Université de Liége. — Visé.

Meuwissen (J.), ingénieur, professeur à l'Université, 176, chaussée de Courtrai. — Gand.

Meyer (R. P. Léon) S. J., Collegio Antonio Vieira. — Bahia (Brésil).

Michiels (L.), chargé de cours à l'Université, 150, rue Frédéric Lints. — Louvain.

Michotte (Albert), professeur à l'Université, 1, rue des Flamands. — Louvain.

Michotte (abbé P.), professeur à l'Université, 17, rue des Récollets. — Louvain.

Moeller (D^{r} A.), membre de l'Académie Royale de médecine, rue du Taciturne. — Bruxelles.

de Moffarts (B^{on} Paul), château de Botassart, par Noirefontaine (prov. de Luxembourg).

de Monge (V^{te} Joseph), ingénieur, chez le Ministre de Belgique. — Santiago (Chili).

de Montessus de Ballore (C^{te} F.), directeur du Service séismologique du Chili, 302, av. Republica. — Santiago (Chili).

de Montessus de Ballore (V^{te} Robert), professeur à l'Université catholique, 15, boulevard Bigo-Danel. — Lille (Nord — France).

Moreau (Fernand), docteur en sciences physiques et mathématiques, assistant à l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles).

Morelle (D^{r} Aimé), chef du service d'urologie et de dermatologie à l'Institut chirurgical, 26, rue Archimède. — Bruxelles.

Moreux (Abbé Th.), directeur de l'Observatoire. — Bourges (Cher — France).

Morisseaux (Ch.), ingénieur honoraire des Mines, membre du Conseil Colonial, directeur du Crédit Général Liégeois à Bruxelles, 60, rue Royale. — Bruxelles.

Mullie (Gilbert), inspecteur vétérinaire adjoint au Ministère de l'Agriculture, 23, avenue Jean Linden. — Bruxelles.

Nava di Bontife (S. É. le cardinal), archevêque de Catane (Sicile — Italie).

Navas (R. P. Longin), S. J., Colegio del Salvador. — Zaragoza (Espagne).

Nelis (C.), professeur à l'Université, 86, boulevard de Jodoigne. — Louvain.

Nerincx (Alfred), professeur à l'Université, secrétaire de l'Institut de Droit international, 36, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

Neuberg (J.), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur émérite de l'Université de Liége, 6, rue de Sclessin. — Liége.

Noyons (A.), professeur à l'Université, 35, boulevard de Tirlemont. — Louvain.

Nyssens (Pierre), directeur du Laboratoire agricole de l'État, 16, rue du Jambon. — Gand.

Obeso (R. P. Manual), S. J., Colegio de Estudios Superiores de Deusto. — Bilbao (Espagne).

d'Ocagne (Maurice), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, professeur à l'École Polytechnique, 30, rue de la Boétie. — Paris.

Œhlert (D.-P.), correspondant de l'Institut, conservateur du Musée d'histoire naturelle, 29, rue de Bretagne. — Laval (Mayenne — France).

Orban de Xivry (B^{on}), sénateur, avenue des Alliés. — Louvain.

Pasquier (Alfred), docteur en médecine. — Châtelet (Hainaut).

Pasquier (Ern.), professeur à l'Université, 22, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

Pauwels (R. P. Joseph), S. J, docteur en sciences naturelles, professeur de chimie, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Picard (É.), membre de l'Institut, professeur à la Sorbonne, 4, rue Bara. — Paris (VI^{e}).

Pieraerts (J.), conservateur au Musée colonial de Tervueren, 200, avenue de la Chasse. — Bruxelles.

de Pierpont (Édouard), député permanent, château de Rivière (prov. de Namur).

Pirmez (Maurice), membre de la Chambre des Représentants, château d'Acoz (Hainaut).

Poskin (Paul), professeur de physique à l'Institut agricole de l'État. — Gembloux.

Poullet (Prosper), président de la Chambre des Représentants. — Bruxelles.

Proost (Alphonse), directeur général honoraire au Ministère de l'Agriculture, 227, rue Royale S^te^-Marie. — Bruxelles.

Provincial (R. P.) de la Compagnie de Jésus, 165, rue Royale. — Bruxelles.

Puiseux (P.), membre de l'Institut, 2, rue Le Verrier. — Paris.

Rachon (Abbé Prosper), curé de Ham, par Longuyon (Meurthe-et-Moselle — France).

Rector (R. P.) del Colegio del Jesùs. — Tortosa (Tarragona — Espagne).

Renaud, professeur de métallurgie à l'Université de Gand, rue Alphonse Renard. — Ixelles.

de **Renesse** (C^te^), sénateur, 25, rue de la Science. — Bruxelles.

Renier (Armand), ingénieur au Corps des Mines, Chef du Service géologique de Belgique, chargé de cours à l'Université de Liége, 97, avenue de l'Armée. — Bruxelles.

de **Ribaucourt** (C^te^ Gaston), ingénieur électricien, château de Perck (par Vilvorde).

Richald (Jos.), professeur à l'Université de Gand, ingénieur en chef, directeur des Ponts et Chaussées, 69, rue Archimède. — Bruxelles.

Rinaldini (S. É. le Cardinal). — Rome.

Rodriguez Risueno (Emiliano), catedràtico de historia natural en la Universidad, Obispo, 9, prâl. — Valladolid (Espagne).

Roersch (A.), professeur à l'Université, 16, place du Casino. — Gand.

Rogie (D^r^), professeur à la Faculté catholique de médecine, 108, rue Jacquemars-Gielée. — Lille (Nord. — France).

Roland (Pierre), ingénieur, avenue Louis Lepoutre. — Bruxelles.

Rose (J.), professeur de mathématiques à l'Athénée royal de Charleroi, 155, rue du Progrès. — Montignies-sur-Sambre.

Rutten (S. G. Mgr), évêque de Liége.

Sabatier (Paul), membre de l'Académie des Sciences de Paris. — Toulouse (Haute-Garonne — France).

Sageret, château de Kervihan, par Carnac (Morbihan — France).

de **Saintignon** (C^te^), maître de Forges. — Longwy-Bas (Meurthe-et-Moselle — France).

Salée (Achille), professeur à l'Université, Musée et laboratoire de Paléontologie, 38, rue de Bériot. — Louvain.

Sarret (Jean), agrégé à l'Université, professeur de physique au Lycée Impérial Ottoman, 13, rue Aïnali tchesmé. — Constantinople (Turquie).

Schaffers (R. P. Victor), S. J., docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Scheuer (R. P. Pierre), S. J., 11, rue des Récollets. — Louvain.

de Schilde (Bon), château de Schilde (prov. d'Anvers).

de Schilde (Bon G.), gouverneur de la province d'Anvers. — Anvers.

Schmitz (R. P. Gaspard), S. J., professeur et directeur du Cabinet de Géologie au Collège St-Jean Berchmans, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Schmitz (Théodore), ingénieur civil des Mines, Muysenhuis. — Muysen (Malines).

Schockaert (R.), professeur à l'Université, 133, rue de Tirlemont. — Louvain.

Schoonjans (P. Charles), S. J., collège Saint-Servais, 92, rue Saint-Gilles. — Liége.

Schreiber, directeur général au Ministère de l'Agriculture, 58, rue des Boers. — Etterbeek (Bruxelles).

Schul (R. P. Jean), S. J., Institut St-Ignace, 47, Courte rue Neuve. — Anvers.

Segers (Paul), ministre d'État, 73, chaussée de Malines. — Anvers.

Seghers (S. G. Mgr), évêque de Gand.

de Selliers de Moranville (Cher A.), lieutenant-général, 46, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Senderens (Mgr), directeur des sciences de l'Institut catholique, 36, rue de la Fonderie. — Toulouse.

Sentroul (Mgr Ch.), professeur à la Faculté libre de philosophie et lettres, Mosteiro do Sao Bento. — Sao Paulo (Brésil).

Sibenaler (N.), professeur à l'Université, 31, boulevard de Jodoigne. — Louvain.

Siéges, docteur en droit et en philosophie, 28, Burgstrasse. — Berlin, c. 2.

de Sinéty (Abbé Robert), Séminaire. — Vals (Haute-Loire — France).

Siret (Henri), ingénieur, directeur général de la Cie des Chemins de fer du Congo Supérieur aux Grands Lacs africains, 27, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Siret (Louis), ingénieur, avenue Louis Lepoutre. — Ixelles.

Slingeneyer de Goeswin, colonel d'État-major, État-major du commandement de la côte. — Ostende.

Smedts (Arthur), répétiteur à l'Université, 10, boulevard de l'Agriculture. — Gand.

Smekens (Th.), président honoraire du Tribunal de 1re instance, 34, avenue Quentin Metsys. — Anvers.

Smets (Dr H.), 104, rue van de Weyer. — Bruxelles.

Smits (Eugène), ingénieur, 93, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Soisson (G.), ingénieur, docteur en sciences, professeur, 6, rue Goethe. — Luxembourg (Grand-Duché).

Solé (Dr Victor), médecin en chef de l'Institut SS. Jean et Elisabeth, 251, avenue de Tervueren. — Bruxelles.

Somville (Oscar), docteur en sciences physiques et mathématiques, 120, rue Beeckman. — Uccle (Bruxelles).

de **Sparre** (Cte), correspondant de l'Institut, professeur aux Facultés catholiques de Lyon, château de Vallière. — Saint-Georges-de-Reneins ; ou, 7, avenue de l'Archevêché. — Lyon (Rhône — France).

Springael (Auguste), ingénieur, 18, avenue Victor Jacobs. — Etterbeek.

Stainier (Xavier), professeur à l'Université, 27, Coupure. — Gand.

Standaert (A.), membre de la Chambre des Représentants, 8, rue Dyver. — Bruges.

Stillemans (Jean), ingénieur, directeur des travaux d'Etterbeek, 25, rue Champ du Roi. — Bruxelles.

Stoffaes (Chan.), professeur à la Faculté catholique des Sciences, directeur de l'Institut des Arts et Métiers, 6, rue Auber. — Lille (Nord — France).

Storms (Ernest), ingénieur, 6, rue du Receveur. — Bruges.

Stouffs (Dr Jules), 166, avenue Louise. — Bruxelles.

Stouffs (Dr L.), 53, rue de Charleroi. — Nivelles.

Struelens (Alfred), docteur en médecine, 18, rue Hôtel des Monnaies. — Saint-Gilles (Bruxelles).

Swolfs (Dr Oscar), 118, chaussée de Vleurgat. — Bruxelles.

Taymans (Émile), notaire. — Tubize (Brabant).

Terlinden (C.), professeur à l'Université de Louvain, 61, avenue Legrand. — Bruxelles.

Termier (Pierre), membre de l'Institut, directeur du Service de la Carte Géologique de France, 104, rue de Vaugirard. — Paris.

Théron (Joseph), docteur en sciences physiques et mathématiques, préfet des études à l'Athénée royal. — Chimay.

Theunissen (Franz), ingénieur, Thiers des Bedennes. — Chênée (Liége).

Thiébaut (Fernand), 199, avenue du Longchamp. — Bruxelles.

Thiéry (Chan. Armand), Institut supérieur de Philosophie, 1, rue des Flamands. — Louvain.

Tibbaut (Émile), avocat à la Cour d'appel, membre de la Chambre des Représentants, 4, avenue de l'Astronomie. — Bruxelles.

Timmermans (François), ingénieur, directeur-gérant de la Société anonyme des ateliers de construction de la Meuse, 30, quai de Fragnée. — Liége.

Tits (Dr A.), oculiste, 89, rue de Bruxelles. — Louvain.

de T'Serclaes (Mgr Charles), président du Collège belge. — Rome.

de la Vallée Poussin (Ch.-J.), correspondant de l'Institut, membre de l'Académie Royale de Belgique, professeur à l'Université, 149, avenue des Alliés. — Louvain.

Van Ballaer (Mgr), Prélat de la Maison de S. S. le Pape, Chanoine de l'Église métropolitaine, 32, avenue Van Beneden. — Malines.

Van Bastelaer (Léonce), ingénieur civil des Mines, 13, rue Newton. — Bruxelles.

Van Biervliet (J.), professeur à l'Université, 5, rue Metdepenningen. — Gand.

Van Brabant (L.), inspecteur général au Département des Chemins de fer, Marine, Postes et Télégraphes, 89, rue Joseph II. — Bruxelles.

Van Caeneghem (Chanoine F.), curé-doyen du Rœulx (Hainaut).

Van den Bossche (Abbé). — Ophasselt (Flandre Orientale).

Van den Heuvel (J.), ministre d'État, 29, rue Savaen. — Gand.

Vanderlinden, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, administrateur-inspecteur de l'Université, 27, Cour du Prince. — Gand.

Vanderlinden (E.), assistant au service météorologique de l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles).

Van der Mensbrugghe (André), 115, Coupure. — Gand.

Van der Mensbrugghe (Robert), ingénieur des Chemins de fer de l'État, 11, rue Berckmans. — Bruxelles.

Van der Smissen (Édouard), avocat, professeur à l'Université de Liége et à l'École de Guerre, 13, rue des Cultes. — Bruxelles.

Vanderstraeten (Dr A.), professeur à l'Université de Louvain, 79, rue du Trône. — Bruxelles.

Van der Vaeren (J.), chef de cabinet au Ministère de l'Agriculture, professeur à l'Université de Louvain, 192, avenue Louise. — Bruxelles.

Vandevyver (Maurice), docteur en droit, 8, boulevard Léopold. — Gand.

Van de Vyvere, ministre d'État. — Bruxelles.

Van Durme, docteur en médecine, professeur à l'Université, 34, rue de la Monnaie. — Gand.

Van Gehuchten (Paul), docteur en médecine, chez M. Van Biervliet, 1, rue Saint-Hubert. — Louvain.

Van Hoeck (Dr Émile), 13, rue Traversière. — Bruxelles.

Van Keerberghen, docteur en médecine, 21, rue du Trône. — Bruxelles.

Van Mollé (Abbé J.), docteur en sciences naturelles et en philosophie, professeur au Petit Séminaire. — Malines.

Vannutelli (S. É. le cardinal Séraphin). — Rome.

Van Ortroy (Fernand), professeur à l'Université, 35, quai des Moines. — Gand.

Van Swieten (Raymond), 41, rue des Drapiers. — Bruxelles.

Van Velsen, docteur en médecine, 61, rue Godefroid de Bouillon. — Bruxelles.

Van Ysendyck (William), docteur en médecine, 77, chaussée de de Charleroi. — Bruxelles.

Verbrugge (R. P.), des Missions de Scheut, Sanatorium de Schilde, près d'Anvers.

Verhelst (Abbé F.), aumônier du Pensionnat du Sacré-Cœur, avenue Henri Dietrich. — Bruxelles.

Vermeersch (R. P. Arthur), S. J., docteur en droit et en sciences politiques et administratives, professeur à l'Université grégorienne, 120, via del Seminario. — Rome.

Vermeersch (Paul), avocat, professeur à l'Université, 71, digue de Brabant. — Gand.

Verriest (Gustave), docteur en sciences physiques et mathématiques, ingénieur civil des Mines, professeur à l'Université, 40, rue du Canal. — Louvain.

Verschaffel (R. P. A.), membre correspondant de l'Institut de France, directeur de l'Observatoire d'Abbadia, par Hendaye (Basses-Pyrénées — France).

Versteylen, rue d'Hérenthals. — Turnhout.

Vervaeck, docteur en médecine, rue Verhulst. — Uccle.

Viaene, docteur en géographie, attaché au Bureau ethnographique international, 12, avenue Giele. — Jette-Saint-Pierre.

Visart de Bocarmé, avocat, 10, rue Grandgagnage. — Namur.

Visart de Bocarmé (Vte Amédée), membre de la Chambre des Représentants, bourgmestre de Bruges.

Vitoria (R. P. Eduardo), S. J., directeur de l'Institut de Chimie de Sarriá. — Barcelone.

de Vorges (Alb.). — Paray-le-Monial (Saône-et-Loire — France).

de Vrégille (R. P. Pierre), S. J., professeur à la Faculté Française de Médecine, Université Saint-Joseph. — Beyrouth (Syrie).

Waffelaert (S. G. Mgr), évêque de Bruges.

Warlomont (René), médecin principal chargé de la direction de l'Institut ophtalmique de l'armée, docteur en sciences naturelles, 66, avenue de Cortenberg. — Bruxelles.

Vasmann (R. P. Éric), S. J., Collège St-Ignace. — Valkenburg (Limbourg Hollandais).

Wasteels (C.), professeur à l'Université, 30, rue d'Akkergem. — Gand.

Wéry (Dr Aug.). — Sclayn (prov. de Namur).

Wibo (Dr Maurice), 107, avenue de la Toison d'Or. — Bruxelles.

Willaert (R. P. Fernand), S. J., docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Williame (Aimé), ingénieur, 20, place Dailly. — Schaerbeek.

Witz (Aimé), correspondant de l'Institut, professeur aux Facultés catholiques, 29, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

Wolters (Frédéric), ingénieur principal des Ponts et Chaussées, professeur à l'Université, 17, avenue des Moines. — Gand.

Wulf (R. P. Théodore), S. J., professeur de physique au Collège Saint-Ignace. — Valkenburg (Limbourg Hollandais).

Liste géographique des membres de la Société scientifique de Bruxelles (1920)

BELGIQUE

FLANDRE OCCIDENTALE : **Bruges** : Standaert (A.). — Visart de Bocarmé (C^te A.). — Waffelaert (S. G. Mgr).

Caster, par **Anseghem** : Claerhout (Abbé J.). — **Heestert** : De Vos (Abbé J.). — **Iseghem** : Gillès de Pélichy (B^on Ch.). — **Ostende** : Slingeneyer de Goeswin. — **Roulers** : Dumez (Abbé R.).

FLANDRE ORIENTALE : **Gand** : van der Bruggen (B^on). — Claeys-Boùùaert. — Crame (Aug.). — Daels (D^r Fr.). — De Backer (D^r P.). — De Baets (H.). — Declercq. — De Meulemeester (D.). — Dusausoy (Cl.). — Dutordoir (H.). — de Fooz. — Gesché (L.). — Goubau. — de Hemptinne (A.). — Heymans (J.-F.). — Merten (Alb.). — Meuwissen. — Nyssens (P.). — Renaud. — Roersch (A.). — Seghers (S. G. Mgr). — Stainier (X.). — Van Biervliet (J.). — Van den Heuvel. — Vanderlinden. — Van der Mensbrugghe (A.). — Vandevyver (M.). — Van Durme (D^r). — Van Ortroy (F.). — Vermeersch (P.). — Wasteels (C.). — Wolters (F.).

Alost : Collège Saint-Joseph. — **Meirelbeke** : Hebbelynck (Mgr A.). — **Mont-Saint-Amand** (Gand) : Wolters (G.). — **Ophasselt** : Van den Bossche (Abbé). — **Termonde** : Limpens (Émile).

PROVINCE D'ANVERS : **Anvers** : Bastin (F.). — Charles (R. P. J.), S. J. — Claes (F.). — Cogels (J.-B. Henri). — De Meester (Emm.). — Dubois (E.). — Institut Saint-Ignace. — Lambo (R. P. Ch.), S. J. — Mennes. — de Schilde (B^on G.). — Schul (R. P. J.), S. J. — Segers (P.). — Siret (L.). — Smekens (Th.). — Supérieur du Collège Saint-Jean Berchmans.

Malines : Dessain (Ch.). — Lemaire (Abbé). — Mercier (S. É. le Cardinal). — Van Ballaer (Mgr). — Van Mollé (Abbé J.). —

Muysen : Schmitz (Th.). — **Schilde** : de Schilde (B^{on}). — Verbrugge (R. P.). — **Turnhout** : Versteylen.

LIMBOURG : **Lanaeken** : Lagasse de Locht (Ed.).

LUXEMBOURG : **Noirefontaine** : de Moffarts (B^{on} P.). — **Virton** : Cabeau (Abbé Ch.). — Gillain (Abbé J.).

BRABANT : **Bruxelles** : André (J.-B.). — Beaujean (Ch.). — Belpaire (J.). — de Béthune (B^{on} G.). — de Bien (E.). — de la Boëssière-Thiennes (M^{is}). — Bosmans (R. P. H.), S. J. — Bouckaert. — Braun (A.). — Brifaut. — de Broqueville (B^{on} Ch.). — Carlier (J.). — Carton de Wiart (Edm.). — Carton de Wiart (H.). — Cocheteux (Chan.). — Colens. — Collège Saint-Michel. — Cooreman (G.). — Crousse (D^{r}). — Cuylits (D^{r} J.). — Davignon (H.). — De Brabandère. — De Greef. — De Jonghe. — De Lantsheere (D^{r} J.). — Delétrez (D^{r} A.). — Demanet. — Deroitte (D^{r} V.). — Descamps-David (B^{on}). — De Wildeman (É.). — d'Huart (B^{on}). — Diderrich (N.). — Dubois-Verbrugghen (D^{r} É.). — Du Bost. — Duplat. — Dupret. — Dutilleux (M.). — Eeckhout (G.). — de Favereau de Jenneret (B^{on} V.). — Fernandès (D^{r} R.). — François (D^{r} A.). — Gaillard (R. P. S.), S. J. — Gerard (E.). — Gillet (J.). — Goedseels (J.). — Goris (Ch.). — Greindl (B^{on}). — Hachez (F.). — Havenith. — Hélin (E.). — Henrard (D^{r} É.). — Henrard (D^{r} F.). — Henry (A.). — Henseval (D^{r} M.). — Jacobs (F.). — Janssen (A.). — Javaux (D^{r}). — Joly (A.). — Joly (L.). — Kersten (J.). — Lagasse de Locht (Ch.). — Lambot (O.). — Lannoy (R. P. J.), S. J. — Laurent (D^{r} C.). — Leclercq (J.). — Leconte (F.). — Lejeune de Schiervel (Ch.). — Levie (M.). — de Limburg-Stirum (C^{te} Ad.). — Maroy (D^{r} L.). — Matagne (D^{r} H.). — Moeller (D^{r}). — Morelle (D^{r} A.). — Morisseaux. — Mullie (G.). — Pieraerts (J.). — Poullet (P.). — Proost (A.). — Provincial (R. P.) de la Compagnie de Jésus. — Renaud. — de Renesse (C^{te}). — Renier (A.). — Richald (J.). — Roland (P.). — de Selliers de Moranville (Ch^{er} A.). — Siret (H.). — Siret (L.). — Smets (D^{r}). — Smits (E.). — Stillemans (J.). — Stouffs (D^{r} J.). — Terlinden (Ch.). — Thiébaut. — Van Bastelaer (L.). — Van der Mensbrugghe (R.). — Van der Smissen (Éd.). — Vanderstraeten (D^{r} A.). — Vandervaeren. — Van de Vyvere. — Van Hoeck (Dr Ém.). — Van Keerberghen (Dr). — Van Swieten (R.).— Van Velsen (Dr). — Van Ysendyck (Dr). — Verhelst (Abbé F.). — Warlomont (Dr R.). — Wibo (Dr W.). — de Wouters d'Oplinter (Cher F.).

Boitsfort : Masen (A.). — **Etterbeek** : Schreiber. — Springael (Aug.). — **Ixelles** : De Vadder (V.). — D'Hoop (F.). — Janssens. — Proost (Chan.). — **Herent** : Deleval (H.). — **Gembloux** : Poskin (P). — **Jette-Saint-Pierre** : Viaene.

Louvain : Alliaume (M.). — Boine (Dr J.). — Bruylants (G.). — Bruylants (P.). — Cappellen (G.). — Collège Saint-Jean Berchmans. — Coppens (A.). — Daubresse (P.). — Debaisieux (P.). — Debaisieux (Th.). — De Becker (Mgr J.). — de Dorlodot (Chan. H.). — de Dorlodot (J.). — Demanet (Chan. S.). — De Muynck (Chan. R.). — Denys (Dr J.). — Deploige (Mgr). — De Smedt (Abbé). — Devisé (R. P. R.), S. J. — De Walque (F.). — Dopp (R. P. H.), S. J. — Dumont (A.). — Dupriez. — Grégoire (Chan. V.). — Guelton (G.). — Kaisin (F.). — Ladeuze (Mgr P.).— Lefebvre (Mgr F.). — Malengreau. — Mansion (Aug.). — Maréchal (R. P. J.), S. J. — Maubert (Frère). — Michiels (L.). — Nelis (C.). — Nerincx (A.). — Noyons (A.). — Orban de Xivry. — Pasquier (Ern.). — Pauwels (R. P. J.), S. J. — Salée (A.). — Schaffers (R. P. V.), S. J. — Scheuer (R. P. P.), S. J. — Schockaert (R.). — Sibenaler (N.). — Supérieur du Collège des Joséphites — Thiéry (Chan. A.). — Tits (Dr A.). — de la Vallée Poussin (Ch.-J.). — Van Gehuchten (P.). — Verriest (Gust.). — Willaert (R. P. F.), S. J. — **Kessel-Loo** : Helleputte. — Michotte (Alb.). — **Nivelles** : Stouffs (Dr). — **Perck** : de Ribaucourt (Cte Gaston). — **Rixensart** : Gollier. — **Saint-Gilles** (Bruxelles) : Struelens (Dr). — **Schaerbeek** (Bruxelles) : Delmer. — Williame (A.). — **Scheut** : Lefebvre (R. P. M.). — **Tervueren** : Maes (Dr J.). — **Tubize** : Taymans (É.). — **Uccle** (Bruxelles) : Biot (A.). — Casteels. — De Jaer (J.). — Dejardin (L.). — Delvosal (J.). — Glibert (Dr D.). — Goedseels (Éd.). — Somville (O.). — Vanderlinden (É.). — Vervaeck (Dr). — **Waterloo** : de Meeus (Cte Louis). — **Watermael** : Lecat (M.). — **Woluwe-Saint-Lambert** : Convent (Dr A.). — Glorieux (Dr). — **Woluwe-Saint-Pierre** : Capart (J.). — Lambin (A.). — Lebrun (Dr H.). — Van Brabandt.

PROVINCE DE LIÉGE : **Liège** : Béco (Dr L.). -- Berleur (Ad.). — Collège Saint-Servais. — De Jace (Ch.). — Denoël. — Duquenne (Dr L.). — Francotte (H.). — Francotte (Dr X.). Janne (H.). — Laminne (S. G. Mgr J.). — Le Paige (C.). — Lhoest (H.). — Neuberg (J.). — Rutten (S. G. Mgr). — Timmermans (F.). — **Chênée** : Theunissen (Fr.). — **Huy** : Gelin (Abbé E.). — Goffart (J.). — **Pepinster** : Lejeune-Simonis. — **Stavelot** : David (P.). — **Trooz** : de Locht (L.). — **Visé** : Meurice (L.).

HAINAUT : **Mons** : Dufrane (Dr).

Acoz : Dupuis (H.). — Pirmez. — **Châtelet** : Pasquier (Dr A.). — **Chimay** : Théron (J.). — **Couillet** : Dochain-Defer. — **Gosselies** : Drion (Bon Ad.). — **Hornu** : Halez (E.). — **Marcinelle** : Evrard (N.). — **Mont-sur-Marchienne** : Deboucq (L.). — **Montignies-sur-Sambre** : Rose (J.). — **Le Rœulx** : Van Caeneghem (Chan. F.). — **Tournai** : Blondel (A.). — Crooy (S. G. Mgr). — Dupont (E.). — **Wasmes** : Harmant (E.).

PROVINCE DE NAMUR : **Namur** : Baivy (Dr). — Bibot (Dr). — Castelein (R. P.), S. J. — Collège Notre-Dame de la Paix. — Delvigne (R. P. R.), S. J. — Dierckx (R. P. Fr.), S. J. — de Greeff (R. P. H.), S. J. — Demanet (Abbé). — Haibe (Dr). — Heylen (S. G. Mgr). — Le Grand (Chan. A.). — Lucas (R. P. D.), S. J. — Martin (Dr). — Mélot (A.). — Visart de Bocarmé.

Auvelais : Lambiotte (O.). — **Couvin** : Dubois (V.). — **Dinant** : Cousot (P.). — **Floreffe** : Baseil (Abbé). — de Dorlodot (S.). — **Heer-Agimont** : Gilbert (P.). — **Lustin** : de Pierpont (Éd.). — **Maredsous** : Fournier (O. S. B.). — **Sclayn** : Wéry (Dr A.).

FRANCE

Paris : Béchaux (A.). — Blondel (G.) — Boussinesq (J.). — Branly (Éd.). — Capelle (Abbé Éd.). — de Launay (L.). — École libre de l'Immaculée-Conception. — École libre de Sainte-Geneviève. — Fiessinger (Dr). — Fonssagrives (Chanoine). — Hamonet (Abbé). — Humbert (G.). — de Joannis (Abbé). - Jordan (C.). — Le Châtelier. — Lemoine (G.). — d'Ocagne (M.). — Picard (É.). — Puiseux (P.). — Termier (P.).

Départements : *Allier :* **Cérilly** : Dumas-Primbault (H.). — *Alpes-Maritimes :* **Menton** : Farina (D^{r}). — **Nice** : Dardel (D^{r}). — *Aveyron :* **Viviez** : Berlingin (M.). — *Basses-Pyrénées :* **Abbadia** (par Hendaye) : Verschaffel (R. P. A.). — **Pau** : Haton de la Goupillière (J. N.). — *Bouches-du-Rhône :* **Marseille** : Fabry (L.). — *Cher :* **Bourges** : de Grossouvre (A.). — Moreux (Abbé Th.). — *Drôme :* **Aiguebelle** (par Grignan) : Arduin (Abbé A.). — *Eure-et-Loir :* **Villebeton** (par Châteaudun) : de Salvert (V^{te}). — *Haute-Garonne :* **Toulouse** : Boule (Abbé L.), — Sabatier (P.). — Senderens (Mgr). — *Haute-Loire :* **Vals** : de Sinéty (Abbé R.), — *Haute-Marne :* **Langres** : Raclot (Abbé V.). — *Isère :* **Lacombe de Lancey** (par Villard-Bonnot) : du Boys (P.).— *Loire :* **Nantes** : Kowalski (G.). — *Loiret :* **Laval** : de Maupeou (C^{te}). — Œhlert (D.-P.). — *Meurthe-et-Moselle :* **Ham** (par Longuyon) : Rachon (Abbé P.). — **Longwy** : de Saintignon (C^{te}). — **Malzéville** : Grand'Eury (C.). — *Moselle :* **Bitche** : Kieffer (Abbé J. J.). — *Morbihan :* **Kervihan** : Sageret. — *Nord :* **Douai** : Bellette (P.). — **Lille** : d'Adhémar (V^{te} R.). — Annycke (Abbé Th.). — Barrois. — Baunard (Mgr). — Besson (D^{r}). — Carpentier (Abbé). — Delépine (Abbé). — Desplats (D^{r} René). — D'Halluin (D^{r} M.). — Duret (D^{r}). — Duthoit (E.). — Guermonprez (D^{r}). — Lenoble. — de Montessus de Ballore (V^{te} R.). — Rogie (D^{r}). — Stoffaes (Chan.). — Witz (A.). — *Pas-de-Calais :* **Verquin** : Agniel (G.). — *Rhône :* **Lyon** : de Sparre (C^{te}). — *Saône-et-Loire :* **Paray-le-Monial** : de Vorges (A.). — *Savoie :* **Aix-les-Bains** : Dardel (D^{r}). — *Seine :* **Neuilly** : Mansion (H.). — *Seine-et-Oise :* **Bellevue** : Brunhes (J.). — **Versailles** : Ariès (Colonel). — Bertrand (Abbé).

ESPAGNE

Madrid : Adan de Yarza (B.). — Dusmet y Alonso (J.-M.). — Gonzalez de Castejon. — Iniguez y Iniguez (Fr.). — Sanz (P.). — Torroja Caballe (Ed.). — **Barcelone** (Sarrià) : Vitoria (R. P. E.), S. J. — **Bilbao** : Colegio de Estudios Superiores de Deusto (R. P. J. Man. Obeso), S. J. — **La Coruña** : Casarès, J. — **Santander** : Grinda (J.). — **Séville** : Abaurrea (L.). — **Tortosa** (Tarragona) : Cirera (R. P. R.), S. J. — Rector del Colegio del Jesùs (R. P.). — **Valladolid** : Rodriguez-Risueno (E.). — **Zaragoza** : Navàs (R. P. L.), S. J.

PAYS DIVERS

Allemagne : **Berlin** : Sièges. — **Goettingen** : Carathéodory (Costa).

Angleterre : **Dublin** (Irlande) : Egan (R. P. M.), S. J. — **Saint-Hélier** (Jersey — Iles-de-la-Manche) : Dechevrens (R. P. M.), S. J.

Italie : **Rome** : Ferrata (S. É. le cardinal). — Granito di Belmonte (S. É. le cardinal). — Hagen (R. P. J.), S. J. — de Kowalski (D^{r}). Rinaldini (S. É. le cardinal). — de T'Serclaes (Mgr Ch.). — Vannutelli (S. É. le cardinal). — Vermeersch (R. P. A.), S. J. — **Catane** (Sicile) : Nava di Bontife (S. É. le cardinal).

Pays-Bas : **Oudenbosch** : Bolsius (R. P. H.), S. J. — **Rotterdam** : De Veer (R. P.), S. J. — **Valkenburg** (Limbourg Hollandais) : Wasmann (R. P. E.), S. J. — Wulf (R. P. Th.), S. J.

Grand-Duché de Luxembourg : **Luxembourg** : Soisson (G.).

Suisse : **Fribourg** : De Munnynck (R. P.), O. P. — Kirsch (Mgr J. P.).

Turquie : **Constantinople** : Sarret (J.).

États-Unis : **New-York** : Guicheteau (abbé F. H.), S. P. M. — **Los Angeles** (Californie) : Conroy (Ch. C.). — **Notre-Dame** (Indiana) : Kirsch (R. P. Al. M.). — **Washington** : Georgetown College Observatory.

Brésil : **Sao Paulo** : Sentroul (Mgr Ch.).

Chili : **Santiago** : de Monge (V^{te} J.). — C^{te} de Montessu de Ballore.

Mexique : **Mexico** : Collantes (P.). — de Mendizabal Tamborrel (J.).

Indes Anglaises : **Calcutta** : Collège Saint-François-Xavier. — **Ranchi** : Gillet (R. P. Ch.), S. J.

Madagascar : **Tananarive** : Camboué (R. P.), S. J.

Syrie : **Beyrouth** : Collangettes (R. P.), S. J. — de Vrégille (R. P. P.), S. J.

Membres décédés

Amagat (E. H.)	II (¹)	S^t-Satur.
Bauwens (D^r Is.)	IV	Alost.
de Beauffort (Marquis)	V	Bruxelles.
Bedel (Abbé R.)	III	Marseille.
Belpaire (F.)	I	Anvers.
Bourgeat (Chan.)	III	Lille.
Boval (E.)	V	Bruxelles.
Cartuyvels (J.)	V	Bruxelles.
Casarès (F.)	II	La Coruña (Esp.).
Coomans (L.)	III	Uccle.
Coppieters de Stockhove (Abbé Ch.)	I	Bruges.
Craninckx (Baron O.)	V	Bruxelles.
Daniels (D^r Fr.)	I	Fribourg.
De Coster (Ch.)	I et VI	Bruxelles.
Decraene (M.)	I	Liége.
Degive (A.)	IV	Bruxelles.
Delaunois (G.)	IV	Bonsecours.
Delemer (J.)	II	Lille.
Deleuze (C.)	IV	Gand.
De Preter (H.)	II et VI	Bruxelles.
Dubois (J.)	V	Bruxelles.
Duhem (P.)	II	Bordeaux.
Fabre (J. H.)	III	Sérignan.
Fita y Colomé (R. P. F.)	III	Madrid.
Fraeys (A.)	VI	Bruges.
Gauthier (Chan.)	II	Malines.
de Gerlache de Gomery	III	Bruxelles.
Goffart (F.)	V	Bruxelles.
Gosselet (J.)	III	Lille.
Henry (P.)	II	Louvain
Huyberechts (Th.)	IV	Bruxelles.
Jourdain (L.)	I et VI	Bruxelles.
de Kirwan (Ch.)	III et VI	Voiron.
Kowalski (E.)	II	Bordeaux.

(¹) Indication de la section.

Kurth (G.)	III	Assche.
Lambert (Cam.)	I et VI	Woluwe-St-Lambert.
Laruelle (L.)	IV	Bruxelles.
Lechalas (G.)	I et VI	Rouen.
de Liedekerke de Pailhe (Cte Éd.)	V	Bruxelles.
du Ligondès (Vte)	VI	St-Bonnet de Rochefort.
Mansion (P.)	I	Gand.
de Mérode (Comte W.)	V	Bruxelles.
Mesens	V	Bruxelles.
Miranda (S. G. Mgr)		Ségovie.
de Ribaucourt (Cte A.)	III	Bruxelles.
de Salvert (Vte)	I	Versailles.
Schollaert (F.)		Bruxelles.
Schoolmeesters (Mgr E.)	V	Liége.
van den Steen de Jehay (Cte Fr.)	V	Luxembourg.
Stillemans (S. G. Mgr A.)		Gand.
Stinglhamber (E.)	V	Bruxelles.
Suttor	I	Louvain.
Thirion (R. P. J.)	II	Namur.
Torroja	I	Madrid.
Van Aubel (Ch.)	IV	Bruxelles.
Van den Peereboom (E.)	I	Liége.
Vandevyver (L. N.)	II	Gand.
Van Gehuchten (A.)	IV	Louvain.
Van Ockerhout	V	Bruges.
Verriest (G.)	IV	Louvain.
Walravens (S. G. Mgr)		Tournai.
Wilmotte (Abbé)	II	Namur.
Wolf (Ch.)	I	Braine (France).
Zeiller (R.)	III	Paris.

Liste des membres inscrits dans les sections (1)

1re Section

Mathématiques, Astronomie, Géodésie, Mécanique

MM. V^{te} d'Adhémar.
M. Alliaume.
Abbé J. Belpaire.
Abbé Bertrand.
*B^{on} G. de Béthune.
F. de Bien.
A. Biot.
R. P. H. Bosmans, S. J.
J. Boussinesq.
P. du Boys.
C. Caratheodory.
L. Casteels.
Ch. Conroy.
*A. Crame.
*P. Daubresse.
*J. De Jaer.
*R. P. H. Dopp, S. J.
C. Dusausoy.
*M. Dutilleux.
H. Dutordoir.
R. P. M. Egan, S. J.
L. Fabry.
*G. de Fooz.
R. P. J. Gaillard, S. J.
Abbé E. Gelin.
*P. Gilbert.
J. Gillet.
Éd. Goedseels.
M. Gonzalez de Castejon.
J. Grinda.
*A. de Grossouvre.
Rév. F. H. Guicheteau, S. P. M.
*F. Hachez.
R. P. J. Hagen, S. J.
*J. N. Haton de la Goupillière.
*J. Havenith.
*G. Helleputte.

MM. G. Humbert.
F. Iniguez.
Fern. Jacobs.
H. Janne.
Camille Jordan.
Lagae.
*Ch. Lagasse de Locht.
A. Lambin.
R. P. J. Lannoy, S. J.
M. Lecat.
G. Le Paige.
*C^{te} de Maupeou.
*C^{te} L. de Meeus.
J. de Mendizabal.
*A. Merten.
L. Meurice.
V^{te} J. de Monge.
*V^{te} R. de Montessus.
F. Moreau.
Abbé Th. Moreux.
J. Neuberg.
M. d'Ocagne.
E. Pasquier.
É. Picard.
P. Puiseux.
*J. Richald.
J. Rose.
Sageret.
Pelegrin Sanz.
R. P. J. Schul, S. J.
*Mgr Ch. Sentroul.
*N. Sibenaler.
*E. Smits.
*G. Soisson.
C^{te} de Sparre.
*J. Stillemans.
Chan. Stoffaes.

---

(1) L'astérisque indique les membres qui désirent prendre part aux travaux de plusieurs sections (cf. Art. 11 des Statuts).

MM. *E. Storms
J. Théron.
F. Thiébaut.
F. Timmermans.
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
Vanderlinden.

MM. G. Verriest.
R. P. A. Verschaffel.
C. Wasteels.
R. P. F. Willaert, S. J.
F. Wolters.

2e Section

Physique. — Chimie, Métallurgie. — Météorologie et Physique du globe

MM. L. Abaurrea.
*J. B. André.
Abbé Th. Anycke.
Ariès.
Abbé Baseil.
A. Blondel.
E. Branly.
G. Bruylants.
P. Bruylants.
*J. Carlier.
J. Casarès.
R. P. R. Cirera, S. J.
Chan. Cocheteux.
R. P. Collangettes, S. J.
R. P. M. Dechevrens, S. J.
J. Declercq.
J. Delvosal.
Chan. S. Demanet.
Chan. R. De Muynck.
Abbé De Smedt.
F. de Walque.
*R. P. H. Dopp, S. J.
M. Dumas-Primbault.
*E. Gerard.
L. Gesché.
Abbé J. Gillain.
R. Goubau.
R. P. H. de Greeff, S. J.
Abbé Hamonet.
A. de Hemptinne.
Abbé J. de Joannis.
J. de Kowalski.
*O. Lambiotte.

MM. R. P. Ch. Lambo, S. J.
O. Lambot.
S. Gr. Mgr J. Laminne.
F. Leconte.
H. Le Châtelier.
Abbé Lemaire.
G. Lemoine.
Lenoble.
L. de Locht.
R. P. D. Lucas, S J.
A. Mansion.
R. P. L. Meyer, S. J.
L. Michiels.
R. P. J. Pauwels, S. J.
P. Roland.
P. Sabatier.
*Cte de Saintignon.
J. Sarret.
R. P. V. Schaffers, S. J.
R. P. P. Scheuer, S. J.
Mgr. Senderens.
A. Smedts.
O. Somville.
*A. Springael.
Chan. A. Thiéry.
Abbé Van den Bossche.
E. Vanderlinden.
M. Vandevyver.
Abbé F. Verhelst.
R. P. E. Vitoria, S. J.
A. Williame.
*A. Witz.
R. P. Th. Wulf, S. J.

3e Section

Géologie. Minéralogie. — Zoologie. — Paléontologie. — Anthropologie, Ethnographie, Science du langage. — Géographie

MM. R. Adan de Yarza.
G. Agniel.
Abbé A. Arduin.
Barrois.
F. Bastin.
P. Bellette.
Mis de la Boëssière-Thiennes.
R. P. H. Bolsius, S. J.
Bouckaert.
Abbé L. Boule.
J. Brunhes.
Abbé C. Cabeau.
R. P. Camboué, S. J.
J. Capart.
Abbé A. Carpentier.
Abbé J. Claerhout.
F. Claes.
P. Debaisieux.
*L. Deboucq.
*V. De Brabandère.
J. Declercq.
De Jonghe.
L. de Launay.
Abbé G. Delépine.
R. P. R. Delvigne, S. J.
Abbé Demanet.
R. P. De Munnynck, O. P.
Denoël.
R. P. R. Devisé, S. J.
Abbé J. De Vos.
É. De Wildeman.
R. P. Fr. Dierckx, S. J.
Chan. H. de Dorlodot.
J. de Dorlodot.
S. de Dorlodot.
Bon Drion.
V. Dubois.
Abbé R. Dumez.
*A. Dumont.
J. M. Dusmet y Alonso.

MM. *N. Evrard.
Dom Grég. Fournier, O. S. B.
Bon Gillès de Pélichy.
*J. Gillet.
J. Goffart.
Th. Gollier.
C. Grand'Eury.
Chan. V. Grégoire.
*Bon Greindl.
Mgr A. Hebbelynck.
M. Henseval.
F. Kaisin.
*J. Kersten.
Abbé J. J. Kieffer.
R. P. A.-M. Kirsch.
Mgr J.-P. Kirsch, C. S. C.
J. Kowalski.
Dr H. Lebrun.
J. Leclercq.
Mgr F. Lefebvre.
R. P. M. Lefebvre.
Ch. Lejeune de Schiervel.
*H. Lhoest.
Cte Ad. de Limburg-Stirum.
J. Maes.
E. Malengreau.
R. P. J. Maréchal, S. J.
Frère Maubert.
Cte F. de Montessus.
R. P. L. Navas, S. J.
P. Nyssens.
D.-P. Œhlert.
J. Pieraerts.
Éd. de Pierpont.
P. Poskin.
Abbé P. Rachon.
*A. Renier.
R. Risueno.
A. Salée.
R. P. G. Schmitz, S. J.

MM. Th. Schmitz.
Schreiber.
*Mgr Ch. Sentroul.
Abbé R. de Sinéty.
*H. Siret.
L. Siret.
X. Stainier.
P. Termier.
L. Van Bastelaer.

MM. Chan. F. Van Caeneghem.
Abbé J. Van Mollé.
F. Van Ortroy.
Viaene.
A. de Vorges.
R. P. P. de Vrégille, S. J.
R. P. E. Wasmann, S. J.
Cher de Wouters.

4e Section

Anatomie, Physiologie. — Hygiène. — Pathologie, Thérapeutique, etc.

MM. Baivy.
Béco.
Besson.
Bibot.
Boine.
Convent.
Cousot.
Crousse
J. Cuylits.
Dardel.
F. Daels.
De Backer.
Th. Debaisieux.
J. De Lantsheere.
Delétrez.
J. Denys.
V. Deroitte.
R. Desplats.
M. D'halluin.
E. Dubois-Verbruggen.
C. Dufrane.
É. Dupont.
L. Duquenne.
Duret.
R. Fernandès.
Fiessinger.
A. François.
X. Francotte.
D. Glibert.
Glorieux.
Ch. Goris.

MM. Guermonprez.
A. Haibe.
Ét. Henrard.
F. Henrard.
F. Heymans.
Javaux.
C. Laurent.
L. Maroy.
J. Martin.
A. Masen.
H. Matagne.
Meunes.
A. Moeller.
A. Morelle.
G. Mullie.
C. Nelis.
A. Noyons.
A. Pasquier.
A. Proost.
Rogie.
R. Schockaert.
H. Smets.
V. Solé.
J. Stouffs.
L. Stouffs.
A. Struelens.
O. Swolfs.
J. Van Biervliet.
A. Vanderstraeten.
Van Durme.
P. Van Gehuchten.

MM. Em. Van Hoeck.
Van Keerberghen.
R. Van Swieten.
Van Velsen.
W. Van Ysendyck.

MM. R. P. Verbrugge.
Vervaeck.
R. Warlomont.
A. Wéry.
M. Wibo.

3^{e} Section

Agronomie. — Économie sociale, Statistique. — Sciences commerciales Économie industrielle

MM. *Ch. Beaujean.
A. Béchaux.
*A. Berleur.
G. Blondel.
*V. De Brabandère.
A. Braun.
*V. Brifaut.
B^{on} de Broqueville.
G. Cappellen.
E. Carton de Wiart.
H. Carton de Wiart.
R. P. A. Castelein, S. J.
R. P. J. Charles, S. J.
A. Claeys-Boúúaert.
G. Cooreman.
P. David.
H. Davignon.
H. De Baets.
Mgr J. De Becker.
J. De Greef.
C. De Jace.
E. De Meester.
Mgr Deploige.
B^{on} Descamps.
V. De Vadder.
N. Diderrich.
E. Dubois.
Dubost.
G. Duplat.
Dupret.
L. Dupriez.
E. Duthoit.
G. Eeckhout.
H. Francotte.
J. Goedseels.
G. Guelton.

MM. A. Henry.
A. Janssen.
A. Joly.
L. Joly.
Chan. A. Le Grand.
M. Levie.
E. Limpens.
*H. Mansion.
A. Mélot.
P. Michotte.
A. Nerincx.
B^{on} Orban de Xivry.
P. Poullet.
C^{te} de Renesse.
A. Roersch.
B^{on} de Schilde.
B^{on} G. de Schilde.
P. Segers.
*Ch^{er} de Selliers de Moranville.
Sièges.
Th. Smekens.
A. Standaert.
E. Taymans.
C. Terlinden.
E. Tibbaut.
J. Van den Heuvel.
A. Van der Mensbrugghe.
E. Van der Smissen.
Van de Vyvere.
R. P. A. Vermeersch, S. J.
P. Vermeersch.
Versteylen.
C^{te} A. Visart de Bocarmé.
Visart de Bocarmé.

6e Section

Sciences techniques

MM. *J.-B André.
*Ch Beaujean.
*A Berleur.
*M Berlingin.
*Bon G. de Béthune.
*J. Carlier.
H. Caufriez.
Colens.
*A. Crame.
*P Daubresse.
*P. Deboucq.
J. De Jaer.
L. Dejardin.
H Deleval.
A. Delmer.
M. Demanet.
D. De Meulemeester.
N Deulin.
E. D'Hoop.
F Dochain-Defer.
*A Dumont.
H Dupuis.
*M. Dutilleux.
*N Evrard.
*G de Fooz.
*E. Gerard.
R. P. Ch. Gillet, S. J.
*D. Glibert.
*Bon Greindl.
*A. de Grossouvre.
*F. Hachez.
E Hallez.
É. Harmant,
MM. J. N. Haton de la Goupillière.
*J Havenith.
*G. Helleputte.
*J. Kersten.
*Ch Lagasse de Locht.
E. Lagasse de Locht.
*O Lambiotte.
*H. Lhoest.
*H. Mansion.
*Cte de Maupeou.
*Cte L de Meeus.
*A. Merten.
J Meuwissen.
Ch. Morisseaux.
*M. d'Ocagne.
Renaud.
*A. Renier.
Cte G. de Ribaucourt.
*J. Richald.
R. P. Ch. Schoonjans, S. J.
*Cher de Selliers de Moranville.
*N. Sibenaler.
*H. Siret.
Slingeneyer de Goeswin.
*E. Smits.
*G. Soisson.
*A. Springael.
*E Storms.
F. Theunissen.
L. Van Brabandt.
R. Van der Mensbrugghe.
*A. Witz.

MEMBRES DU CONSEIL

1913-1914

Président : M. le Chanoine V. Grégoire (1917).
Vice-Présidents : M. A. Witz.
M. le Dr R. Warlomont (1915).
Secrétaire : M. P. Mansion (1915).
Trésorier : M. Éd. Goedseels (1916).
Membres : MM. Ch. Beaujean (1916).
le Mis de la Boëssière-Thiennes (1914).
L. Cousin (1917) (1).
Éd. De Wildeman (1915).
Fr. Dewalque (1916).
le Dr X. Francotte (1916).
É. Harmant (1917) (2).
Ch. Lagasse de Locht (1917).
le Cte Ad. de Limburg-Stirum (1916).
E. Pasquier (1917).
A. Proost (1914).
A. Renier (1914).
le R. P. J. Thirion (1915).
Ch.-J. de la Vallée Poussin (1914).
Éd. Van der Smissen (1915).
le Dr A. Van Gehuchten (1916).

---

(1) Décédé.
(2) Achève le mandat de M. L. Cousin.

MEMBRES DU CONSEIL

1914-1920

Président : M. A. Witz.
Vice-Présidents : M. Ch. Lagasse de Locht (1922).
M. Éd. Van der Smissen (1920).
Secrétaire : M. P. Mansion (1920) (1).
Trésorier : M. Éd. Goedseels (1921).
Membres : MM. Ch. Beaujean (1921).
le Mis de la Boëssière-Thiennes (1923).
le R. P. H. Bosmans (1920) (2).
Fr. De Walque (1923).
Éd. De Wildeman (1920).
le Dr X. Francotte (1921).
le Chanoine V. Grégoire (1922).
É. Harmant (1922).
le Cte Ad. de Limburg-Stirum (1921).
E. Pasquier (1922).
A. Proost (1923).
A. Renier (1923).
le R. P. J. Thirion (1920) (1).
Ch.-J. de la Vallée Poussin (1923) (2).
le Dr A. Van Gehuchten (1921) (3).
le Dr R. Warlomont (1920).
le R. P. F. Willaert (1920) (4).

---

(1) Décédé.
(2) Achève le mandat du R. P. Thirion.
(3) Est nommé secrétaire général au décès de M. Mansion.
(4) Achève le mandat de M. Mansion et est nommé secrétaire.

BUREAU DES SECTIONS

1914-1920

1re Section

Président : M. Ch.-J. de la Vallée Poussin.
Vice-Présidents : M. J. Neuberg.
M. M. Lecat.
Secrétaire : M. H. Dutordoir.

2e Section

Président : M. A. de Hemptinne.
Vice-Présidents : M. le Chne R. De Muynck.
M. Delemer (1).
Secrétaire : le R. P. D. Lucas, S. J.

3e Section

Président : M. A. Renier.
Vice-Présidents : M. le Chne Bourgeat (1).
M. X. Stainier.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

4e Section

Président : M. le Dr Van Keerberghen.
Vice-Président : M. le Dr A. Haibe.
Secrétaire : M. le Dr R. Warlomont.

5e Section

Président : M. E. Dubois.
Vice-Président : M. Ch. Morisseaux.
Secrétaire : M. Éd. Van der Smissen.

6e Section

Président : M. É. Harmant.
Vice-Présidents : M. le Bon G. de Béthune.
M. J. Carlier.
Secrétaire : M. R. van der Mensbrugghe.

---

(1) Décédé.

SESSION DU 1er MAI 1919

A BRUXELLES

—

SÉANCES DES SECTIONS

—

Première Section

—

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin, président de la Section, fait l'éloge du membre éminent que vient de perdre la Société en la personne de son Secrétaire général M. P. Mansion.

M. Merten fait une communication *sur l'amélioration de l'Escaut en aval d'Anvers et sur les théories nouvelles des fleuves à marée*. En voici le résumé.

L'amélioration d'un fleuve à marée comprend la détermination 1° du tracé en plan et 2° de la loi des sections.

Le tracé en plan comporte certains éléments obligés (points et tangentes) ; les courbes adoptées doivent se composer, autant que faire se peut, d'arcs à courbure de sens alternativement opposé, dont la courbure est constamment croissante depuis un point d'inflexion jusqu'à un sommet, puis décroissante depuis le sommet jusqu'au point d'inflexion suivant : cette condition très désirable n'est néanmoins pas considérée comme nécessaire dans l'estuaire proprement dit. M. Merten a reconnu que la détermination analytique de courbes jouissant de cette propriété pouvait se faire sans employer d'autres fonctions transcendantes que les fonctions logarithmiques, en adoptant des *développantes d'intégrales d'hyperbole*.

En ce qui concerne les sections, M. Merten a démontré que, pour obtenir l'entretien naturel du fleuve par le jeu de la marée, il fallait adopter une *loi exponentielle des sections*. Cette loi établit une compensation parfaite entre la perte d'amplitude de l'onde par suite des résistances, et l'augmentation d'amplitude par suite de la convergence. C'est au moyen de ces théories qu'il a établi son projet d'amélioration de l'Escaut en aval d'Anvers.

M. Lagasse de Locht fait certaines réserves, au point de vue pratique, au sujet des conclusions théoriques de M. Merten. En ce qui concerne *le plan* des fleuves à marée, il cite l'exemple des travaux d'amélioration de la Meuse realisés au Hoek van Holland, à la suite d'expériences directes qui ont duré 50 ans et ont donné des résultats des plus remarquables. M. Lagasse de Locht croit que la loi du rétrécissement des sections donnée par M. Merten est très sérieuse et il espère que la mise en pratique de cette loi donnera de bons résultats, que confirmera la méthode d'observation, suffisamment prolongée.

M. Merten fait une distinction entre la partie de sa communication concernant la loi sinusoïdale, et celle relative au calibrage des fleuves à marée en vue de leur entretien automatique.

M. Henry Janne présente une étude *sur la substitution* $t' = t - \frac{z}{c}$ · *les opérateurs différentiels de l'analyse vectorielle, et les potentiels retardés.* Il la résume comme il suit :

L'analyse vectorielle, qui s'est montrée un instrument si puissant, si général et si élégant entre les mains expertes de plusieurs géomètres, notamment de C. Burali-Forti et R. Marcolongo, peut être employée avec avantage dans l'établissement de la formule de Kirchhoff généralisée.

On sait que la « méthode des singularités » de G. Green permet d'exprimer une fonction scalaire u d'un point P au moyen d'intégrales définies se rapportant au volume et à l'aire d'une surface fermée S enveloppant le point considéré P, savoir comme somme

1° d'un potentiel newtonien de volume, dont la densité cubique fictive est mesurée par le laplacien de u, changé de signe ;

2° d'un potentiel newtonien de simple couche, dont la densité superficielle fictive est mesurée par la dérivée normale $\frac{du}{dn}$ extérieure, changée de signe ;

3° d'un potentiel newtonien de double couche, dont la puissance fictive est mesurée par la valeur superficielle de u.

Si l'on considère une fonction scalaire u ou vectorielle **a** *à la fois* d'un point P et d'un paramètre scalaire t tel que le temps, on peut généraliser la méthode précédente et exprimer la fonction au moyen d'intégrales définies se rapportant encore au volume et à l'aire d'une surface fermée S enveloppant le point considéré P, savoir comme somme

1° d'un potentiel newtonien de volume,
2° d'un potentiel newtonien de simple couche,
3° d'un potentiel newtonien de double couche,
4° d'un potentiel logarithmique de double couche.

Mais pour définir les diverses densités et puissances, on doit employer une nouvelle notion, savoir celle de « valeur retardée » de la fonction : on donne ce nom à la valeur que prend la fonction u ou $\mathbf{a} = f(\mathrm{P}, t')$ quand on y remplace t' par $t - \frac{r}{c}$, c étant une constante de dimension LT^{-2} et r le module de la distance au point P du point d'intégration.

Si, en outre, nous appelons « dalembertien » l'opérateur

$$\square \equiv \Delta^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\delta^2}{\delta t^2},$$

nous formulerons les distributions des derniers potentiels, en disant que :

1° la densité cubique fictive du potentiel newtonien de volume est le *dalembertien retardé* de u ou **a** et changé de signe ;

2° la densité superficielle fictive du potentiel newtonien de simple couche est la dérivée normale *retardée* et changée de signe ;

3° la puissance fictive du potentiel newtonien de double couche est la valeur superficielle de u ou **a** ;

4° la puissance fictive du potentiel logarithmique de double couche est le quotient par c, changé de signe, de la valeur retardée de la dérivée $\frac{\delta u}{\delta t}$ ou $\frac{\delta \mathbf{a}}{\delta t}$.

C'est cette méthode que nous avons employée pour établir ce dernier résultat, en utilisant les notations et raisonnements de l'analyse vectorielle ; disons en passant que cette méthode dispense de recourir à l'emploi de fonctions auxiliaires telles que celles utilisées par G. Kirchhoff et H.-A. Lorentz.

Nous établissons successivement les formules suivantes (1) — en affectant de l'indice I les opérateurs concernant les déplacements élémentaires du point P qui figure explicitement dans l'expression de la fonction u ou $\mathbf{a}$, et de l'indice II ceux concernant les déplacements du point P qui s'introduit par la substitution de $t - \frac{r}{c}$ à t',

$$\left\{\begin{aligned}
&\operatorname{grad}\,[u] = [\operatorname{grad}_{\mathrm{I}}\, u] - \mathbf{r}^0 \cdot \frac{1}{c}\left[\frac{\delta u}{\delta t'}\right],\\
&\operatorname{rot}\,[\mathbf{a}] = [\operatorname{rot}_{\mathrm{I}}\, \mathbf{a}] - \frac{1}{c} \cdot \left\{ \mathbf{r}^0 \wedge \left[\frac{\delta \mathbf{a}}{\delta t'}\right]\right\},\\
&\operatorname{div}\,[\mathbf{a}] = [\operatorname{div}_{\mathrm{I}}\, \mathbf{a}] - \frac{1}{c} \cdot \left\{ \mathbf{r}^0 \times \left[\frac{\delta \mathbf{a}}{\delta t'}\right]\right\},\\
&\operatorname{div}\left[\frac{1}{r} \cdot \operatorname{grad}_{\mathrm{I}}\, u\right] = \frac{1}{r} \cdot [\square u] + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr}\left\{ r \cdot \frac{\delta_{\mathrm{II}}[u]}{\delta r} - [u] \right\}.
\end{aligned}\right.$$

C'est cette dernière équation qui sert de point de départ à notre démonstration, basée sur la méthode des singularités.

Nous en déduisons également la formule de Poisson.

Malheureusement les notations sont encombrantes et les calculs assez longs, ce qui nous prive du plaisir de reproduire *in extenso* notre travail ; la même remarque s'applique à ce qui concerne les indications bibliographiques.

M. Casteels fait une communication sur une extension bien connue d'un théorème de la géométrie du plan.

---

(1) Dans ces formules, les « crochets » affectent les symboles des grandeurs dont les valeurs sont « retardées ».

M. Lecat fait deux communications : *sur la généralisation de la règle de Sarrus pour les déterminants à* n *dimensions* ; puis, *sur une généralisation des déterminants qui permet la multiplication par files, même quand les classes des facteurs sont impaires* (1).

Généralisation de la règle de Sarrus au cas des déterminants à n *dimensions*. On peut étendre la règle de Sarrus, pour développer les déterminants ordinaires d'ordre 3, aux déterminants d'ordre 3 et de classe quelconque n ; mais pour $n > 2$ le schéma devient encombrant et, inconvénient non moins grave, les couches de la représentation plane doivent être reculées pour permettre l'intercalation d'un certain nombre de points ; du reste, quelle que soit la valeur de n, cette règle, véritable artifice, est plutôt curieuse qu'utile, car il est toujours aussi facile d'opérer directement pour qui est un peu exercé.

Le principe est que *les transversales brisées de la matrice sont remplacées par des diagonales prises dans une matrice convenablement déduite de la première, le signe d'un terme ne dépendant que de la direction de la diagonale qui l'engendre.*

Chacune des trois strates, M_0, matrices de 3^{n-1} points, est prolongée ainsi : à la suite des trois tranches, 1, 2, 3, d'une direction quelconque, on répète les deux premières tranches 1, 2, d'où résulte une matrice allongée, M_1, de classe $n-1$; on y fait alors, dans une nouvelle direction, précéder des tranches 2 et 3 la tranche 1, ce qui donne une matrice M_2, dont deux dimensions valent 5 ; on continue ainsi, ce qui conduit finalement à une matrice M_{n-1}, de 5^{n-1} points, régulière comme M_0. Lorsque chaque strate est ainsi prolongée, la matrice primitive est devenue une matrice aplatie suivant la direction non signante.

On envisage alors, dans la strate 1, les 2^{n-1} sous-matrices d'ordre 3, à éléments contigus et contenant les sommets de la strate ; à chacune d'elles correspond une diagonale de la matrice primitive. Par chacun des 3^{n-1} points de chaque sous-matrice en question, on trace la parallèle à la diagonale correspondante ; on voit aisément qu'il y a

---

(1) Cette dernière communication est insérée dans la seconde partie des Annales.

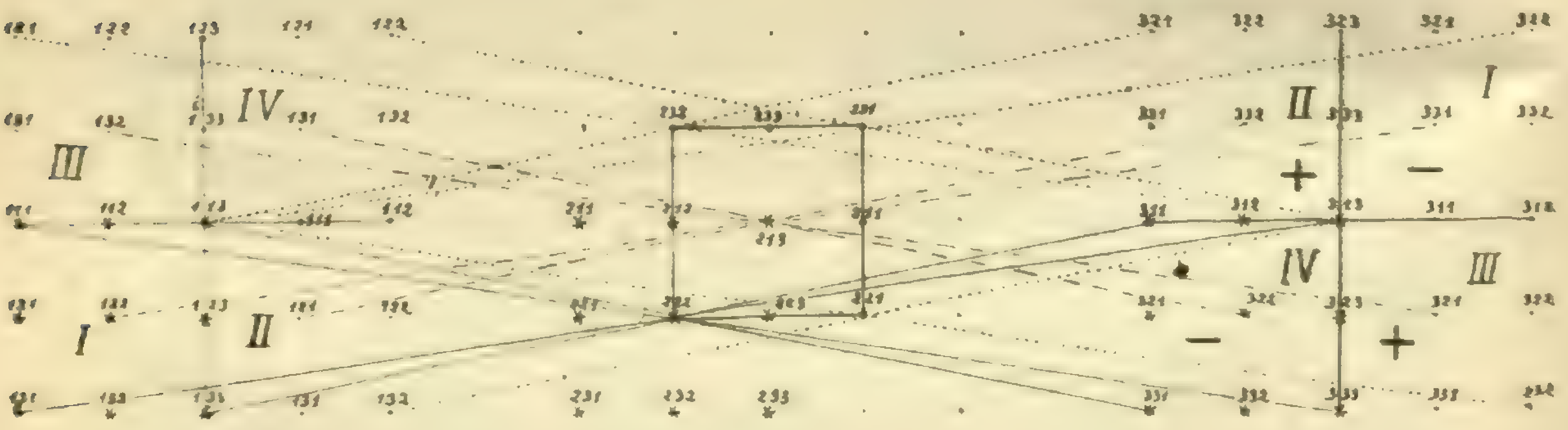
$$\binom{n-1}{r} 2^{2(n-1-r)}$$

points d'où sont issues 2^r lignes, pour $r = 0, 1, \ldots, n-1$, ce qui donne, en tout,

$$\sum_{r=0}^{n-1} \binom{n-1}{r} 2^{2(n-1)-r} = 6^{n-1}$$

lignes. Chacune de ces lignes donne un terme du déterminant, si on prend le signe de la diagonale parallèle.

La disposition géométrique des lignes présente quelques particularités remarquables : aux sommets de la première strate correspond le centre de la troisième et vice versa ; les centres des sous-matrices envisagées plus haut correspondent aux centres des sous-matrices correspondantes de la strate 3. Enfin, dans la seconde strate, les seuls points par où passent des lignes sont ceux de la matrice centrale d'ordre 3 ; on se dispense de reproduire les points inutiles, au nombre de



$$5^{n-1} - 2 \cdot 3^{n-1} + 2^{n-1}.$$

Lorsque la classe de la matrice est impaire, il faut, pour chaque rang non signant, construire un schéma spécial ; toutefois, ces n figures ne diffèrent que par la manière d'écrire les éléments.

Qu'il nous suffise de tracer le schéma pour le déterminant cubique (1) où le rang non signant est 1 ; on s'est borné, afin de désencombrer le dessin (2), à représenter les lignes remarquables; le lecteur complétera la figure mentalement avec la plus grande facilité.

Comme la règle de Sarrus, la règle de Bonolis ($p = 4$, $n = 2$) peut être étendue au cas de n quelconque ; il en est de même, plus généralement, des extensions qui ont été données pour les déterminants ordinaires, d'une part d'ordre impair quelconque, d'autre part d'ordre pair quelconque (3). Nous croyons devoir passer sous silence l'exposé de ces généralisations, qui deviennent compliquées au point de perdre tout intérêt.

On sait, du reste, qu'il existe deux méthodes graphiques assez simples pour trouver le signe des termes (formés) d'un déterminant de classe et ordre quelconques (L. Tanner) (4) ; et, contrairement à la généralisation de la règle de Sarrus, ces procédés sont applicables, avec de petites modifications, aux superdéterminants (5), aux hyperdéterminants (6) et aussi aux pénédéterminants, fonctions considérées dans un travail inséré plus loin.

La Section décide : 1° l'insertion dans la seconde partie des ANNALES d'une communication, faite par M. Lecat à la session d'avril 1914, et que les circonstances avaient empêché d'insérer dans le bulletin de cette session :

---

(1) L'extension de la règle de Sarrus a été donnée, pour $n = 3$, par A. B. GAVRILOVITCH, RAD JUGOSLAVENSKE AKADEMIJE ZNANOSTI UMJETNOSCI, Agram, t. CXXXXVII (1900), pp. 132-138 (*Sarrus-oropravilo u teoriji prostornih determinanata*). Toutefois cet auteur n'a pas éclairci ses considérations par une figure.

(2) La figure complète est représentée, en perspective, dans nos *Leçons sur la théorie des déterminants à* n *dimensions*. 1910, p. 210.

(3) Cf. J. Pedro Teixeira, JORNAL SCIENCIAS MAT. ASTRON., t. XI (1892-1894), pp. 88-92 ; L. G. Gascó, ARCHIVO MAT. PURA, t. I (1896), pp. 11-15 ; R. Guimaraès, ASSOC. FRANÇ. AVANCEMENT SCIENCES, St-Etienne, t. XXVII (1897), IIe partie, pp. 129-131 ; F. Boulad, IBID., Lille, 1909, pp. 95-100 ; F. Batavand, ENSEIGNEMENT MATH., t. XIII (1911), pp. 353-361.

(4) H. W. Lloyd Tanner, PROC. LONDON MATH. SOC., t. X, 1878-1879, pp. 167 et suiv., partic. le § 11.

(5) Cf. ANNALES, t. XXXVI, 1911-1912, Ie partie, pp. 120 et suiv.

(6) Pour les hyper-déterminants, il n'y a toutefois qu'une seule des méthodes de Tanner qui soit applicable.

Sur une notion nouvelle dans la théorie des permanents et des déterminants.

A la demande de l'auteur, ce travail ne paraîtra que dans le prochain fascicule.

2° L'insertion dans le bulletin de la présente séance des communications ci-après, présentées en avril 1914, par M. Lecat et par le R. P. Willaert.

Sur un lieu en connexion avec une famille de courbes osculant les extrémales d'une intégrale, par M. Lecat.

Le « problème inverse » du calcul des variations consiste à déterminer les fonctions f de telle façon que les extrémales d'une intégrale, par exemple à une seule fonction inconnue y,

$$I_p \equiv \int f(x, y, y', \dots, y^{(p)})\, dx,$$

ne soient autres que les courbes d'une famille donnée par leur équation différentielle : $F = 0$.

On sait depuis longtemps que toute équation différentielle du second ordre peut être ramenée, d'une infinité de manières, à l'équation différentielle d'Euler. La question a été traitée pour les équations différentielles d'ordre supérieur au second par A. Hirsch, de Zurich, en 1897. Il a démontré que, quand l'expression différentielle linéaire

$$\sum_{k=1}^{2p} \frac{\partial F}{\partial y^{(k)}}\, u^{(k)},$$

déduite de l'équation différentielle d'ordre pair

$$F(x, y, y', \dots y^{(2p)}) = 0,$$

u étant une fonction arbitraire de x, est sa propre adjointe, on trouve, par de simples quadratures, une intégrale I_p dont les extrémales sont données par l'équation $F = 0$.

Pour $p = 2$, l'interprétation géométrique du résultat précédent fut donnée par E. Kasner, de New-York, qui démontra, en 1907, que le lieu des centres des coniques osculant les extrémales qui passent par un point donné, sous une direction et avec une courbure données, est une conique tangente aux extrémales en leur point commun.

La propriété correspondante pour p quelconque n'a pas encore été formulée et elle est beaucoup moins simple et moins facile à établir qu'il ne nous avait paru au premier abord. Nous reviendrons sur la question dans une prochaine communication, en considérant aussi le cas de deux fonctions inconnues y_1 et y_2.

Sur une forme nouvelle et une généralisation du théorème de Tait, par le R. P. Willaert, S. J.

Le théorème de Guthrie : *quatre teintes suffisent pour colorier une carte géographique* a résisté jusqu'à présent à tous les essais de démonstration. Les travaux récents qui traitent la question ont pour objet d'établir des théorèmes de réduction à des cas simples ou de trouver des équivalents du problème. Un de ces équivalents bien connus est le théorème de Tait. Cette note présente sous un aspect nouveau le lien entre les deux théorèmes et généralise le théorème de Tait. Nous employons les dénominations de Ed. Lucas dans les *Récréations mathématiques*.

Kempe a démontré que tout réseau dont tous les carrefours, ou nœuds, sont pairs, c'est-à-dire auxquels aboutit un nombre pair de lignes, peut être colorié, et d'une seule manière, au moyen de deux teintes. Et réciproquement (1).

Établissons le théorème suivant : *La condition nécessaire et suffisante pour qu'on puisse colorier un réseau géographique en quatre teintes au plus est qu'il puisse être formé par la superposition des deux réseaux à carrefours pairs.* Les réseaux composants seront appelés *réseaux conjugués.*

La condition est suffisante. En effet, colorions le premier réseau composant en couleurs A et B, le second en couleurs C et D ; et superposons les deux réseaux. Le réseau donné se trouvera ainsi colorié au plus en quatre teintes résultantes : AC, AD, BC, BD.

---

(1) Pour colorier un réseau géographique, il faut attribuer une teinte à toute l'étendue du plan située en dehors du contour de la carte.

La condition est nécessaire. En effet, étant donnée une carte coloriée en quatre couleurs au plus, marquons respectivement les régions de même teinte au moyen des combinaisons de lettres : AC, AD, BC, BD (laissant de côté BC ou BD et BC, s'il y a moins de quatre teintes). Si l'on fait abstraction des lettres A et B, tout le plan est divisé en régions portant les lettres C et D. En vertu de la réciproque du théorème de Kempe, à cette division correspond un réseau à carrefours pairs. Si l'on fait au contraire abstraction des lettres C et D, le plan reste divisé en régions marquées A ou B. A cette division correspond un nouveau réseau à carrefours pairs. En superposant ces deux réseaux à carrefours pairs on retrouvera le réseau donné ; car toute ligne du réseau donné sépare des régions qui diffèrent ou par une des lettres C et D, ou par une des lettres A et B, et appartiennent dès lors à l'un ou l'autre des réseaux composants.

Pour colorier une carte en quatre couleurs, il suffit donc que la carte puisse être obtenue par superposition de deux réseaux à carrefours pairs (1).

Remarque. Si l'un des réseaux composants est entièrement intérieur aux régions d'une même couleur du réseau conjugué, trois couleurs suffiront au coloriage. On démontre facilement que cette condition est aussi nécessaire.

L'existence d'un système de réseaux conjugués à carrefours pairs a pour conséquence un théorème qui généralise le théorème de Tait. Montrons d'abord que du théorème de Tait on déduit l'existence des réseaux conjugués. D'après ce théorème, on peut marquer de trois lettres p, q, r, les traits d'un réseau dont tous les carrefours sont triples, de façon qu'à chaque carrefour aboutisse un chemin de chaque nom. Or, si en partant d'un carrefour quelconque on décrit un trajet en suivant exclusivement les chemins p et q, on reviendra au point de départ. Car en tout autre carrefour, si l'on arrive par un trait p, par exemple, on pourra le quitter par un trait q. Si tous les chemins p et q n'ont pas été utilisés ainsi, on décrira de la même manière un autre trajet fermé en p et q, et ainsi de suite. L'ensemble de ces trajets fermés constitue le premier réseau conjugué (¹).

---

(1) Les réseaux composants peuvent avoir en ce carrefour des traits communs. Ce sera toujours le cas si le carrefour est impair. Remarquons de plus que pour obtenir les réseaux conjugués nous associons les lettres A et B, C et D. Deux autres associations sont possibles : A et C, B et D ; A et D, B et C. D'où cette proposition : à un coloriage donné correspondent trois systèmes différents de réseaux conjugués.

Puis on fera de même en suivant des trajets p et r. Le réseau ainsi formé sera le second réseau conjugué.

Nous démontrerons le théorème inverse en l'étendant au cas où les carrefours ne sont pas tous des carrefours triples.

Remarquons d'abord qu'à tout carrefour impair de la carte, les deux réseaux conjugués composants se coupent nécessairement et qu'ils y ont un nombre impair de traits communs, sinon le carrefour résultant serait pair. Soit $2m$ l'ordre du carrefour du premier réseau au point considéré, $2n$ celui du second, et soit $2k+1$ le nombre de traits communs aux deux réseaux, en ce point. Il y aura donc $2(m-k)-1$ traits appartenant au premier réseau seul et $2(n-k)-1$ au second seul. Si donc, avant toute superposition, on marque tous les traits du premier réseau de la lettre p, ceux du second de la lettre q, la superposition amènera au carrefour résultant, $2(m-k)-1$ traits marqués p, $2(n-k)-1$ traits marqués q et $2k+1$ traits marqués pq, ou, si l'on veut, r.

Donc, *on peut marquer de trois lettres* p, q, r *les traits de tout réseau géographique de manière qu'à tout carrefour d'ordre impair aboutisse un nombre impair de traits de chaque désignation.*

M. Neuberg communique un travail *sur un polyèdre à quatorze faces.* Cette communication sera insérée dans la seconde partie des ANNALES.

Le R. P. Bosmans, S. J. entretient la Section de l'édition originale, fort rare, de la *Thiende, de Simon Stevin*, dont un exemplaire a échappé à l'incendie de la bibliothèque de l'Université de Louvain. L'étude du R. P. Bosmans paraîtra dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

(¹) Dans le cas particulier des réseaux à carrefours triples, ces trajets fermés partiels sont tous isolés et forment des contours simples. Leur ensemble doit être regardé comme un réseau à carrefours pairs, auquel s'applique le théorème de Kempe.

M. Casteels expose des *propriétés se rattachant au mode de généralisation des courbes du second ordre par faisceaux projectifs de Chasles*. M. Neuberg se charge de l'examen de ce travail.

M. Lecat communique les résultats d'un travail *sur le calcul de quelques déterminants remarquables*. Cette communication sera insérée dans la seconde partie des ANNALES.

Deuxième Section

M. Lecat présente un travail intitulé *Contribution à l'étude de l'azéotropisme des mélanges binaires et ternaires, dans ses relations avec divers phénomènes physiques. Premier mémoire : résultats expérimentaux*. De nombreux tableaux résumant ces résultats constituent la partie principale de ce travail.

M. Lecat expose ensuite brièvement de *nouvelles recherches au sujet de la fixation des mercaptans sur les hydrocarbures mono- ou polyoléfiniques*.

Deux rapporteurs sont nommés pour l'examen de ces travaux : le R. P. de Greeff, S. J., et M. P. Bruylants.

Le R. P. Dopp, S. J., lit une double communication du R. P. Dechrevens, S. J., directeur de l'Observatoire St-Louis à Jersey, la première sur *la marée électrique*, la seconde sur *le courant vertical électrique*.

I. Il semble que le développement de la marée océanique, en mettant en mouvement la masse des grandes mers, engendre, par un mécanisme qui reste à découvrir, des courants électriques ; ces courants se répandent sur les terres et on peut les recueillir aisément sur les rivages où la marée est bien sensible avant qu'ils se soient affaiblis par leur dispersion même. Telle est la conclusion logique des observations que j'ai faites en reliant un galvanomètre sensible au réseau souterrain des tubes de fer qui alimentent St-Hélier (Jersey) de gaz et d'eau. J'utilise les deux systèmes des tubes à la fois comme deux électrodes distinctes mises en contact intime avec le sol humide : c'est dire que j'observe tout simplement la différence de potentiel que ces deux longueurs de tubes prennent au contact avec la terre qui les enveloppe. Cette simple différence de potentiel évaluée à 0,1 volt est due à un des mille éléments du courant général naturel qu'on sait exister dans l'écorce de la terre et qu'on a appelé *tellurique*.

Mon galvanomètre était disposé pour un enregistrement continu et photographique. Les conclusions que j'ai tirées sont basées sur une année entière d'observations. Les voici énoncées brièvement.

Le courant électrique souterrain présente des variations normales parfaitement déterminées et des variations anormales. Les variations anormales correspondent exactement, heure pour heure, minute pour minute, aux tempêtes magnétiques et aux courants extraordinaires qui envahissent les lignes télégraphiques et les câbles sous-marins.

Mais pour les variations normales il en va autrement. Les variations diurnes en particulier sont très différentes. Dans tous les pays du monde les courants telluriques observés dans les lignes télégraphiques ou aériennes présentent bien dans les 24 heures une double oscillation, mais l'oscillation de jour est plus forte que l'oscillation de nuit et, de plus, les heures des maxima et des minima sont comme fixes.

Tout autre est la variation diurne du courant observé entièrement sous terre. Les deux oscillations quotidiennes sont assez peu différentes en amplitude et en outre les heures des maxima et des minima sont essentiellement mobiles, systématiquement mobiles : ces points critiques retardent de 50 minutes par jour.

Par cette marche de ses phases le courant électrique souterrain semble placé sous la dépendance de la Lune qui, elle aussi, retarde de 50 minutes dans sa rotation diurne apparente autour de la terre. Mais la marée océanique, soulevée par l'attraction prépondérante de la Lune, retarde de même de 50 minutes d'un jour au suivant et pourrait à la rigueur engendrer de l'électricité par les mouvements de la masse des eaux.

Si notre satellite était la cause immédiate de ces variations, elles seraient vraisemblablement aussi régulières que ses propres variations angulaires de distance par rapport à Jersey. Ce n'est pas le cas. Notre courant électrique reproduit toutes les irrégularités de la marée, dont la principale, pour ne citer qu'elle, est le retard de 36 à 40 heures de la très haute mer qui correspond à la conjonction du Soleil et de la Lune au 1er jour de la lunaison.

La marée électrique imite de trop près les allures de la marée océanique pour qu'on puisse hésiter à l'en faire dériver comme l'effet de sa cause.

Il y a cependant un fait qui devra attirer tout spécialement l'attention des savants qui voudront bien s'essayer à la théorie de ce phénomène nouveau. Tout concourt à faire apporter les plus fortes variations du courant électrique qui sont dues à des *chutes de potentiel* ou les maxima de la variation diurne, aux plus fortes variations de la mer qui sont des *montées de l'eau* ou les hautes mers ; de plus, les minima du courant *précèdent* de une heure et demie environ les hautes mers qui leur correspondent.

II. La charge électrique de la terre est négative, celle de l'air, à une assez grande altitude, positive. L'électricité négative doit donc tendre à se disperser dans l'air et on peut supposer qu'elle s'échappe du sol en flux continu, surtout si elle trouve un conducteur métallique de bonne surface, de grande hauteur et terminé par une ou plusieurs pointes. C'est évidemment le cas avec la tour d'acier de 50 mètres de l'Observatoire St-Louis de Jersey, surmontée encore d'une forte tige pointue qui met le sommet à 56 mètres du sol.

Elle repose sur quatre massifs de granit, traversés par quatre énormes boulons qui mettent la charpente métallique en contact avec la terre. Pour assurer davantage ce contact on l'a réunie, à sa base, par une forte bande de cuivre rouge à une plaque épaisse de même métal de 1 m^2 de surface enterrée près de l'un des piliers.

Un fil de cuivre isolé a été fixé au plus haut sommet et amené jusqu'à l'observatoire pour être attaché à une des bornes d'un galvanomètre ; la seconde borne est reliée à une autre plaque de cuivre semblable à la première de la tour et enterrée de la même façon à une vingtaine de mètres de distance, dans le même terrain.

Les deux plaques de cuivre rouge semblables, essayées ensemble, n'ont montré qu'une insignifiante différence de potentiel. Dès qu'on introduit entre elles la tour, la différence de potentiel, au moins 20 fois plus grande, s'élève à 0,13 volt. Qu'est-ce que ce courant qui traverse maintenant le galvanomètre ? Il ne peut provenir d'une différence de potentiel entre la plaque de cuivre indépendante et la tour, puisqu'une telle différence est annulée par la plaque reliée directement à la tour. Il faut donc admettre que l'électricité négative du sol qui tend à passer dans l'air prend les deux voies qui la conduisent rapidement à la pointe du grand conducteur, et qui sont les deux plaques de terre ; elle envahit directement la tour par la première, et par la seconde se dirige vers son sommet à travers le galvanomètre et le fil isolé qui y est attaché.

Mon explication se trouve confirmée par la nature des variations du courant qu'on observe.

La variation diurne n'a absolument rien de commun avec la double oscillation du courant horizontal tellurique : elle est *simple* et ses phases sont rigoureusement *fixes*. C'est si vrai, que si l'on fait naître un courant de retour en détruisant l'égalité des deux terres, soit en diminuant la grandeur de la plaque du galvanomètre, soit en substituant une plaque d'un autre métal plus oxydable, alors cette nouvelle terre devenant négative et la tour positive, la forme de la variation est transformée et devient très complexe ; on y reconnaît l'oscillation simple propre de la tour, mais renversée, la double oscillation quoique affaiblie du courant horizontal tellurique, enfin toutes les irrégularités, petites ou grandes, de ce dernier, lesquelles étaient absentes de la variation directe précédente. Cette transformation est certainement un phénomène des plus curieux à observer et à étudier.

Un autre fait qui ne m'a pas moins surpris ni moins intéressé vient corroborer l'explication que j'ai donnée du rôle de la tour entre les deux terres égales. Le courant a ses irrégularités propres qui consistent *invariablement* en un accroissement d'intensité habituellement brusque et notable. La cause de cet accroissement du courant est unique, c'est la *pluie*. On sait que la pluie est elle-même électrisée négativement. Par suite, elle accroît la charge de la terre et l'écoulement par la tour. Il est curieux de constater, par l'observation simultanée du galvanomètre pour la tour et la terre, et de l'électromètre pour l'air, l'effet contraire de la pluie sur les charges de la terre et de l'air ; elle diminue la charge positive de celui-ci et augmente la charge négative de celle-là.

A Jersey la variation diurne du potentiel de l'air (pris avec un sel de radium *élevé haut*) est plutôt simple ; une faible oscillation secondaire qui existe bien en hiver tend à s'effacer en été, contrairement à ce qu'on observe ailleurs où l'on emploie le collecteur à écoulement d'eau *en avant d'un mur* (¹). Or, la variation diurne du courant vertical terre-air par la tour est éminemment simple, hiver et été. Le minimum d'activité s'observe, le matin, entre 5 et 6 h., environ une heure après le minimum du potentiel de l'air ; le maximum a lieu entre 3 et 5 h. du soir, heure moyenne des deux maxima dans l'air qui se présentent toujours après midi. Il est évident que le courant vertical terre-air tient sa variation diurne uniquement du potentiel atmosphérique et reste indifférent aux mouvements horizontaux d'électricité qui peuvent se produire dans le sol.

Dans l'étude de l'échange d'électricité qui se fait entre la terre et l'atmosphère, je ne sache pas qu'on soit arrivé jusqu'ici à aucun résultat tant soit peu ferme. Les observations dont je viens de donner un aperçu n'indiquent-elles pas une méthode nouvelle à la fois plus rapide et plus fructueuse ?

M. A. Witz entretient la Section de ses réflexions sur *l'audition du bruit du canon à grande distance.*

La grande voix du canon s'est fait entendre au cours de la guerre à des distances considérables ; ainsi, à Spa, on a perçu nettement le grondement des pièces de siège de gros calibre, qui ont écrasé les ouvrages blindés des forts de Maubeuge et d'Anvers. On n'en a pas été surpris outre mesure, étant données la puissance et les charges des engins mis en position ; d'autre part, le son était porté par le vent, disait-on ; enfin, les vallées étroites aux parois rocheuses de l'Ardenne formaient des caisses de résonance, qui vibraient à l'unisson des ondes reçues et les renforçaient, en même temps qu'elles les concentraient par réflexion en des foyers

---

(¹) J'ai traité cette question capitale de l'exposition du collecteur d'électricité dans un mémoire qui est sous presse.

déterminés où elles trouvaient un écho. Il y avait en particulier un réduit, vers la Sauvenière, où l'on entendait mieux qu'ailleurs le roulement de l'artillerie, parfois semblable au tonnerre, plus souvent scandé au point de permettre de compter les coups.

Cette longue portée du son n'offrait, à vrai dire, rien de déconcertant. Mais on découvrit bientôt un fait, qui excita plus vivement la curiosité de tous, et faillit dérouter les plus savants. Il fut établi hors de contestation qu'entre les points d'où partaient les ondes et ceux où on les recueillait, il pouvait exister une région dans laquelle on ne les entendait pas, donc une véritable zone de silence.

Le fait n'était pas absolument nouveau ; on l'avait déjà signalé lors de l'explosion d'un dépôt de dynamite à la Jungfrau ; elle avait été entendue à 40, puis à 140 kilomètres, mais avait passé inaperçue à 90 kilomètres. Toutefois l'observation portait alors sur un fait unique imprévu, par conséquent imparfaitement repéré : maintenant au contraire on l'avait constaté à maintes reprises, d'une façon méthodique, en jalonnant les points d'audition et les points sourds. On se trouvait en face d'une expérience présentant un caractère scientifique.

Diverses hypothèses furent présentées pour rendre compte du phénomène ; privés de toute communication avec le dehors, nous n'avons connu que celles dont il a été fait mention dans les rares journaux politiques qu'on nous permettait de lire.

On a fait intervenir d'abord la transmission du son par le sol. Celle-ci existe indubitablement, elle est tributaire de la densité, du degré de consistance et d'élasticité des matériaux de la surface de la terre ; on peut admettre qu'en certains points les vibrations soient étouffées, alors qu'en d'autres elles se répercutent avec ampleur. Mais cette solution est trop simple ; si elle peut répondre à la complexité des faits observés en certains cas, elle est impuissante à rendre compte de la régularité qu'ils présentent généralement, l'intensité du son décroissant progressivement jusqu'à s'annuler, pour reprendre ensuite en progression inverse, jusqu'à un maximum déterminé. D'ailleurs cette explication ne faisait point de place aux influences de l'état de l'atmosphère, qui est un facteur du phénomène.

La loi des variations successives de l'intensité du son le long de sa ligne de propagation se prête beaucoup mieux à l'hypothèse d'un retour des ondes sonores vers la Terre, après une réflexion sur un obstacle existant dans les couches supérieures de l'atmosphère. Il semble que c'est dans cette voie qu'il faut s'engager pour trouver l'explication de la zone de silence : les ondes seraient emprisonnées dans une coquille sphérique, qui les empêche de se perdre dans l'espace ; la coquille a été invoquée pour les ondes hertziennes qui iraient se heurter contre des couches ionisées conductrices ; elle peut exister aussi pour les ondes sonores. Mais où se trouve la couche réfléchissante et quelle est-elle ?

Il faut la chercher à une certaine hauteur, sinon l'onde réfléchie reviendrait au sol dans les limites où l'onde directe est encore perceptible et elle se superposerait à celle-ci sans donner lieu à l'observation du point silencieux Par contre, on ne saurait situer le miroir à une trop grande hauteur, car la raréfaction de l'atmosphère empêcherait l'onde d'arriver jusqu'à lui. Les aéronautes n'ont pas dû s'élever à 10.000 mètres pour constater que les bruits de la surface ne les atteignaient plus, et nos hardis aviateurs n'entendaient plus le fracas de la bataille qui faisait rage à leurs pieds, aussitôt qu'ils la dominaient d'assez haut. Cette remarque pourrait écarter l'hypothèse d'une réflexion sur les couches supérieures de la stratosphère où dominent l'hydrogène et l'hélium, voire même le géocoronium de Wegener, et elle fortifiera l'argument de ceux qui invoquent une réflexion sur les nuages.

Les études de Tyndall donnent à cette théorie une certaine probabilité ; et pourtant, a-t-on dit, la zone de silence existe en l'absence de tout nuage visible ; mais faut-il qu'un nuage soit visible pour agir ?

Des courants aériens de vitesses inégales peuvent produire une réfraction du son et par suite une réflexion totale, et lord Raileigh a donné une formule permettant de calculer la déviation subie en fonction de la différence de vitesse des veines superposées. Cette thèse pourrait être défendue avec succès.

En voici une autre plus ingénieuse assurément, mais d'une vérification malaisée : nous l'appellerons la thèse de l'*anti-mirage*. Le mirage est une illusion d'optique, qui nous fait apercevoir l'image renversée des objets éloignés ; Monge en a donné l'explication fondée sur une densité croissante vers le haut des couches de l'atmosphère chauffées et dilatées au contact d'un sol brûlant. Un rayon lumineux qui les traverse subit, en passant de l'une à l'autre, des réfractions successives qui amènent une réflexion totale. Pas n'est besoin d'aller dans les déserts de l'Égypte pour observer cette réflexion : des marins ont vu dans l'atmosphère l'image renversée des côtes éloignées par suite d'une gradation invérse des densités des couches d'air, plus froides en bas, en vertu de l'action réfrigérante de la nappe d'eau de la mer. C'est le phénomène inverse du mirage, c'est l'anti-mirage. Il suffit donc d'admettre dans les couches d'air superposées une augmentation de température vers le haut, pour avoir l'explication d'une réflexion rabattant les ondes sonores vers le sol. Elle est admissible ; le fait constaté en mer plaide en sa faveur ; d'ailleurs, lors des expériences effectuées en 1822, entre Villejuif et Montlhéry, pour déterminer la vitesse du son, on a relevé des perturbations dans la transmission qui la confirment. Enfin M. Reynolds rapportait en 1876, dans le PHILOSOPHICAL MAGAZINE, une nouvelle constatation faite sur les côtes d'Angleterre.

Il est difficile de se décider encore entre ces diverses théories ; elles méritent d'être étudiées, car la question soulève des considérations scientifiques d'une grande importance et d'un vif intérêt.

M. le comte de Limburg-Stirum fait part de quelques observations intéressantes sur le même sujet.

Troisième Section

La Section décide de maintenir au programme les questions de concours, sauf celle concernant les diptères de l'ambre de la Baltique.

M. A. Proost dépose sur le bureau l'introduction d'un ouvrage à paraître prochainement :

Autour de mon village. — Promenade d'un naturaliste agronome dans l'Ardenne brabançonne.

M. le curé Claerhout présente un travail sur le nom de Gand. La Section prie MM. Gillès de Pélichy et de Pierpont de bien vouloir en faire rapport.

M. De Wildeman présente la suite de son mémoire sur la Flore du Katanga. Comme ce travail présente une certaine longueur, on propose : 1) qu'il paraisse par tranches dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE ; 2) qu'une table sommaire mais générale soit placée à la fin de l'ouvrage.

M. A. Proost attire l'attention des membres sur une observation, plusieurs fois faite, mais qu'il est bon de rappeler : la transmission à l'homme de l'ombricoïde (genre Ascaris) par la grosse limace rouge (Arion rufus) déposée sur les feuilles de laitue (1).

M. A. Proost fait ensuite une communication sur *la science allemande et la classification botanique et zoologique.*

Rappelant une conférence donnée par lui à Louvain en 1871, il attire l'attention sur l'influence néfaste de la philosophie germanique personnifiée par Kant, Hegel, Schelling, dont les œuvres furent popularisées en France par l'école de Cousin. Il rattache à ces errements de principe la manie de multiplier les noms des genres en botanique et en zoologie, lorsqu'on pourrait se borner à établir dans le même groupe générique des divisions pour faciliter l'étude des espèces. Les Allemands ont rendu la science naturelle pesante et chargée, au grand préjudice de l'enseignement et du progrès. « Simplifier, c'est progresser » est vrai surtout en terminologie.

Il insiste ensuite sur les nombreux faits de mauvaise foi scientifique dont se sont rendus coupables des savants allemands, soit pour étayer des théories philosophiques, soit pour faire de la réclame à des entreprises commerciales.

---

(1) Cf. FEUILLE DES JEUNES NATURALISTES, 1er août 1911 ; — BULL. DE LA SOC. DES SCIENC. NAT. DES ALPES MARITIMES, 1910.

M le comte de Limburg-Stirum confirme, au point de vue agricole, les idées de M. Proost.

Tout en faisant quelques réserves au sujet de l'exposé fait par M. Proost, M. Renier reconnaît qu'il y a là un champ ouvert à la recherche et propose à la Section, qui approuve, d'inviter les membres à recueillir, pour la session d'octobre, des preuves précises de falsifications scientifiques imputables aux savants allemands.

Quatrième Section

En ouvrant la première séance d'après-guerre, M. le Dr Van Keerberghen, président, dans une allocution émue, se fit l'interprète des sentiments de l'assistance. Rendant gloire à Dieu, centre et foyer de toute vérité et de toute justice, il paya à notre grand Roi, à notre armée triomphante, à nos vaillantes populations, indomptables sous l'oppression, et aux héros qui souffrirent et moururent pour la patrie aimée, le tribut d'une admiration reconnaissante. Parmi ces nobles victimes il faut, hélas ! compter plus d'un des nôtres, dont les mérites scientifiques et le caractère faisaient honneur à la Société scientifique. Ce sont : le Professeur Degive, naguère directeur de l'École vétérinaire de l'État, les Drs Delaunois, Huyberechts, Laruelle, Van Aubel, les Professeurs Van Gehuchten et Verriest, de l'Université de Louvain. Le souvenir de ces existences, incarnations du travail et de l'honneur, restera vivant parmi nous.

M. le Dr Daels professeur à l'Université de Gand, donne ensuite lecture d'un projet de tract destiné, dans sa pensée, à vulgariser l'examen d'une grave question de morale sociale, celle de *l'initiation des masses à la lutte contre les infections vénériennes.*

Cette intéressante communication peut se résumer dans les propositions suivantes, formulées par notre collègue :

« La guerre a amené une recrudescence notable des maladies vénériennes.

La lutte contre les maladies vénériennes, de façon plus spéciale, la lutte en vue de faire accepter par les masses un traitement médical sévère et suivi de l'infection syphilitique, s'impose à notre attention.

La propagande individuelle n'atteint pas les masses ; elle se trouve être de portée trop restreinte, d'efficacité trop douteuse en face de l'étendue du péril vénérien.

Il faut à cette heure l'initiation des masses.

Nous soumettons à votre appréciation une brochure destinée à l'initiation des masses et conçue suivant les idées directrices suivantes :

Nous estimons que c'est une erreur de plaider dans un opuscule de vulgarisation, que les maladies vénériennes ne sont pas des maladies honteuses. Lorsqu'un congrès international de prophylaxie vénérienne a solennellement proclamé que l'abstention sexuelle, en dehors du mariage, doit être recommandée avec insistance à tous les jeunes gens, nous estimons qu'il est pour le moins déplacé de considérer la maladie vénérienne comme la chose la plus naturelle du monde.

Nous devons considérer la maladie sexuelle comme un accident survenu à la suite d'une faiblesse morale, d'une chute ; ce sera la vérité 99 fois sur 100.

Nous croyons que le sentiment du devoir est beaucoup plus à même de relever et d'encourager les malades que la seule idée de préservation égoïste. L'idée du devoir doit dominer, au point de vue sentimental, dans les brochures de vulgarisation.

La vérité doit être dite tout entière, sans note d'optimisme, mais sur un ton de confiance et d'encouragement. Tout doit être dit, mais sans que le malade en arrive à désespérer de quoi que ce soit.

Au moment où l'on parle trop résolument de la guérison de l'infection syphilitique au bout de quelques mois, la nécessité du traitement médical et du contrôle médical poursuivis doit être plaidée de façon particulièrement impérative, si nous voulons éviter que des milliers de syphilitiques ne soient victimes de traitements interrompus trop tôt ou pendant trop longtemps.

Le malade doit être initié à la signification des résultats des examens du sang, afin qu'il ne base point sur ces résultats des conclusions erronées.

Nous estimons impossible d'interdire le mariage aux syphilitiques, et croyons qu'il est, au contraire, indiqué de leur souligner qu'un traitement sévère et poursuivi, contrôlé durant toute la vie, leur assure une progéniture saine. Nous croyons fermement que c'est le seul moyen de conjurer les plus grands dangers sociaux de la syphilis.

Nous prenons comme titre de la brochure un impératif :

Vous devez guérir !

Cette communication, qui aborde un problème d'une si pressante actualité, suscite une discussion, au cours de laquelle M. le Dr François, appuyé par d'autres membres, émet la proposition d'examiner la question de l'opportunité d'un enseignement qui serait donné, à la dernière année des études moyennes, par un médecin, d'accord avec la direction du collège, enseignement qui comporterait des notions suffisamment complètes d'hygiène, et notamment une initiation, faite dans les conditions voulues, aux questions de morale sexuelle.

Il est décidé que cette question sera portée à l'ordre du jour de la prochaine réunion.

M. le Dr De Backer, assistant à l'Université de Gand, communique un travail sur la *radiothérapie des tumeurs malignes*, dont ci-après le résumé :

Quelle est la valeur du traitement radio-actif des tumeurs malignes ?

I. Essayer un traitement radiothérapique avant le traitement chirurgical est contre-indiqué. Cet essai fait courir au malade des dangers sérieux :

1) Nous ne sommes pas fixés sur l'action des rayons ou du rayonnement des substances radio-actives sur les parties profondes des tumeurs ou sur les métastases voisines ;

2) Nous ne connaissons ni la qualité optima ni la dose optima des rayons qui, dans un cas donné, exercent sur les cellules néo-

plasiques l'action destructrice sélective que nous voulons obtenir. Les cellules néoplasiques les plus sensibles au rayonnement sont en même temps celles qui métastasent le plus facilement. Les tumeurs pour lesquelles l'essai serait le moins dangereux sont constituées par les cellules les moins sensibles au rayonnement ;

3) Une récidive après un premier traitement radiothérapique est plus réfractaire à une nouvelle action des irradiations.

Chaque fois que l'intervention chirurgicale large est possible et ne fait point courir de trop grands dangers au point de vue vital, elle constituera le traitement de choix ; elle doit toujours être suivie d'un traitement radiothérapique prophylactique aussi prolongé que possible ; elle sera souvent complétée par un traitement radiothérapique curatif. La technique chirurgicale doit tenir compte de cette dernière éventualité, et prévoir l'application ultérieure profonde de substances radio-actives.

II. La radiothérapie peut être indiquée avant l'intervention chirurgicale pour aseptiser le champ opératoire de façon à éviter ou à diminuer les dangers de l'auto-infection par diminution ou suppression des nécroses tissulaires.

III. La radiothérapie est la ressource la plus précieuse dès qu'il s'agit de malades opérables qui refusent l'intervention chirurgicale.

IV. La radiothérapie est le meilleur traitement pour les tumeurs inopérables ; au cours du traitement radiothérapique, des tumeurs inopérables peuvent devenir opérables ; certaines tumeurs inopérables ont été guéries par un traitement radiothérapique intensif et suffisamment prolongé.

M. le Dr De Backer entretient ensuite la Section de la *technique de l'irradiation gynécologique du petit bassin*.

Ce travail qui intéressa vivement l'assistance est publié dans la partie des ANNALES réservée aux mémoires.

M. le Dr Struelens fait part de quelques considérations d'un intérêt pratique qui impose l'attention, *au sujet des dangers que présentent certains modes d'administration de la narcose chloroformique.*

Il serait utile, pense-t-il, de fixer l'attention des médecins sur les nombreux cas d'intoxication par l'administration abusive du chloroforme dans la narcose chirurgicale.

Il arrive même que des chirurgiens confient la manipulation de cet élément toxique à des personnes étrangères à la profession médicale, et il en résulte une responsabilité dont les conséquences peuvent être des plus graves.

Dans un de ses plus célèbres aphorismes, le père de la médecine, Hippocrate, disait : « Divinum est opus sedare dolorem », et l'anesthésie a épargné d'atroces douleurs à des millions de nos soldats sur le champ de bataille.

C'est incontestablement une des plus belles conquêtes que puisse enregistrer la chirurgie moderne, et il importe de ne pas compromettre son prestige par une application imprudente.

Il n'entre pas dans mon intention de passer en revue les différents anesthésiques préconisés à l'heure présente et les conditions spéciales qui justifient leur emploi.

Bornons-nous à mentionner que dans la narcose chirurgicale le chloroforme joue un rôle prédominant, et il importe de ne pas se méprendre sur le caractère toxique de ce produit chimique.

Le chloroforme exerce une action nocive élective sur le cœur en paralysant les ganglions nerveux qui règlent son mouvement rythmique.

Des observations et des expériences de laboratoire ne laissent guère de doute à cet égard.

La méthode dite de « sidération », qui consiste à faire respirer au malade, dès le début de la narcose, une grande quantité de chloroforme, amène brusquement dans le courant sanguin, par l'intermédiaire des muqueuses respiratoires, un élément toxique susceptible de déterminer la syncope cardiaque, accident des plus graves, réfractaire à toute intervention thérapeutique, et nullement influencé par les manœuvres, dites de respiration artificielle, dont l'action est souvent si efficace dans les asphyxies d'origine pulmonaire.

Telle est l'opinion du professeur Ch. Richet, membre de l'Institut de France, dans le discours magistral prononcé en octobre 1918, à la séance solennelle des cinq Académies de l'Institut de France. Il s'insurge avec véhémence contre la tendance moderne qui détermine certains chirurgiens à administrer le chloroforme par doses massives, en vue de supprimer la période d'excitation nerveuse qui gêne ou retarde souvent l'opération chirurgicale.

Lorsque le malade blessé est affecté d'une cardiopathie, d'une dépression profonde de l'organisme par l'épuisement, par l'hémorragie, l'affaiblissement ou la paralysie du système nerveux, les moindres inhalations d'éther et surtout de chloroforme peuvent amener la mort du cœur, si dangereusement affaibli déjà.

Dans ces conditions, le professeur Richet préconise une méthode nouvelle qui semble avoir donné les résultats les plus heureux. Il injecte dans une veine une combinaison de chloral avec le glycose, nommée chloralose. Cette injection endort le cerveau, et par conséquent la conscience de la douleur ; mais le chloralose n'endort nullement la moelle, et par conséquent ne supprime pas les réflexes.

C'est une difficulté pour le chirurgien, mais une sécurité pour l'intéressé. Même quand la pression artérielle est si faible que le pouls radial n'est plus senti, une injection de chloralose fait reparaître le pouls radial, et les battements du cœur reprennent quelque force.

En même temps que l'insensibilité, le blessé ou le malade a regagné quelque vitalité.

Le professeur de physiologie de l'Institut de France ajoute qu'il a pratiqué une cinquantaine d'anesthésies par le chloralose et, à l'entendre, les résultats auraient été des plus remarquables ; mais, conclut-il, ce n'est qu'un commencement, et il faut beaucoup de temps pour qu'une méthode nouvelle prenne toute son ampleur et devienne classique.

Enfin M. le D^r Maroy présente des considérations cliniques qui résultent de l'observation attentive d'une épidémie de grippe.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI, 1er MAI 1919

La séance s'ouvre à deux heures et demie, sous la présidence de M. le Professeur A. Witz, des Facultés catholiques de Lille, qui prend la parole en ces termes :

MESDAMES ET MESSIEURS,

C'est avec une émotion profonde que j'ouvre cette assemblée générale qui emprunte une grave solennité aux tragiques bouleversements que nous venons de traverser.

Nous nous réunissons pour la première fois depuis notre assemblée de Pâques 1914 ; depuis lors, que d'événements et quels événements ! La session d'automne devait se tenir à Tournai, à deux pas de cette frontière politique qui n'existe plus depuis longtemps pour nous, tant était devenue intime la collaboration de nos membres belges et français ; c'était entre nous plus qu'une entente cordiale, c'était une alliance étroite, une véritable fraternité, formée entre des hommes, animés d'un même idéal, enflammés d'une égale ardeur pour le progrès, la diffusion et les applications de la science. Cette alliance, elle est aujourd'hui scellée d'un sceau sacré, imprégné du sang répandu en commun par nos frères et nos fils sur les mêmes champs de bataille, et mouillé des larmes versées par nos femmes et nos filles derrière le front de fer et de ciment qui nous séparait des provinces de France restées inviolées.

Tandis qu'eux, là-bas, toujours animés du plus vif enthousiasme et remplis de la plus indomptable énergie, qu'ils puisaient dans la certitude de vaincre, poussaient glorieusement l'héroïsme à ses dernières limites, en aimant et en servant la patrie jusque dans la mort, nous, les malheureux habitants de ces régions pillées et martyrisées, nous l'avons aimée et servie obscurément, jusqu'au fond de la plus extrême misère ; retranchés de l'univers civilisé, pleins d'angoisses sur le sort de tout ce qui nous était cher, nous avons goûté l'amertume des orgueilleux dédains, les rigueurs des viles délations, des amendes, des emprisonnements, et des plus odieux traitements, n'ayant d'autre moyen d'action que de lever les bras vers le ciel, d'autre moyen de résistance que de tenir la tête haute en conservant au plus secret de nous-mêmes, comme notre plus précieux trésor, nos raisons d'espérer « quand même ».

Elles n'ont pas été trompées, ces espérances, et, une fois de plus, la foi a vaincu le monde !

Notre victoire est avant tout celle de la justice et du droit sur la force brutale, mais c'est aussi le triomphe de la puissance de sympathie de notre race gauloise sur la morgue hautaine des Germains, le triomphe de son génie de lumière et de son savoir limpide sur leur culture sans beauté et sans idéal, et sur leur érudition trouble, à force de vouloir être profonde.

Cette victoire, conquise par la guerre, doit être achevée dans la paix ; ce ne sont que les premiers actes du drame, ceux qui viennent d'être joués, et il ne nous sera donné que plus tard d'en applaudir le dénouement. En ce moment, où les armes se reposent, ce serait une faute de démobiliser toutes nos forces. L'ennemi, dont les épais bataillons ont reculé en débandade, prépare sa revanche sur un autre terrain, celui de la science, de la technique et de l'industrie, dont il se croit encore maître. Il faut lui arracher cette dernière illusion, et, pour cela, la Belgique et la France ont besoin de nombreux concours, du nôtre en particulier. Notre Société, fondée sur l'accord de la science la plus avancée avec la foi la plus éclairée, ne manquera pas à sa mission, qui lui trace son devoir.

Nous avons donc sonné le ralliement et vous avons convoqués à cette assemblée générale qui doit nous faire entonner l'alleluia de la délivrance, et marquera la résurrection de notre activité.

Cette sonnerie, vous l'avez entendue et vous êtes venus à son appel.

Il faut reformer nos rangs et nous compter. Hélas ! que de vides dans nos rangs décimés !

Que de collègues que mes yeux et mon cœur cherchent, sans les trouver, et qui ne reviendront plus !

Nous ne connaissons pas encore exactement le chiffre de nos pertes, au front et derrière le front, mais nous les savons grandes et douloureuses ; la mort nous a frappés surtout à la tête, et ce sont les blessures dont on souffre le plus cruellement.

En attendant que nous rendions à cette élite un hommage digne d'elle, je ne peux aujourd'hui que nouer un crêpe autour des noms de ceux que nous pleurons, et vous dire brièvement ce que nous avons perdu en eux.

Nous ne les reverrons plus au milieu de nous, distribuant le travail, organisant et stimulant nos efforts, ces deux admirables secrétaires, qui avaient recueilli les traditions du P. Carbonnelle et perpétuaient son esprit parmi nous, le professeur Mansion et le P. Thirion.

Paul Mansion, le maître éminent de l'Université de Gand, le mathématicien consommé, le philosophe profond, l'homme complet : il laisse une œuvre considérable dans le domaine de l'analyse infinitésimale, de la géométrie, de la mécanique, du calcul des probabilités, œuvre que je ne peux résumer ici, mais qui remplit nos ANNALES. Nous garderons avec respect le souvenir vivant de cette vaste érudition, qui lui permettait de projeter de la lumière dans toutes les discussions, et de cette ardeur de conviction un peu combattive, qui faisait de lui un apôtre du vrai et du bien et ne lui aliénait aucune amitié.

Le P. Thirion, le jésuite modeste et savant, travailleur inlassable, écrivain distingué, professeur incomparable, admirablement doué pour toutes les études, qui a prodigué pendant un tiers de siècle son activité et ses talents au service de notre Société : il dirigeait avec autorité et avec grande sûreté de main notre REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, dans laquelle 31 articles de fond et plus de 200 articles de variétés sont signés de son nom. Nous lui avions voté, il y a quelques années, de publics remerciements, en lui conférant la médaille de la *Société scientifique* : c'était reconnaître, mais sans l'acquitter, la dette contractée envers lui.

L'Institut de France comptait parmi nous quatre membres et un correspondant, qui sont morts durant la guerre.

Amagat, professeur de physique à l'Université catholique de Lyon, avant d'être examinateur à l'École Polytechnique, a continué l'œuvre de Regnault, dont il est devenu l'égal par l'ingéniosité des moyens et la précision des résultats ; son merveilleux esprit pratique a fait de lui un expérimentateur consommé et un constructeur d'une rare habileté. On ne saurait assez louer la maîtrise avec laquelle il a surmonté des difficultés réputées invincibles jusque-là ; il a mesuré des pressions de gaz de 3000 atmosphères à des températures de 360 degrés. Son grand mémoire de 1893 sur l'élasticité et la dilatabilité des fluides est son œuvre magistrale, mais il restera autre chose de lui, notamment ses études sur les réseaux d'isothermes et les états correspondants, ainsi que ses travaux sur l'élasticité des solides.

René Zeiller, le maître de la paléontologie végétale française, partagea sa vie entre les recherches originales de paléobotanique et ses fonctions d'ingénieur au corps des mines où il fit encore œuvre de savant : le botaniste étudiait les vestiges des végétaux fossiles, déterminait leur place dans la classification et leur distribution dans l'espace et dans le temps ; l'ingénieur, après avoir démontré que ces fossiles végétaux caractérisaient les couches de terrain aussi bien que les fossiles minéraux, appliquait la comparaison des flores à l'identification d'assises déterminées dans des contrées trop éloignées les unes des autres pour permettre de vérifier la continuité des gisements.

Il couronna son œuvre par la publication d'une histoire de la paléobotanique, parue en 1915, peu de jours avant sa mort ; Dieu lui épargna la douleur de connaître la perte de deux gendres, glorieusement tombés au champ d'honneur.

En inscrivant Gosselet parmi nos membres d'honneur, nous avons voulu rendre hommage à l'éminent géologue de l'Ardenne belge et française ; la monographie, qu'il en donna, en 1888, décrivait les terrains constituants de cette vaste région, leurs caractères pétrographiques et leurs transformations d'origine métamorphique. La science théorique lui doit la notion des mouvements tangentiels de l'écorce terrestre, qui est aujourd'hui une des idées directrices de la géologie ; il a grandement contribué à faire connaître aux techniciens la structure du bassin houiller franco-belge. Gosselet fut avec Duhem un des premiers membres non résidants de l'Académie des Sciences.

Pierre Duhem ! Ce n'est pas en quelques lignes qu'on peut résumer le fruit du labeur merveilleusement fécond de trente années d'études entièrement consacrées à la science. L'œuvre de Duhem est immense, d'une remarquable profondeur et d'une étonnante variété ; il en a tracé lui-même une esquisse dans le relevé de ses titres et travaux scientifiques. « En taillant les uns

» après les autres tous ces fragments, disait-il modestement, » nous avions sans cesse présente à l'esprit l'idée d'une doctrine » simple et harmonieuse, que notre poussière mosaïque tentait » de réaliser. »

Cette doctrine, il l'a décomposée en trois parties :

Recherches de physique théorique ;

Examen logique de la théorie physique ;

Recherches sur l'histoire des théories physiques.

Les *Recherches* sont d'un caractère essentiellement théorique et critique, car l'auteur n'était pas un physicien de laboratoire ; elles ont porté surtout sur la mécanique des corps fluides et élastiques et la codification des principes de l'énergie et de la mécanique chimique, dans laquelle il a démêlé avec une géniale intuition les actions de frottement et de viscosité et les effets des faux équilibres. Dans son *Examen*, il a émis des manières de voir très personnelles, que tous n'ont point partagées d'abord dans leur intransigeante entièreté, mais auxquelles il apporta plus tard de sages tempéraments. Les recherches sur l'histoire des théories ont révélé un historien averti de la mécanique des anciens et des méthodes des maîtres de la scolastique et de la renaissance. La postérité rangera Duhem parmi les plus grands esprits de notre époque.

Il était aussi des nôtres cet homme simple et bon, ce scrutateur sagace et ingénieux des mœurs des insectes, que Darwin appelait « l'observateur inimitable », le narrateur exquis et le poète enthousiaste en qui Victor Hugo saluait un confrère ; vous avez reconnu à ces traits l'ermite et le patriarche de Sérignan, Fabre, qui s'est éteint, en 1915, âgé de 92 ans, auréolé des rayons d'une gloire qu'il n'avait pas cherchée, et dont il ne fut pas ébloui. Son œuvre écrite se compose de ses *Souvenirs entomologiques*, d'odes et de chants, dans la savoureuse langue des félibres provençaux ; mais il devra surtout sa célébrité à la méthode d'observation, qu'il a créée, et qui fait l'honneur du génie français.

L'Université de Louvain porte le deuil d'un de ses professeurs les plus éminents, de Van Gehuchten, l'illustre anatomiste du système nerveux de l'homme : la troisième édition du célèbre traité dans lequel le maître a condensé son brillant enseignement est épuisée ; un nouvel ouvrage était en préparation sur les maladies du système nerveux, dans lequel notre savant collègue abordait l'étude de la pathologie nerveuse en clinicien autant qu'en anatomiste ; il y développait magistralement sa théorie des réflexes. Il faisait de ces questions, qui lui étaient familières, l'objet de ses cours à l'hospitalière Université de Cambridge, lorsque la mort vint mettre un terme à cette carrière si bien remplie.

La disparition de cet homme considérable laissera un grand vide dans notre quatrième Section.

Le décès de l'astronome Wolf, de l'Institut, que j'apprends à l'instant et celui de Charles de Kirwan, qui a donné tant d'articles à notre Revue, sous son nom et sous le pseudonyme de Jean d'Estienne, nous touchent non moins vivement.

Les Facultés catholiques de Lille ont perdu, dans la personne de Jules Delemer, un professeur distingué et un travailleur laborieux, qui n'aurait pas manqué de leur faire grand honneur, si la mort n'avait tranché sa trop brève carrière scientifique. Élève de notre éminent collègue M. Boussinesq, il soutint en Sorbonne, en 1895, une thèse sur les mouvements de l'eau dans les tubes capillaires ; elle fut remarquée et l'Académie décerna le prix Boileau à son jeune auteur. Il s'adonna depuis lors à des recherches d'acoustique et d'optique, qui ont donné lieu à d'intéressants articles recueillis par nos Annales et notre Revue des Questions scientifiques.

Elle est douloureuse et bien longue l'énumération que je viens de faire : Dieu veuille qu'elle ne s'allonge pas encore !

Honneur, respect et reconnaissance à la mémoire de tous nos collègues défunts, de ceux que je viens de citer et de ceux dont j'ignore les noms ; quel que soit le rang qu'ils ont occupé dans la hiérarchie de la science, tous ils ont lutté, souffert et mérité avec nous ; ils n'ont pas eu, comme nous, le bonheur de voir poindre le jour béni de notre libération et d'acclamer avec nous nos libérateurs. Avec quel enthousiasme ils se seraient joints à nous pour relever les ruines accumulées et pour restaurer ce qu'a détruit la sauvage ruée des barbares ! Écoutez la voix qu'ils vous font entendre de l'au-delà pour vous conjurer de réédifier la grande œuvre du passé.

Cette voix, vous l'avez entendue, cher Monsieur Lagasse de Locht ; vous avez servi à la Société de président et de secrétaire et vous avez donné à tous l'exemple, en réunissant le Conseil, en préparant cette assemblée, en obtenant du général baron Greindl la conférence que nous allons applaudir tout à l'heure. Vous avez trouvé à M. Mansion un successeur digne de lui, dans la personne de M. Ch. de la Vallée Poussin, qui a fait entendre sa voix éloquente et ses savantes leçons en Amérique, en Suisse, et enfin en France, à la Sorbonne, et dont l'Académie des Sciences vient de reconnaître le talent en le mettant au nombre de ses correspondants; vous avez donné à la Société un secrétaire, qui a été un collaborateur du P. Thirion et deviendra le continuateur de son action.

Tous ensemble nous ferons appel à la jeunesse ; nous avons besoin de ses généreuses initiatives pour venir au secours des énergies qui tombent et des ardeurs qui s'éteignent. Qu'elle vienne à nous et notre Société rajeunie vivra d'une vie plus intense que jamais pour le salut de la patrie et la plus grande gloire de l'Église, notre commune mère, la souveraine inspiratrice de notre zèle et le phare lumineux qui éclairera nos pas dans la poursuite du vrai et du beau, but suprême de nos efforts.

Après cette allocution, M. le Président fait à l'assemblée les propositions suivantes :

1° Envoyer une adresse au Souverain Pontife. Le Conseil recevrait mandat de la rédiger.

2° Proroger les mandats du Conseil d'une durée équivalente à celle pendant laquelle ils sont restés sans effet par suite de la guerre.

Ces propositions sont adoptées.

La parole est donnée au R. P. Willaert, secrétaire, pour la lecture du rapport sur les travaux de la Société depuis la session de Pâques 1914.

Vers la fin de l'année 1918, notre éminent et regretté secrétaire général, Paul Mansion, dans une lettre adressée à notre vice-président, M. Lagasse de Locht, annonçait le déclin rapide de ses forces et, soulignant sa phrase, il ajoutait : *Je prévois que je ne pourrai plus rien faire pour notre Société scientifique, sauf un rapport d'adieu, mon trentième rapport, aux Pâques 1919.*

Cet espoir est déçu ; la mort a mis trop de hâte à nous ravir notre cher secrétaire. C'est à la place de M. Mansion et pour ainsi dire en son nom que j'ai l'honneur de vous soumettre le rapport du secrétariat pour l'exercice écoulé 1914 à 1918.

I. PUBLICATIONS

1° **Annales.** Depuis avril 1914, la Société a fait paraître les fascicules 2, 3 et 4 du tome XXXVIIIe des Annales, correspondant à l'année sociale 1913-1914. Les deux derniers fascicules ont été imprimés sous l'occupation allemande. Ils présentent des omissions ; car il a été impossible à la rédaction de communiquer avec les secrétaires des sections et avec les auteurs. Le prochain fascicule comblera les lacunes.

Le XXXVIIIe volume des Annales comprend 733 pages, se répartissant comme suit entre les diverses sections :

Sciences mathématiques	154	pages
Sciences physiques	157	»
Sciences naturelles	252	»
Sciences médicales	67	»
Sciences économiques	1	»
Sciences techniques	7	»
Documents	95	»
	733	»

2° La Revue des Questions scientifiques a publié la livraison de juillet et celle d'octobre 1914, qui forment le tome LXXVIe de la Revue.

La dernière livraison sera expédiée aux abonnés dans quelques jours. Elle porte, hélas ! la marque de l'épreuve douloureuse. De ses cinq articles de grand texte, trois sont signés de noms que nous ne prononçons aujourd'hui qu'avec tristesse, car ils représentent des deuils.

Ce sont : un article de Duhem sur *L'astrologie au Moyen Age ;* une étude statistique de Mansion sur *La quotité de vie d'une nation par kilomètre carré ;* un article du R. P. Thirion sur *Les Pléiades.*

Voici la liste des articles principaux publiés dans la Revue au cours du dernier exercice annuel :

1. *R. P. L. Boule, S. J.* L'élément nerveux.
2. *Vte R. d'Adhémar.* Les hypothèses cosmogoniques.

3. *R. P. J. Charles, S. J.* Le compromis austro-hongrois.

4. *R. P. R. Derisé, S. J.* La parthénogénèse *(fin)*.

5. *C^te Louis de Lichtervelde.* Un nouveau pas vers l'autonomie des chemins de fer.

6. *A. Witz.* L'invention de Rodolphe Diesel.

7. *É. Harmant.* Le chemin de fer du Loetschberg au point de vue des intérêts belges.

8. *Ch^ne V. Grégoire.* La variabilité dans les végétaux et la sélection artificielle.

9. *A. E. Janssen.* Le Gold point : théorie et pratique.

10. *R. P. L. Boule, S. J.* Le rôle de l'encéphale dans la fonction sensorielle.

11. *R. P. J. Charles, S. J.* L'industrie autrichienne.

12. *C^te de Montessus de Ballore.* L'œuvre sismologique de J. Milne.

13. *R. P. L. Boule, S. J.* L'élément nerveux *(suite)*.

14. *V^te de Montessus de Ballore.* La balistique du fusil de chasse.

15. *G. Delépine.* Origine et histoire d'une chaîne de montagnes : les Alpes.

16. *R. P. F. Willaert, S. J.* Le milieu interstellaire.

17. *A. Haibe.* La fièvre typhoïde et la vaccination antityphoïdique.

18. *R. P. M. Dechevrens, S. J.* Les ondes hertziennes atmosphériques.

19. *P. Bruylants.* Les actions catalytiques en chimie.

20. *R. P. J. D. Lucas, S. J.* Les paratonnerres à l'Association électrotechnique allemande.

21. *R. P. L. Boule, S. J.* L'élément nerveux *(fin)*.

22 *Rédaction.* S. S. le Pape Benoît XV.

23. *P. Duhem.* L'astrologie au Moyen Age.

24. *É. De Wildeman.* Les forêts congolaises.

25. *P. Mansion.* La quotité de vie d'une nation par kilomètre carré.

26. *R. P. J. Thirion, S. J.* Les Pléiades.

27. *C. Beaujean.* Une enquête sur l'assurance populaire sur la vie.

Dans les pages en petit texte ont été analysés soixante-dix-sept ouvrages relatifs aux mathématiques, à l'astronomie, à la physique, à la chimie, à la biologie, à la géologie, à la botanique, à la sociologie, à la philosophie.

En outre, trois articles de Variétés, douze Revues annuelles des Recueils périodiques fixent les derniers progrès des sciences techniques, de la météorologie, de l'astronomie, de l'histoire, des mathématiques, de la géologie, de la géographie, de l'entomologie.

II. SESSIONS

Nous n'avons à mentionner que la session de Pâques 1914, tenue à Bruxelles, suivant les traditions.

La première conférence, documentée par une série de beaux clichés de projection, fut faite par M. l'abbé Delépine, professeur aux Facultés catholiques de Lille, sous le titre : *Origine et histoire d'une chaine de montagnes : les Alpes*.

Dans la seconde conférence, le Dr Haibe, de l'Institut bactériologique provincial de Namur, traita de *la Fièvre typhoïde et la Vaccination antityphoïdique*, sujet auquel la guerre devait donner, peu de temps après, une actualité inattendue.

M. P. Bruylants, professeur à l'Université de Louvain, exposa dans la troisième conférence la question des *Actions catalytiques en chimie*.

Ces trois conférences ont paru in extenso, sous forme d'articles, dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

III. ÉTAT STATISTIQUE

A Pâques 1914 notre Société comptait 536 membres. Depuis l'armistice elle a accueilli dans son sein neuf nouveaux membres. Cet accroissement est loin de compenser, hélas ! les pertes subies au cours de la guerre.

Le nombre exact de nos défunts ne nous est pas encore connu. Il s'élèvera vraisemblablement à soixante environ.

Le secrétaire soumet ensuite à l'assemblée les comptes de la Société pour l'exercice 1914. Ces comptes sont approuvés. En voici le détail :

RECETTES ET DÉPENSES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE PENDANT L'ANNÉE 1914

Revue des Questions scientifiques

RECETTES		DÉPENSES	
Produit des abonnements fr.	7115,90	Impression, illustration et expédition	5967,05
Vente d'anciennes livraisons	128,10	Collaboration.	3885,75
Subside du capital	3184,27	Administration et propagande	575,47
	10428,27		10428,27

Annales

RECETTES		DÉPENSES	
Produit des cotisations . .	6427,10	Impression, illustration et expédition	3268,48
Vente d'anciens volumes. .	19,00	Indemnités des secrétaires .	2060,00
Vente de brochures . . .	7,00	Frais des sessions	765,85
	6453,10	Excédent	358,77
			6453,10

Société

RECETTES		DÉPENSES	
Coupons	1382,97	Subside à la *Revue*	3184,87
Intérêts du compte courant.	1680,45	Excédent	237,32
Excédent du compte des *Annales*.	358,77		3422,19
	3422,19		

La parole est donnée au Général Baron Greindl, directeur du Génie d'Armée, pour une conférence sur *Le développement des spécialités à l'armée de campagne.*

Cette causerie, pleine d'entrain et très vive, avec de-ci de-là une pointe d'humour, exposa la théorie d' « adaptation au milieu » des procédés de guerre Armement offensif de l'infanterie, de l'artillerie, de l'avion, — service de renseignements par le repérage, par l'observation aérienne à bord des Drachen et des avions, par les détecteurs téléphoniques, — service de liaison par la télégraphie filiaire et sans fil, par les pigeons, par les procédés optiques et auditifs, — travaux de protection par les tranchées avec leur adaptation successive aux conditions variables du terrain et du tir adverse, engins de protection contre l'aviation ennemie poussés à un perfectionnement extrême quant à la précision et à l'automatisme des manœuvres, tout ce développement merveilleux de l'art de la guerre, qui s'est approprié avec une rapidité et une ingéniosité étonnantes les découvertes récentes de la science, est un des plus beaux efforts du génie humain dans la poursuite obstinée, enfiévrée et ardente d'un but unique : la victoire.

En mettant en relief l'évolution du matériel et des méthodes de la guerre au cours de l'immortelle campagne de 1914-1918, le conférencier ne se doutait pas qu'il faisait un magnifique éloge du corps d'élite qu'il commandait au Grand Quartier Général belge. Les applaudissements qui le saluèrent au terme de sa brillante et instructive théorie le lui auront fait soupçonner.

SESSION DU 27 NOVEMBRE 1919
A LOUVAIN

SÉANCES DES SECTIONS

Première Section

M. Merten, appelé d'urgence à Paris en vue des négociations hollando-belges, s'excuse de ne pouvoir présenter à la Section sa communication *sur la condition aux limites, dans le cas des axes hydrauliques d'aval.*

Sur la proposition de M. Neuberg, la Section décide l'insertion, dans le bulletin de la séance, du travail suivant de M. Casteels *sur une extension d'un théorème bien connu de la géométrie du plan.*

Dans nos recherches concernant les intersections des courbes algébriques planes, nous avons été souvent amené à nous servir de certaines extensions du théorème de géométrie bien connu que voici :

Si les coniques A_2, B_2, C_2 passent toutes trois par deux mêmes points a_1 et a_2, les intersections restantes de ces courbes, considérées deux à deux, déterminent trois droites U_1, V_1, W_1 concourant en un même point du plan.

Nous nous proposons, dans la présente note, d'indiquer une extension immédiate de cet intéressant théorème [1] au cas de trois courbes entièrement distinctes A_m, B_m, C_m, d'un même ordre m, irréductibles ou dégénérées d'une manière quelconque, et présentant des points multiples de même ordre α_i

---

[1] Ce théorème est d'une application courante dans diverses théories relatives aux propriétés descriptives des coniques. Il donne même lieu, comme on sait, à une démonstration assez élégante du théorème de Pascal. Au surplus, il peut servir de point de départ à une foule de questions se rapportant au mécanisme de la génération des courbes de tous les ordres au moyen de systèmes de courbes mobiles d'ordre inférieur.....

$$[i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n]$$

aux n points respectifs a_i du plan où une courbe K_p du $p^{\text{ième}}$ ordre $(p < m)$ ne présente que des points simples, ceux-ci comprenant la totalité des intersections de cette ligne avec chacune des trois courbes considérées, de sorte que $\sum \alpha_i = pm$.

Nous supposons, pour fixer les idées, que ces trois courbes se coupent deux à deux, en dehors des points a_i, en trois groupes de $l = m^2 - \sum \alpha_i^2$ éléments ponctuels formant un ensemble de $3l$ points isolés les uns des autres; d'où il résulte, notamment, que A_m, B_m, C_m ne présentent aucune relation de contact mutuel aux n points en question.

D'après un théorème connu [1] on obtient, dans ces conditions, trois identités de la forme

$$\begin{aligned} &(1) \qquad \rho A_m - \sigma B_m \equiv K_p W_{m-p}, \\ &(2) \qquad \sigma B_m - \tau C_m \equiv K_p U_{m-p}, \\ &(3) \qquad \tau C_m - \varphi A_m \equiv K_p V_{m-p}, \end{aligned}$$

ρ, σ, τ, φ désignant quatre constantes convenablement choisies, et

$$U_{m-p}, \; V_{m-p}, \; W_{m-p}$$

trois courbes du $(m-p)^{\text{ième}}$ degré douées de points d'un même ordre $\alpha_i - 1$ aux points respectifs a_i.

Or, en additionnant membre à membre les relations (1), (2) et (3), on trouve :

$$(\rho - \varphi) A_m \equiv K_p (U_{m-p} + V_{m-p} + W_{m-p}),$$

identité illusoire, à moins qu'on n'ait, d'une part $\rho = \varphi$ et, d'autre part,

$$(4) \qquad U_{m-p} + V_{m-p} + W_{m-p} \equiv 0.$$

---

[1] Voir, par ex., les VORLESUNGEN de Clebsch-Lindemann, 1re édition, t. I, p. 341.

D'où le théorème suivant :

Étant données trois courbes entièrement distinctes A_m, B_m, C_m, *douées de points multiples d'un même ordre* α_i

$$|i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n|$$

aux n *points simples respectifs* a_i *d'une courbe bien définie* K_p *d'ordre* $p < m$, *la relation* $\sum \alpha_i = pm$ *étant vérifiée, et les trois premières courbes admettant deux à deux, en dehors des* n *points, trois groupes de*

$$l = m^2 - \sum \alpha_i^2$$

éléments communs, formant un ensemble de 3l *points isolés les uns des autres, ceux-ci sont distribués sur trois courbes nouvelles du* $(m - p)^{\text{ième}}$ *degré*

$$U_{m-p},\ V_{m-p},\ W_{m-p},$$

déjà affectées de points de même ordre $\alpha_i - 1$ *aux points correspondants* a_i *et passant toutes trois par les mêmes*

$$(m - p)^2 - \sum (\alpha_i - 1)^2 = [m^2 + p^2] - \left[\sum \alpha_i^2 + n\right]$$

nouveaux éléments ponctuels du plan, distincts entre eux ou réunis par groupes.

Quand $m = 2$, on a nécessairement $p = 1$, $n = 2$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ et, par une interprétation convenable de l'énoncé précédent (1), on retrouve ainsi la proposition classique signalée au début de la note actuelle.

Notre théorème général est une simple traduction interprétative de la forme (4). Au surplus, eu égard à l'identité des constantes ρ et φ, l'ensemble des formes (1), (2) et (3) se réduit au système que voici :

$$\rho A_m - \sigma B_m \equiv K_p W_{m-p}, \tag{1}$$
$$\sigma B_m - \tau C_m \equiv K_p U_{m-p}, \tag{2}$$
$$\tau C_m - \rho A_m \equiv K_p V_{m-p}, \tag{3^{bis}}$$

---

(1) Chaque fois que $n = 2$ on a aussi $p = 1$, et il n'y a plus lieu, dès lors, de faire mention, dans l'énoncé, de la courbe K correspondante, qui devient une droite.

où l'on ne rencontre plus, en définitive, que deux constantes arbitraires indépendantes, $\frac{\rho}{\sigma}$ et $\frac{\tau}{\rho}$.

Ensuite, si l'on élimine K_p entre (1) et (2), il vient :

$$\rho U_{m-p} A_m - \sigma (U_{m-p} + W_{m-p}) B_m + \tau W_{m-p} C_m \equiv 0.$$

puis, en vertu de (4) :

$$(5) \qquad \rho U_{m-p} A_m + \sigma V_{m-p} B_m + \tau W_{m-p} C_m \equiv 0;$$

L'interprétation de cette forme nouvelle conduit au même théorème que celui ci-dessus......

Cela étant, des remarques s'imposent, car quelques-unes de nos hypothèses ou conclusions peuvent paraître illusoires dans certaines circonstances spéciales dont il convient de dire un mot, sans entrer dans les longs développements que ce sujet très délicat comporte.

Tout d'abord, nous ne pouvons examiner ici la question très complexe de la spécification exacte des circonstances particulières dans lesquelles nos diverses hypothèses sont simultanément vérifiées. Cette spécification précise et détaillée équivaudrait à l'introduction de nouvelles conditions restrictives. Ce serait là une besogne quelque peu inutile, d'ailleurs, notre théorème pouvant s'étendre, moyennant des interprétations appropriées, à certains cas dont il a été fait abstraction afin de fixer les idées.

D'autre part, il y aurait lieu de soulever la question de savoir si certaines de nos hypothèses ne sont pas surabondantes, en ce sens que l'une d'elles rendrait illusoire l'introduction de l'une ou l'autre des hypothèses restantes... Cette question se rapporte notamment au cas où la quantité $l - m^2 - \sum \alpha_i^2$ prend *certaines* valeurs comprises dans la série

$$l < \frac{1}{2}(m-1)(m-2) - \frac{1}{2}\sum \alpha_i(\alpha_i - 1),$$

et pour lesquelles on est conduit à faire appel à des théories toutes particulières se rattachant à l'important théorème de Cayley-Bacharach sur les intersections des courbes.

A ce propos nous devons faire remarquer que, pour *toutes* les valeurs de l données par cette série, il semble que les courbes

U_{m-p}, V_{m-p}, W_{m-p} pourraient ne constituer qu'une seule et même ligne du $(m-p)^{\text{ième}}$ ordre. Mais, tel que le problème a été posé, on ne peut avoir :

$$U_{m-p} \equiv V_{m-p} \equiv W_{m-p},$$

car on ne perdra pas de vue que nos trois groupes de l points sont censés former $3l$ points *isolés* du plan, tandis que les courbes fondamentales A_m, B_m, C_m sont supposées entièrement distinctes les unes des autres....

Ainsi, l'identité (4) n'est jamais illusoire dans les circonstances considérées et, dès lors, notre énoncé général a toujours un sens bien précis [1].

Il convient de noter, enfin, que notre problème pourrait se poser dans des circonstances beaucoup plus générales, en ce sens que les points a_i ne seraient plus astreints à figurer des points nécessairement simples de la courbe K_p. Toutefois, dans cette éventualité, on ne peut plus, sans examiner à fond la question, conclure à l'existence d'identités de la forme (1), (2) et (3). En vérité, il ne serait pas malaisé, en tenant compte, au besoin, de certaines réserves conditionnelles, de trouver bon nombre de cas particuliers pour lesquels ces formes ne cessent d'exister. Mais il nous semble difficile d'arriver, dans cet ordre d'idées, à un énoncé très général et très précis.

Quoi qu'il en soit, chaque fois qu'on est autorisé à poser des identités de la forme (1), (2) et (3), celles-ci conduisent, de par le fait même de leur existence, à des relations de la forme (3^{bis}), (4) et (5). Elles définissent alors, comme dans le cas ci-dessus, trois courbes particulières U_{m-p}, V_{m-p}, W_{m-p} d'un faisceau involutif de lignes du $(m-p)^{\text{ième}}$ ordre, dont la base est tout d'abord constituée de points multiples d'ordre $\alpha_i - \beta_i$ aux points a_i où K_p admet un point d'ordre β_i

$$\left[\sum \alpha_i \beta_i = pm\right],$$

---

[1] Les points très délicats auxquels nous venons de faire allusion ont fait l'objet de certaines de nos recherches dans des mémoires déjà rédigés depuis l'année 1913, et qui n'ont pas encore été publiés jusqu'à présent.

et ensuite de

$$(m - p)^2 - \sum(\alpha_i - \beta_i)^2 = [m^2 + p^2] - \left[\sum\alpha_i^2 + \sum\beta_i^2\right]$$

nouveaux éléments ponctuels du plan, distincts entre eux ou réunis par groupes.

Le R. P. Bosmans, S. J., présente à la Section une note *sur un exemplaire de la première édition de la « Rabdologie » de Neper qui a échappé à l'incendie de la Bibliothèque de l'Université de Louvain.*

La première édition du *Calcul par les baguettes* publiée en 1617 par Neper est intitulée : *Rabdologiae Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo : Cum Appendice de expeditissimo Multiplicationis Promptuario. Quibus accessit & Arithmeticae Localis Liber Vnus. Authore & Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii, &c. Scoto. Edinburgi, Excudebat Andreas Hart, 1617.* C'est un petit volume in-12 de (12) et 154 pages, plus 4 planches hors texte. Il est devenu fort rare ; mais l'intérêt principal de l'exemplaire que je décris ici est d'avoir échappé à l'incendie de la Bibliothèque de l'Université de Louvain. Je dis dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES (1), au commencement de mon mémoire sur la « *Thiende* » de Simon Stevin, par quel heureux hasard les ouvrages de Neper possédés par la Bibliothèque ont été sauvés du désastre. Je n'y reviens pas.

La *Rabdologia* de Neper n'a pas dans l'histoire de l'arithmétique l'importance de la « Thiende » de Stevin, épargnée comme elle par les flammes ; mais le grand nom de l'auteur appelle cependant sur elle l'attention. Aussi, tous les historiens des mathématiques consacrent-ils quelques pages à la *Rabdologia*. Je nommerai Montucla (2), Kaestner (3) et Cantor (4), pour m'en tenir aux principaux. Toutefois, l'étude, à ma connaissance, la plus complète qui ait été consacrée à ce volume est celle de Gravelaar, dans ses *John Napier's Werken*, publiées dans les VERHANDELINGEN DER KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM (1). Le regretté professeur de Deventer me semble y avoir épuisé le sujet. Malheureusement le hollandais, dont il a fait usage, nuit au succès de son beau travail, en le mettant hors de la portée de la plupart des lecteurs étrangers aux Pays-Bas. Je ne me propose, ni de le recommencer, ni même de le résumer ici. Mon intention est simplement de faire entrevoir l'originalité des calculs mécaniques imaginés par Neper.

---

(1) Janvier, 1920.

(2) HISTOIRE DES MATHEMATIQUES... t. II... Paris, Agasse, An VII, pp. 25 et 26.

(3) GESCHICHTE DER MATHEMATIK... t. III... Göttingen, Johan Georg Rosenbuch, 1799 ; pp. 95 et 96.

(4) VORLESUNGEN UEBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK... t. II... Leipzig, Teubner, 1900 ; pp. 723 et 724.

Dans l'Épître dédicatoire de la *Rabdologia*, Neper indique clairement le but qu'il poursuivit en l'écrivant : aplanir les difficultés de la multiplication et de la division. Ce fut l'objectif de sa vie entière, et faut-il rappeler avec quel succès il l'atteignit ? Remplacer les opérations « naturelles », dit-il (2), (entendez : la multiplication, la division, et l'extraction des racines carrées et cubiques) les remplacer par des additions, soustractions et divisions par 2 ou par 3, voila ce qu'il se proposa jadis en donnant au public ses logarithmes. Aujourd'hui il veut faire mieux, si possible, ou du moins tenter autre chose. Il va donc expliquer de nouveaux procédés de calcul, les uns par des bâtonnets gradués, les autres par des jetons disposés sur un échiquier d'après des règles déterminées. Ce sont là autant de méthodes de son invention. A maintes reprises il les a communiquées déjà à des amis. Elles ont eu quelque succès et commencent à se répandre. S'il n'y prend garde et ne se hâte de les publier, bientôt il devra s'appliquer à lui-même le vers mélancolique de Virgile :

« Hos ego versiculos feci », etc.

---

(1) Eerste Sectie. Deel VI, N° 6. Amsterdam, Johannes Muller ; april 1899. Le tiré à part que j'ai seul sous la main a 160 pages et trois planches hors texte. En tête se trouve un beau portrait de Neper. Lors de l'apparition du travail de M. Gravelaar, j'en ai rendu compte dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, janvier 1903, pp. 326-335 (dans mon bulletin d'*Histoire des Mathématiques et des Sciences*).

(2) *Rabdologia*. Epistola dedicatoria.

Montucla (1) et d'autres après lui se sont demandé si c'est bien postérieurement aux logarithmes que Neper a imaginé ses instruments à calculer. Les procédés qui président à leur emploi lui paraissent si inférieurs à la méthode géniale des logarithmes ! Ce serait plutôt après avoir constaté la médiocrité des résultats obtenus par ses instruments, que Neper aurait donné toute son attention à sa principale découverte. Tel est du moins l'avis de Montucla.

Peut-être a-t-il raison. Pour moi, je n'en suis pas aussi convaincu que lui. Neper a un faible visible pour ses instruments, souvent fort ingénieux, il sied de le reconnaitre. Ils deviennent même tout à fait curieux, si, au lieu de rechercher la rapidité du calcul, on n'y voit qu'une simple récréation mathématique. Nous en donnerons tantôt des exemples.

« Je doute qu'aucun arithméticien ait jamais pratiqué ces instruments que par forme d'amusement », dit encore Montucla. Cette fois j'en demeure d'accord. Mais, mettons-nous au point de vue de Neper, je veux dire à celui de l'inventeur des méthodes. L'idée première des logarithmes n'est pas de lui. Il l'a trouvée en termes clairs et précis dans un ouvrage alors fameux, l'*Arithmetica Integra* (2) de Stifel. Tous les savants la connaissaient, et les plus autorisés d'entre eux y avaient certainement remarqué les logarithmes. A preuve notre illustre Gemma Frisius, qui en regard de leur exposé par Stifel écrivait en marge, dans son exemplaire, ces mots significatifs : « Jucunda tractatio » ; littéralement, « Théorie agréable » ; nous dirions aujourd'hui « élégante ». Sans doute, ni Gemma Frisius, ni aucun de ses contemporains n'allèrent plus loin que Stifel. Mais, plus qu'aucun autre,

---

(1) *Loc. cit.*

(2) *Arithmetica Integra. Authore Michaele Stifelio. Cum Praefatione Philippi Melanchtonis.* Norimbergae apud Iohan. Petreium, Anno Christi M.D.XLIIII ; f° 35, v°.

L'exemplaire annoté par Gemma Frisius a péri dans l'incendie de la Bibliothèque de l'Université de Louvain ; perte comme tant d'autres, hélas ! irréparable. J'ai consacré jadis une note à cet exemplaire dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE (tome XXX, 1905-1906, 1re partie, pp. 165-168). Mon but était à ce moment d'appeler l'attention sur les notes du célèbre professeur. Que n'ai-je été alors plus complet !

Neper dut être frappé par ce que l'*Arithmetica Integra* contenait déjà. La crainte des critiques et des envieux toujours prêts à dénigrer les plus belles découvertes l'impressionna probablement. Voilà, je crois, ce qui semble l'empêcher parfois de bien juger lui-même l'importance relative de ses propres découvertes ; la *Rabdologia* était plus personnelle, plus complètement de lui.

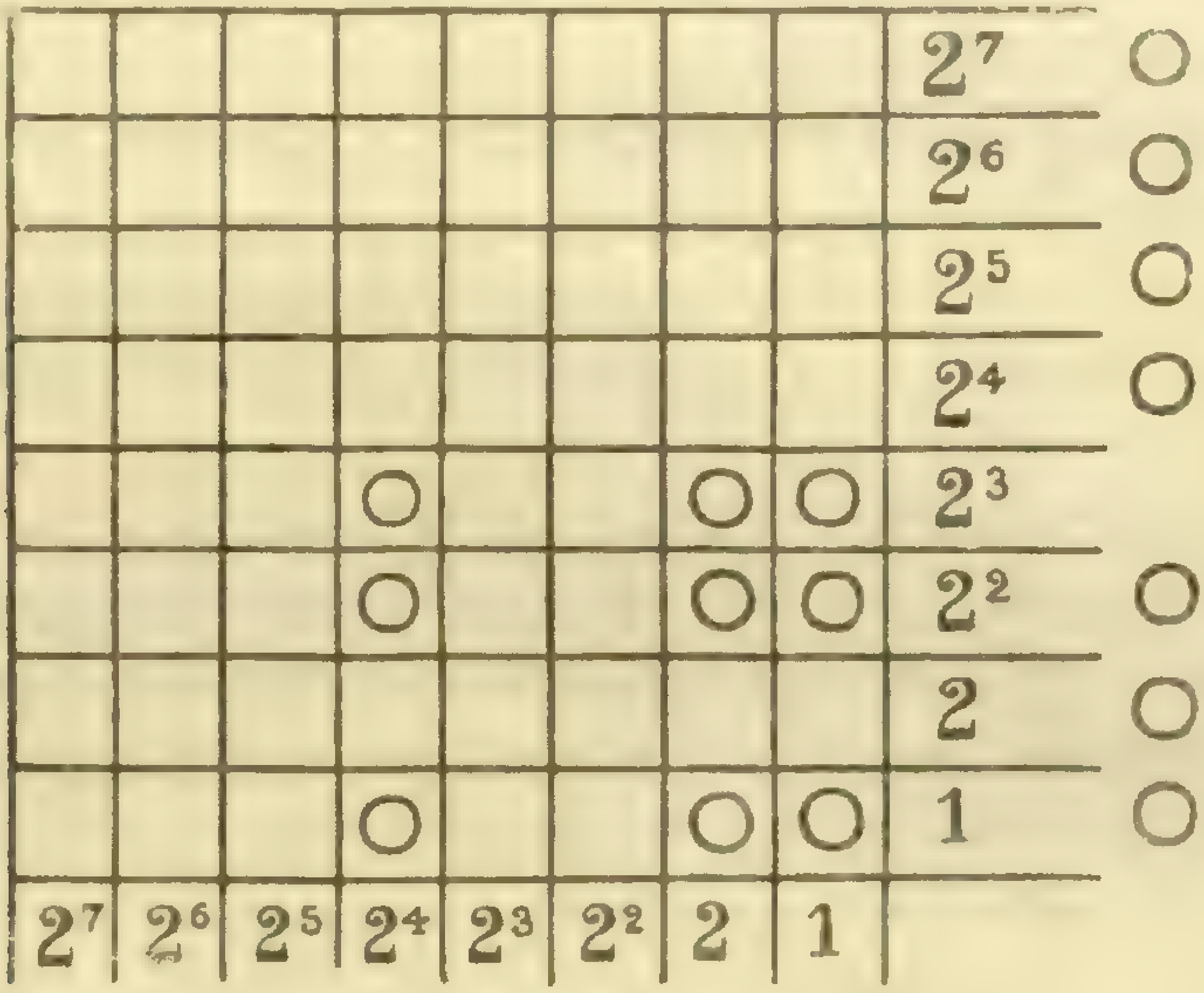
Dans tout ceci je me mets, je le répète, au point de vue de Neper, car pour nous, point d'hésitation possible, les logarithmes sont et resteront toujours le plus brillant titre de gloire du baron écossais. Faut-il aller jusqu'à le proclamer l' « inventeur » des logarithmes ? A mon avis, non ; mais pour la raison générale qui m'a plusieurs fois engagé déjà à répudier ce qualificatif d'« inventeur » dans l'histoire des mathématiques. La théorie des logarithmes a progressé à l'allure ordinaire de la plupart des grandes théories mathématiques. Je veux dire que les précurseurs n'ont pas manqué à Neper ; mais ils restèrent dans leur rôle de précurseurs. Pour lui, il vit clairement, ce que les premiers créateurs des logarithmes n'avaient fait qu'entrevoir, la richesse, la fécondité, l'utilité surtout de cette conception ; et en la développant il édifia cet admirable corps de doctrine des logarithmes, qui nous rend encore journellement de si grands services. Voilà son vrai, son incontestable mérite, et voilà aussi le mérite ordinaire de presque tous ceux auxquels, à tort ou à raison, l'histoire des mathématiques a donné le nom d'« inventeur ». Mais, pour être plus conforme à la vérité, cette mise au point des grands hommes n'enlève rien à leur mérite, ni à leur gloire. Elle nous les montre sous un jour différent, voilà tout. On ne saurait trop le répéter. Le lecteur me pardonnera d'y insister chaque fois que j'en ai l'occasion.

Revenons à la *Rabdologia*.

Le petit volume de Neper se compose de deux traités absolument distincts, annoncés d'ailleurs l'un et l'autre dans le titre, la *Rabdologia* et l'*Arithmetica Localis*.

La *Rabdologia* ou *Calcul par les baguettes* se divise en deux livres, subdivisés eux-mêmes respectivement en neuf et huit chapitres, le tout suivi d'un Appendice en quatre chapitres. Cet Appendice intitulé *De expeditissimo Multiplicationis Promptuario* est plus spécialement consacré à la multiplication des grands nombres.

L'Arithmetica Localis ou *Arithmétique de position*, est divisée en onze chapitres. La remarque fondamentale, qui en dernière analyse y guide Neper, c'est que dans le système de numération binaire les quatre premières opérations de l'arithmétique atteignent leur maximum de simplicité. Cela étant, soit un échiquier carré d'un nombre arbitraire de cases ; 64 pour fixer les idées. Numérotons ces cases suivant les puissances successives de 2, depuis 2^0, de la droite vers la gauche, et aussi de bas en haut, comme l'indique la figure (¹).



De simples jetons faisant l'office du chiffre 1 permettront d'écrire sur l'échiquer un nombre quelconque, les cases laissées vides jouant, comme dans les anciens abaques, le rôle du zéro de posi-

---

(¹) L'échiquier gradué et chargé de jetons que le lecteur a sous les yeux est la réduction à un simple *schema* de la figure de la page 138. Neper la destinait à expliquer le mécanisme du produit

$$19 \times 13 = 247$$

ou en numération binaire

$$10011 \times 1101 = 11110111$$

Sur l'échiquier se lisent les trois produits partiels et à droite en colonne le résultat de leur addition. Au commencement de l'opération le multiplicateur se place sur le bord de l'échiquier à gauche en colonnes ; le multiplicande en dessous en ligne. Au moment de l'addition le calculateur les enlève comme devenus inutiles.

tion. Deux nombres étant écrits de la sorte, leur multiplication ou leur division deviennent aussi aisées que la multiplication ou la division de deux puissances de 10 dans le système de numération décimal. Elles se font par un simple déplacement des jetons sur l'échiquier. Toute la difficulté du problème consiste à passer rapidement du système décimal au système binaire et réciproquement. Neper donne dans ce but des tables assez ingénieuses (1), que les bornes imposées à cette note ne me permettent ni de reproduire, ni d'expliquer.

La *Rabdologia* est une méthode de calcul à l'aide de règles graduées; Neper dit : à l'aide de bâtonnets, *per virgulas*. Les bâtonnets de l'Appendice sont larges et plats; ceux des deux livres qui forment le corps de l'ouvrage sont étroits, épais, à quatre faces égales, semblables à nos règles de classe ou de bureau. Les graduations diffèrent, d'après le but à atteindre. Voici une des plus simples et qui eut le plus de succès (2). L'auteur la destinait à la multiplication et à la division. Appliquée à la division son utilité est contestable ; mais pour la multiplication elle donne un procédé qui ne manque pas d'élégance.

Chacune des faces de la règle est partagée, dans sa longueur, en neuf carrés égaux. Les carrés eux-mêmes sont divisés en deux triangles par la diagonale qui descend de l'angle supérieur de droite vers l'angle inférieur de gauche.

Sur chaque face des règles, et surmontant les colonnes de carrés, se lit, bien mis en vedette, l'un des neuf premiers chiffres, et aussi le 0. Dans les carrés, sont inscrits les produits successifs du chiffre placé en tête de la colonne, par les neuf premiers nombres. Le chiffre des unités s'écrit dans le triangle inférieur du carré ; le chiffre des dizaines, dans le triangle supérieur. Si ce dernier chiffre fait défaut, le triangle est laissé vide ou rempli par un zéro.

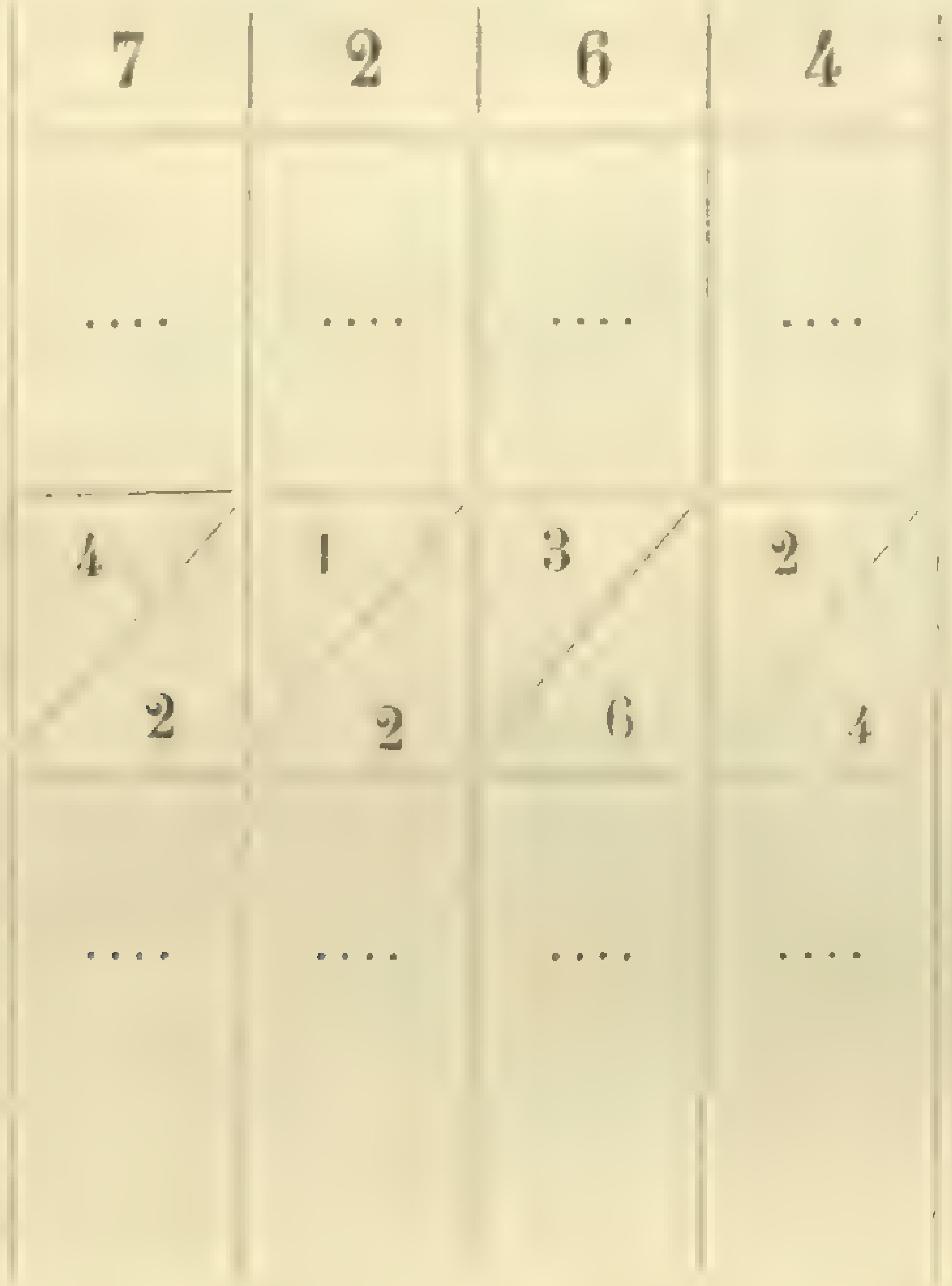
Soit maintenant à effectuer une multiplication. On commence par écrire le multiplicande à l'aide des règles, en se servant des chiffres inscrits au haut des colonnes en guise de caractères, et en plaçant les règles bien à la même hauteur les unes à côté des autres.

---

(1) Ch. 2 et 3, pp. 117-123.

(2) Ch. I, pp. 1-10.

Les produits partiels du multiplicande par les neuf premiers nombres se trouvent alors écrits horizontalement au-dessous de lui à peu près effectués. Il suffit de les transcrire, au fur et à mesure des besoins, en achevant de tête quelques additions faciles (¹). Le *schema* ci-dessous donne la manière dont se présenterait le produit 7264 × 6 = 43584. La règle d'après laquelle se font les additions saute aux yeux.



Dans une note consacrée aux fractions décimales (²), Neper saisit l'occasion de louer la « Disme » de Simon Stevin. « Doctissimus ille mathematicus Simon Stevinus in sua Arithmetica Decimali », dit-il, « Ce très savant mathématicien Simon Stevin dans son Arithmétique Décimale ». Puis, après avoir prôné la méthode du géomètre flamand, il fait cette observation importante, qu'une simple virgule remplace avantageusement l'appareil encombrant des petits cercles du Brugeois. Écrivez 1993,273, dit Neper (³), cela se lit 1993 entiers 273 millièmes, ou 1993 $\frac{273}{1000}$.

(¹) Lib. I, ch. 2, pp. 10-15. Neper y prend pour exemple le nombre 1615, « l'année 1615 », dit-il. J'ai imaginé celui que je présente au lecteur, comme peut-être plus parlant.

(²) Pp. 21-23. *Admonitio pro decimali Arithmetica.*

(³) P. 22.

C'est donc à Neper qu'est dû l'emploi systématique de la virgule décimale ; il valait la peine de le remarquer.

Je ne puis terminer cette note relative à la *Rabdologia* sans rappeler à ce propos combien la Bibliothèque de l'Université de Louvain était riche en éditions anciennes dans tous les domaines de la science. Outre l'édition princeps dont je viens de parler, elle possédait aussi la 2e : Lugduni, Typis Petri Rammasenij, M.DC.XXVI. Il lui manquait la 3e (Leyde, 1628). Mais, elle avait en revanche l'intéressant résumé qu'Adrien Metius en avait donné dans son *Manuale Arithmeticae et Geometriae Practicae*.... Tot Amsterdam, By Hendrick Laurensz .. Anno 1634. Ces volumes ont été sauvés.

Le R. P. Bosmans fait ensuite une communication *sur les derniers travaux de M. Zeuthen, relatifs aux mathématiques des Grecs*, travaux au nombre de trois. Le premier, écrit en danois, est intitulé, dans l'analyse française très développée qui l'accompagne, « Sur la réforme qu'a subie la mathématique de Platon à « Euclide et grâce à laquelle elle est devenue science raisonnée ». C'est un mémoire développé, de 180 pages, inséré dans la collection in-4° des Mémoires de l'Académie de Danemark.

Les deux autres : « Sur l'origine historique de la connaissance des quantités irrationnelles » et « sur l'origine de l'algèbre », ont paru en français, dans le Bulletin in-8° de la même Académie, et traitent de questions rentrant dans le cadre du premier mémoire.

La conclusion de M. Zeuthen peut se résumer comme suit : Platon a trouvé la géométrie dans un état assez avancé et a entrevu que les mathématiques peuvent être bâties tout entières sur un petit nombre de définitions, de postulats et d'axiomes. Il a proposé cette idée, comme objet d'études et de recherches, à ses élèves. Les Éléments d'Euclide sont le résultat de leurs efforts.

La communication complète du R. P. Bosmans paraîtra dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

M. Lecat reprend, en lui donnant de nouveaux développements, une communication déjà présentée à la Section en 1914, *sur quelques problèmes au sujet des déterminants généraux, ou fonctions analogues, à premiers mineurs nuls.*

La Section décide l'insertion de ce mémoire dans la seconde partie des ANNALES.

A propos du problème de la *réduction des clichés astrophotographiques*, M. Casteels fait une communication se rapportant à la *transformation des coordonnées équatoriales*, α et δ, des étoiles de repère choisies *en coordonnées rectilignes* X et Y.

Le point céleste ($\alpha = A$, $\delta = D$) correspondant au « centre » du cliché considéré, on a (Trépied, Turner, Lagarde, etc...) :

$$X = \frac{\operatorname{tang}(\alpha - A)}{\sin 1'} \operatorname{séc} \eta \cos (D + \eta),$$

$$Y = \frac{\operatorname{tang} \eta}{\sin 1'},$$

l'arc auxiliaire η étant fourni par l'équation

$$\operatorname{tang} (D + \eta) = \operatorname{tang} \delta \operatorname{séc} (\alpha - A).$$

Divers astronomes (Trépied, Lagarde, etc...) ont dressé des tables numériques permettant d'abréger plus ou moins notablement le calcul des X et Y. Chargé, dès l'année 1913, d'effectuer de pareils calculs pour la zone + 32° à + 39° dévolue à l'Observatoire d'Uccle dans l'entreprise internationale de la Carte photographique du Ciel, nous avons construit nous-même, au début de 1914, des tables destinées au calcul pratique des coordonnées rectilignes pour la zone en question. Depuis, nous avons imaginé la transformation de plusieurs de ces tables en abaques, et nous avons pu réaliser ainsi deux combinaisons différentes d'abaques et de tables, résolvant le problème avec des degrés d'approximation sensiblement égaux.

Une table I donne la valeur de $\alpha - A$ en minutes d'arc.

Un abaque I fournit la valeur

$$c = (D + \eta) - \delta = \frac{10 \times \operatorname{Log} \operatorname{séc} (\alpha - A)}{\operatorname{Diff}_{10''} \operatorname{Log} \operatorname{tang} \delta}$$

avec $|\alpha - A|$ (¹) et δ comme « arguments » graphiques. D'où (²) $D + \eta$, et ensuite η. On convertit η en minutes d'arc, à vue.

(¹) $|\alpha - A|$, $|\eta|$, etc..., pour indiquer la valeur absolue de $(\alpha - A)$, η, etc...

(²) Voir I. Lagarde, *Formules et Tables pour faciliter l'emploi des catalogues photographiques en coordonnées rectilignes*, pp. 8 et 11.

Cela étant, posons :

$$\frac{\operatorname{tang}(\alpha - A)}{\sin 1'} = (\alpha - A) + \lambda$$

$$\operatorname{séc} \eta = 1 + \mu,$$

$$\frac{\operatorname{tang} \eta}{\sin 1} = \eta + \gamma.$$

Les arcs $\alpha - A$ et η étant « très petits », les quantités λ, μ et γ sont elles-mêmes « très petites ». D'où :

$$\begin{array}{lll} X = & (\alpha - A)\cos(D + \eta) & \ldots\ldots\ldots \text{[terme principal]} \\ & + \mu(\alpha - A)\cos(D + \eta) & \ldots\ldots\ldots \text{[première correction]} \\ & + \lambda \cos(D + \eta) & \ldots\ldots\ldots \text{[seconde correction]} \\ & + \lambda\mu \cos(D + \eta), & \ldots\ldots\ldots \text{[terme négligeable]} \\ Y = \eta & & \ldots\ldots\ldots \text{[terme principal]} \\ & + \gamma. & \ldots\ldots\ldots \text{[correction]} \end{array}$$

Les corrections sont de même signe que le terme principal correspondant.

Une table II, combinée avec une table auxiliaire, donne sans interpolation la valeur naturelle, avec cinq décimales, de $\cos(D + \eta)$. D'où, par une multiplication, le terme principal de X.

Un abaque II fournit la valeur du terme correctif

$$\mu(\alpha - A)\cos(D + \eta) = (\operatorname{sec} \eta - 1) \times (\alpha - A)\cos(D + \eta)$$

en « fonction » de $|\eta|$ et de $|\alpha - A|\cos(D + \eta)$. Les limites supérieures de ces deux arguments sont d'ailleurs d'environ 65′.

Un abaque III donne la valeur du terme correctif

$$\lambda \cos(D + \eta) = \left[\frac{\operatorname{tang}(\alpha - A)}{\sin 1} - (\alpha - A)\right] \times \cos(D + \eta)$$

en fonction de $|\alpha - A|$ et de $\cos(D + \eta)$.

D'où X, par une simple addition de trois quantités de même signe.

Enfin, une table III fournit, sans interpolation, le terme correctif γ (¹). On a d'ailleurs $|\eta| < 65$ approximativement.

D'où Y.

(¹) Une table pareille a été dressée par M. I Lagarde ; voir mém. cité, p. 24.

Les tables I, II, III, combinées avec les abaques I, II, III, donnent ainsi la solution complète du problème proposé.

Il existe un autre procédé de calcul de X, basé sur l'emploi simultané des tables I et II ; d'une table III, élargie, où la quantité $\alpha - A < 85'$ se substituerait à l'argument $\eta < 65'$; de l'abaque I et, enfin, d'un abaque II complété, avec le même argument η que celui ci-dessus et un nouvel argument $\alpha - A < 85'$ remplaçant l'argument primitif $\alpha - A \cos(D + \eta) < 65'$. Quant à l'abaque III, il n'y a plus lieu de l'utiliser cette fois.

Voici maintenant quelques indications sur la construction de nos abaques. Ce sont de simples abaques de multiplication. Ils ont été réalisés d'après un plan uniforme, à l'aide notamment de trois échelles parallèles dont le calcul n'offre aucune difficulté.

Ainsi, dans le cas de la formule

$$c = \frac{10 \times \text{Log séc}\,(\alpha - A)}{\text{Diff.}_{0''}\ \text{Log tang}\,\delta},$$

les échelles u, v, w, sont données, en *coordonnées parallèles*, par des expressions de la forme

$$u = l_1 \,\text{Log}\,[10 \times \text{Log séc}\,(\alpha - A)],$$

$$v = -\,l_2 \,\text{Log Diff}_{0''}\ \text{Log tang}\,\delta,$$

$$w = \frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}\,\text{Log}\,c,$$

l_1, l_2, $\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}$ figurant les modules de ces échelles (¹). Les supports correspondant aux u et aux v portent les arguments respectifs $|\alpha - A|$ et δ, et un transparent à trait noir (index) fournit sur l'échelle des w la valeur cherchée du quotient c.......

En ce qui concerne le degré d'approximation atteint, dans la très grande majorité des cas, l'erreur commise sur les valeurs réelles des X et Y, correspondant à des valeurs choisies de $\alpha - A$ et δ, ne dépasse pas cinq dix-millièmes de minute d'arc, de sorte que, dans ces conditions, les procédés indiqués fournissent en millièmes de minute les valeurs que donneraient les calculs les plus rigoureux. Ajoutons que, dans tous les cas, ils permettent

---

(¹) Voir le TRAITÉ DE NOMOGRAPHIE (1899) de M. d'Ocagne, p. 145.

d'obtenir une précision équivalente à celle donnée par l'emploi des tables de logarithmes à sept décimales.

Quant au problème inverse de celui que nous venons de considérer, problème qui se rapporte à la transformation des coordonnées rectilignes X et Y en ascensions droites et déclinaisons, les combinaisons de tables et d'abaques signalées ci-dessus conduisent également à des solutions simples et très rapides. Il suffit de faire les opérations à rebours, en se bornant à certaines modifications accidentelles dans l'ordre suivi pour la solution du problème direct.

Enfin, en ce qui concerne l'extension éventuelle de nos méthodes au cas des zones célestes autres que celle dévolue à l'Observatoire d'Uccle, nous estimons qu'on pourrait essayer, avec beaucoup de chances de succès, de les transporter, moyennant certaines précautions, au calcul des X et Y pour toutes les étoiles comprises entre les limites − 55° et + 55° de déclinaison.

Le mémoire complet de M. Casteels paraîtra dans les ANNALES DE L'OBSERVATOIRE ROYAL DE BELGIQUE. On y trouvera également les tables et les abaques dont il est question ci-dessus.

M. Casteels expose ensuite un travail intitulé : *Sur la description continue des courbes du troisième ordre ; expressions analytiques, sous forme d'identités, du mode de génération linéaire de Grassmann.*

M. Neuberg se charge de l'examen de ce travail.

Deuxième Section

M. G. Lemoine, membre de l'Institut, empêché de se rendre à notre réunion, veut cependant témoigner de son attachement à la SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE et a prié M. Fr. Dewalque de lire à notre Section la petite contribution suivante :

Aperçu sur la chimie de guerre de 1914 à 1918

Parmi les efforts de toute sorte qui ont conduit les nations alliées à la victoire dans la grande guerre de 1914 à 1918, l'un des plus remarquables est l'ensemble des études scientifiques appliquées à l'art militaire. En dehors de leur but pratique immédiat, elles ont fourni à la science des données nombreuses et importantes, car elles ont disposé de sommes d'argent illimitées, auxquelles on n'aurait jamais pu prétendre, même de loin, en temps de paix.

Le moment n'est pas encore venu de développer ces immenses travaux. On peut cependant en donner quelque idée.

Les indications générales suivantes résument les renseignements déjà publiés (¹) ou provenant de relations personnelles. Elles se rapportent exclusivement à la chimie proprement dite.

EXPLOSIFS

Pendant la guerre, il fallait d'énormes quantités d'acide azotique et d'acide sulfurique concentré pour la fabrication du coton-poudre. Il en fallait aussi pour la fabrication de la mélinite.

D'ailleurs, on ne disposait guère en phénol ou crésylol provenant directement des goudrons de gaz que de $\frac{1}{200}$ de la quantité nécessaire pour produire les dérivés nitrés. La presque totalité du phénol ou du crésylol a été produite par synthèse à partir des hydrocarbures, benzine ou toluène, par l'intermédiaire des dérivés sulfonés.

L'acide sulfurique concentré *(oleum)* a été fabriqué surtout par le procédé de contact : acide sulfureux réagissant sur l'oxygène de l'air en présence d'un catalyseur tel que le platine ou l'oxyde de fer.

L'acide azotique ne pouvait presque plus être extrait des azotates

---

(¹) On peut consulter notamment : REVUE SCIENTIFIQUE, 12 avril 1915 ; CORRESPONDANT, 10 avril 1917 ; LA REVUE, mars 1919 (industrie de l'azote) ; BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ D'ENCOURAGEMENT POUR L'INDUSTRIE NATIONALE : juin 1918, février 1919, juin 1919, juillet 1919, août 1919 ; COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, 14 avril 1919 et 7 juillet 1919. Pour les industries chimiques en Allemagne pendant la guerre, REVUE SCIENTIFIQUE, 19 juin 1915 et BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ D'ENCOURAGEMENT POUR L'INDUSTRIE NATIONALE, juin 1918 ; MONITEUR SCIENTIFIQUE, juillet-août 1919.

Pour les applications de la physique à la guerre en 1914-1918, publication de **M. Vigneron (Masson, éditeur).**

naturels de l'Amérique du Sud, dont les envois étaient rares et irréguliers. Il fallut donc le produire industriellement par synthèse.

Cette production eut lieu en partie par la synthèse électrique : oxygène et azote de l'air se combinant sous l'influence de l'arc électrique, obtenu surtout par la force des chutes naturelles dont la France est si riche ; leur emploi, assez limité jusqu'en 1914, fut beaucoup développé.

Un tiers environ de l'acide azotique provint de l'oxydation de l'ammoniaque de synthèse, par l'air en présence d'un catalyseur.

Cette ammoniaque était obtenue par plusieurs procédés concurrents :

1° par la cyanamide, produite elle-même en chauffant du carbure de calcium dans l'azote pur, cet azote étant fabriqué par la rectification de l'air, liquéfié au moyen des appareils de M. Claude ou d'autres analogues ;

2° par l'azote obtenu de la même manière, s'unissant à l'hydrogène vers 500° sous une pression de plusieurs *centaines* d'atmosphères en présence d'un catalyseur tel que le ferrotungstène ;

3° par l'azoture d'aluminium et l'eau, cet azoture étant fabriqué en chauffant un mélange d'alumine (bauxite) et de charbon dans une atmosphère d'azote.

GAZ DÉLÉTÈRES

C'est l'Allemagne, on le sait, qui, en 1915, a commencé cette horrible guerre nouvelle. La France, fidèle aux conventions de la Haye, s'était refusée à en prendre l'initiative : tout au plus, le commandement avait-il admis en principe l'emploi de gaz lacrymogènes.

Lorsque l'emploi des gaz délétères par les Allemands se généralisa, il fallut non seulement les caractériser, mais en fabriquer de semblables, de manière à rendre avec usure à l'ennemi les maux épouvantables qu'il causait.

La première difficulté était de recueillir des échantillons de gaz et de les analyser. On y arriva assez vite, grâce surtout au courage et au dévouement de nombreux pharmaciens et médecins militaires. Les échantillons recueillis au front étaient envoyés à Paris à deux services parallèles, absolument distincts, se contrôlant réciproquement.

Les principaux gaz délétères ont été les suivants :

Chlore, employé en 1915 sous forme de jets gazeux, provenant de récipients de chlore liquéfié, déjà employé avant la guerre, pour beaucoup de réactions de chimie industrielle ;

oxychlorure de carbone (phosgène) ;

chloroformiate de méthyle chloré (palite) ou bichloré ;

chloropicrine ;

chloracétone ;

phénylcarbylamine dichlorée ;

phénylarsine dichlorée ;

bromure de benzyle ;

enfin et surtout l'ypérite, la terrible ypérite employée depuis 1917, dichlorosulfure d'éthyle, le plus souvent dans un dissolvant approprié, tel que le tétrachlorure de carbone ou chlorure de benzyle.

En même temps qu'on caractérisait dans les laboratoires de chimie ces gaz délétères, on les étudiait au point de vue physiologique, afin de chercher à soigner les malheureuses victimes par un traitement efficace. — Cette étude physiologique était effectuée au Collège de France en se servant d'animaux : *seize mille* chiens ont ainsi été sacrifiés et un certain nombre de chevaux. Des documents nombreux ont été conservés de ces études, notamment des clichés d'examens microscopiques des tissus animaux. Il en est résulté, entre autres conclusions, que l'ypérite agit à la fois comme asphyxiant et comme toxique.

Des *masques protecteurs* furent le plus tôt possible distribués aux soldats pour les mettre autant que possible à l'abri des effets des gaz délétères. Cette protection exigea de nombreuses et minutieuses recherches. Pour le chlore, on prit de la gaze imprégnée d'hyposulfite de soude. Pour la plupart des autres poisons, surtout pour l'ypérite, on employa des couches de charbon pouvant absorber jusqu'à 55 pour cent de gaz : ce charbon subissait une préparation particulière, consistant surtout à le chauffer en vase clos vers 650°. Pour l'acide cyanhydrique, on eut recours à un certain sel métallique (acétate de nickel). On arriva à mettre dans le même masque ces divers agents de préservation souvent avec une douzaine de couches distinctes. Ce fut une fabrication extraordinairement intense, employant, entre autres dans la région lyonnaise, des milliers de femmes.

En même temps on réalisa au plus vite la *chimie offensive* en installant la fabrication industrielle des gaz délétères pour s'en servir contre les Allemands.

Le chlore fut facilement produit par l'électrolyse du chlorure de sodium dans les usines déjà montées pour la soude électrolytique, et l'on en fonda de nouvelles.

L'oxychlorure de carbone (phosgène) fut produit surtout en faisant agir le tétrachlorure de carbone sur l'acide sulfurique concentré *(oleum)*, en aidant la réaction par un catalyseur tel que de la terre d'infusoires. On le produisit aussi par l'union directe de l'oxyde de carbone très pur au chlore, en présence d'un catalyseur tel que le charbon (indiqué par M. Paterno en 1878).

L'ypérite fut fabriquée en faisant agir le chlorure de soufre sur l'éthylène ; ce gaz était souvent produit par le gaz à l'eau (hydrogène et oxyde de carbone) réagissant en présence d'un catalyseur, d'après les procédés de M^rs Sabatier et Senderens.

Ces fabrications prirent dans les derniers temps de la guerre un tel développement qu'en France la production totale d'ypérite a été de cinq cent tonnes, une tonne correspondant à mille obus. En 1918, on fabriquait en France de trente à quarante tonnes d'ypérite par jour ; aux États-Unis, soixante tonnes.

Les 3/4 des obus étaient chargés de corps nocifs, principalement d'ypérite.

Les Allemands ont donc gravement souffert pour eux-mêmes des moyens de destruction qu'ils avaient, les premiers, employés contre les alliés.

FUMIGÈNES

L'un des moyens les plus efficaces d'échapper aux attaques des sous-marins a été d'envelopper les navires de nuages empêchant d'en distinguer nettement la position. Ces fumigènes étaient surtout formés d'oxydes métalliques en suspension, oxyde de zinc par exemple, produit par le chlorure et la vapeur d'eau.

AÉROSTATS A L'HÉLIUM

Dans les derniers mois de la guerre, on s'était beaucoup occupé aux États-Unis de fabriquer des aérostats gonflés avec de l'hélium. Ce gaz est quatre fois plus lourd que l'hydrogène, mais il a sur lui l'avantage inappréciable de ne pas pouvoir s'enflammer.

L'hélium était produit en partant de l'air liquéfié et en le séparant par une série de distillations fractionnées. Il est inutile de préciser les dépenses extraordinairement élevées faites pour de pareilles tentatives.

Au moment de l'armistice, on projetait d'envoyer sur Berlin des aérostats gonflés avec de l'hélium qui auraient jeté sur la capitale de l'Allemagne des bombes contenant de formidables explosifs.

Lorsqu'on a été mis au courant des détails de cette chimie de guerre, on ne peut s'empêcher de la qualifier de vraiment admirable. Tous les laboratoires disponibles étaient utilisés. Un nombre considérable de chimistes — et, parmi eux, les maîtres les plus éminents — consacraient tout leur temps à ces études et à ces fabrications souvent très dangereuses. — En nommer ici quelques-uns, serait faire du tort aux autres, tous animés du même zèle et du même dévouement patriotique.

(24 novembre 1919).

M. A. Witz et le R. P. Lucas sont désignés pour faire rapport sur un mémoire de M. le Colonel E. Ariès intitulé : *Thermodynamique. Propriétés générales des fluides.*

M. le Professeur de Hemptinne entretient la Section de ses recherches sur l'*action chimique de l'effluve électrique et la loi de Faraday*. Les résultats de ces recherches sont résumés dans deux communications récentes à l'Académie Royale de Belgique.

M. le Professeur M. Alliaume envoie la note suivante sur *le grossissement des lunettes*.

1. Les Traités de Physique démontrent la proposition suivante : le grossissement d'une lunette est égal au rapport des focales de son objectif et de son oculaire. Mais la démonstration fait voir que cette proposition ne semble vraie que grâce à l'introduction d'une série d'hypothèses simplificatrices ; or, ces hypothèses sim-

plificatrices sont introduites successivement, et parfois sans être annoncées, au cours de la démonstration ; c'est ainsi qu'on ne peut se rendre compte ni de la nécessité de leur introduction à tel instant, ni de leur degré d'approximation, ni de leur influence sur le résultat. — Je me suis proposé de faire le calcul exact du grossissement d'un système optique construit pour l'observation des objets éloignés, et de n'introduire qu'après coup les hypothèses simplificatrices par lesquelles le grossissement devient indépendant de l'œil de l'observateur et de la distance de l'objet.

2. On admet les postulats de l'optique géométrique. De plus, le système optique considéré est stigmatique, orthoscopique et centré. Dans ces conditions, il existe, entre l'ensemble des points du milieu-objet et l'ensemble des points du milieu-image, une correspondance homographique de révolution autour de l'axe du système.

Rapportons l'espace à un système d'axes rectangulaires (ξ, η, ζ) dont l'axe des ζ soit l'axe optique du système, et appelons (X, Y, Z) les coordonnées d'un point du milieu-objet, (x, y, z) les coordonnées du point correspondant du milieu-image. Les équations de correspondance sont de la forme

$$x = \frac{kX}{pZ + q}, \qquad y = \frac{kY}{pZ + q}, \qquad z = \frac{p'Z + q'}{pZ + q},$$

avec les conditions

$$k \neq 0 \quad \text{et} \quad p'q - pq' \neq 0$$

Le plan focal de l'ensemble (X, Y, Z) a pour équation

$$p\zeta + q = 0,$$

et le plan focal de l'ensemble (x, y, z) a pour équation

$$p\zeta - p' = 0.$$

De même, les équations des plans principaux sont :

dans l'ensemble (X, Y, Z) ... $\zeta = \dfrac{k - q}{p}$,

dans l'ensemble (x, y, z) ... $\zeta = \dfrac{pq' - p'q + kp'}{kp}$

3. Les constantes de la transformation sont les rapports de quatre des quantités

$$k,\ p,\ p',\ q,\ q'$$

à la cinquième. On peut donc les exprimer au moyen de quatre grandeurs quelconques qui leur sont liées. J'adopterai les caractéristiques

$$c,\ c',\ f,\ f'$$

définies de la façon suivante :

c est la cote Z du foyer antérieur, ou du plan focal en (X, Y, Z),

c' est celle du foyer postérieur, ou du plan focal en (x, y, z),

$(c + f)$ est la cote Z du plan principal du milieu (X, Y, Z),

$(c' + f')$ est celle du plan principal du milieu (x, y, z) ;

f et f' sont donc les mesures des focales du système, segments rectilignes susceptibles de signe.

Au moyen de ces quatre caractéristiques nouvelles, les équations de correspondance sont :

$$x = \frac{fX}{Z - c}, \qquad y = \frac{fY}{Z - c}, \qquad z = \frac{c'Z + ff' - cc'}{Z - c},$$

avec les conditions

$$f \neq 0 \quad \text{et} \quad f' \neq 0.$$

4. Si un système (c_1, c'_1, f_1, f'_1) et un système (c_2, c'_2, f_2, f'_2) sont centrés sur le même axe, les caractéristiques (c, c', f, f') du système constitué par leur ensemble sont :

$$c = c_1 - \frac{f_1 f'_1}{c'_1 - c_2}, \qquad f = \frac{f_1 f_2}{c'_1 - c_2},$$

$$c' = c'_2 + \frac{f_2 f'_2}{c'_1 - c_2}, \qquad f' = -\frac{f'_1 f'_2}{c'_1 - c_2}.$$

5. Sous les noms de grossissement, grandissement, puissance d'un système optique, les auteurs définissent diverses expressions, sans qu'il y ait toujours accord entre eux sur ces définitions. — Je distingue le grossissement absolu et le grossissement relatif, et je n'ai à m'occuper ici que de ce dernier.

Dans un plan perpendiculaire à un axe, on trace une circonférence dont le centre appartient à celui-ci. On considère successivement deux systèmes optiques centrés S_0 et S, donnés en configuration et en position le long de cet axe.

Le *grossissement relatif* du système S par rapport au système S_0 est le rapport des rayons des circonférences-images formées respectivement par les systèmes S et S_0.

Soient (c, c', f, f') et (c_0, c'_0, f_0, f'_0) respectivement les caractéristiques, en position et configuration, des systèmes S et S_0 ; Z la cote du plan dans lequel est tracée la circonférence observée ; et R le rayon de cette circonférence.

Le système S_0 forme une circonférence-image dont le rayon est

$$r_0 = \frac{f_0 R}{Z - c_0}.$$

De même, le système formé par l'ensemble des systèmes S et S_0 forme une circonférence-image dont le rayon est

$$r = \frac{f_0 f R}{(Z - c_0)(c'_0 - c) + f_0 f'_0}.$$

Par définition, le grossissement relatif G du système S par rapport au système S_0 est le rapport

$$G = \left| \frac{r}{r_0} \right| = \left| f \frac{Z - c_0}{(Z - c_0)(c'_0 - c) + f_0 f'_0} \right|.$$

Cette expression est indépendante du rayon de la circonférence observée ; de plus, pour une même distance de cet objet, et pour un même système de repère S_0, ce rapport est indépendant de la position du foyer arrière du système S, et de la focale correspondante.

En particulier, le *grossissement visuel* d'un système optique centré est le grossissement relatif de l'ensemble formé par ce système et l'œil de l'observateur, par rapport à cet œil.

Il n'est pas légitime d'appliquer immédiatement à ce cas particulier l'expression ci-dessus du grossissement visuel, en y appelant (c_0, c'_0, f_0, f'_0) les caractéristiques de l'œil et (c, c', f, f') celles de la lunette. En effet, dans l'observation par l'intermédiaire de l'instrument, l'accommodation de l'œil est, en principe, différente de ce qu'elle est dans la vision directe, et l'œil ne constitue plus le même système optique que dans cette vision directe. Lui attribuant, dans la configuration nouvelle, les caractéristiques (c_1, c'_1, f_1, f'_1), on a :

$$r_0 = \frac{f_0 \mathrm{R}}{\mathrm{Z} - c_0}, \quad r = \frac{f_1 f \mathrm{R}}{(\mathrm{Z} - c_1)(c'_1 - c) + f_1 f'_1};$$

d'où

$$\mathrm{G} = \left| \frac{r}{r_0} \right| = \left| \frac{\mathrm{Z} - c_0}{(\mathrm{Z} - c_1)(c'_1 - c) + f_1 f'_1} \right|.$$

Telle est la valeur exacte du grossissement visuel, fonction de la distance du point visé, des quatre caractéristiques de la lunette pendant l'observation, et des caractéristiques antérieures de l'œil pendant l'observation directe et pendant l'observation au moyen de la lunette.

Exprimant les caractéristiques de la lunette au moyen des caractéristiques (c_2, c'_2, f_2, f'_2) de l'oculaire et des caractéristiques (c_3, c'_3, f_3, f'_3) de l'objectif, on obtient :

$$\mathrm{G} = \left| \frac{f_1 f_2 f_3}{f_0} \cdot \frac{\mathrm{Z} - c_0}{(\mathrm{Z}-c_1)(c'_1-c_2)(c'_2-c_3)+f_1 f'_1(c'_2-c_3)+f_2 f'_2(\mathrm{Z}-c_1)} \right. .$$

6. J'appelle *grossissement visuel commercial* de la lunette la valeur que prend l'expression exacte du grossissement lorsqu'on y introduit les hypothèses simplificatrices suivantes :

1° La focale antérieure de l'œil ne varie que d'une quantité négligeable de l'une à l'autre des deux observations, ou

$$f_1 = f_0;$$

2° Le foyer antérieur de l'œil ne se déplace que d'une quantité négligeable, vis-à-vis de sa distance à l'objet observé, de l'une à l'autre des deux observations :

$$\frac{\mathrm{Z} - c_0}{\mathrm{Z} - c_1} = 1;$$

3° L'intervalle ($c'_2 - c_3$) est négligeable, c'est-à-dire que la lunette est assimilable à un système afocal.

Au moyen de ces hypothèses, l'expression du grossissement visuel de la lunette se réduit à

$$\mathrm{G} = \left| \frac{f_3}{f'_2} \right|,$$

et on retrouve, avec quelques précisions, la proposition habituelle :

Le grossissement visuel commercial d'une lunette, valeur approchée de son grossissement visuel, est égal à la valeur absolue du rapport de la focale antérieure de son objectif à la focale postérieure de son oculaire.

M. l'abbé De Smedt envoie la note suivante sur *la mesure de grandes résistances électrolytiques par la méthode d'amortissement.*

Voici en quoi consiste cette méthode : Si on donne une impulsion à l'aimant ou au cadre d'un galvanomètre, le mouvement oscillatoire, qui en résulte, induit une f. é. m. aux bornes du multiplicateur. Cette f. é. m. sera alternative avec la période d'oscillation. Supposons le circuit du cadre fermé sur une résistance extérieure R. Les courants induits circulant maintenant dans les enroulements du cadre s'opposent par leurs effets électromagnétiques aux oscillations qui les engendrent, et le mouvement oscillatoire sera amorti d'autant plus que le courant induit sera plus intense, ou que la résistance R sera plus faible. Pour mesurer une résistance x, il suffira de déterminer les décréments λ_x, λ_1, λ_2 correspondant respectivement à x et à deux résistances r_1 et r_2, voisines de x.

J. Schürr (JOURN. DE PHYSIQUE (3), 7, p. 598, 1898), a simplifié la mesure en établissant la formule : $R (\lambda_R - \lambda_x) =$ constante. Il admet en outre, sans l'avoir vérifié, que la méthode pourra être appliquée aux solutions salines, les courants induits ne produisant pas de polarisation à cause de leur alternance.

Le but de nos recherches fut de vérifier si la méthode d'amortissement peut être appliquée aux solutions électrolytiques.

A cette fin des solutions ont été mesurées successivement par le pont à téléphone et par amortissement.

La formule de Schürr n'a pu être employée, parce que le décrément pour une même résistance varie avec la température.

La comparaison des deux méthodes a conduit à la constatation générale suivante :

La résistance trouvée par la méthode d'amortissement a toujours été supérieure à celle mesurée par le pont à téléphone.

Cette constatation a été faite sur des solutions de HCl KCl C_4SO_4 $CdSO_4$ H_2SO_4, dont la dilution variait de 0,01 à 0,3 °/₀ en poids. Les expériences ont été variées par l'emploi de 3 galvanomètres à caractéristiques différentes et par l'emploi de plusieurs électrodes dont la forme, la nature (platine, cuivre, charbon) et les dimensions variaient.

Les résistances mesurées au pont sont comprises entre 20 000 et 150 000 ohms. L'excès du résultat obtenu par le décrément sur celui du pont varie de 1 °/₀ à 10 fois la résistance trouvée au pont. Même dans quelques cas la différence a été de l'ordre de plusieurs mégohms. Il est à remarquer que le phénomène ne présente aucune constance, les limites de variation indiquées étant atteintes pour une et même solution. La mesure au pont au contraire reste constante, sauf les petites variations dues aux différences de température.

La cause la plus obvie paraissait être la polarisation produite sur les électrodes par les courants induits.

En vue d'examiner ce point, deux expériences furent faites :

a) Le galvanomètre et la résistance sont mis en série dans la 4ᵉ branche du pont. Les courants de la bobine sont superposés aux courants induits. Les deux mesures se font simultanément. Quoique les électrodes soient dans le même état quant à la polarisation, les deux méthodes donnent la même différence que si les mesures se faisaient séparément.

b) Une résistance métallique successivement de 35 000, 50 000, 100 000 ohms est mise en série avec une résistance liquide de quelques ohms (KCl saturée). Ayant la même densité de courant que dans les mesures précédentes, la polarisation doit être la même. Cependant la mesure par amortissement ne donne pas d'excès.

L'influence de la self-induction a été examinée en mettant une résistance (métallique) de 20 000, 50 000 et 100 000 ohms en série avec une bobine à self de 1 Henry. L'influence a été trouvée nulle.

Par contre, les *dimensions des électrodes* ont une influence prépondérante sur la différence des résultats.

Des électrodes en platine de dimensions de plus en plus réduites ont été employées :

élects I (disque 4 cm. de diam.) ;
» II (disque 1/2 cm. de diam. ; tige 0,1 cm.) ;
» III (tiges de 1 cm. de long, 0,3 $^m/_m$ de diam.).

Soit R_κ le résultat trouvé au pont ; R_λ celui donné par la méthode d'amortissement.

	ÉLECTRODES	R_κ	R_λ	$R_\kappa - R_\lambda$
Hcl. 0,036.	I — I	60 350	61 600	1 250
	II — II	58 455	65 827	7 370
	II — III	62 191	1 200 000	
Kcl.	I — I	45 216	46 853	1 800
	I — II	46 059	52 357	6 300
	II — II	45 416	55 890	10 500
	III — II	46 708	3 mégohms	
	III — III	46 431	20 »	

Donc, la résistance mesurée par amortissement croît à mesure que les dimensions des électrodes sont plus réduites.

Ce résultat est confirmé par le fait que les électrodes II plongées plus ou moins profondément dans le liquide donnent des mesures (par amortissement) notablement plus petites ou plus grandes. Au contraire, si les tiges sont partiellement couvertes d'un tube de verre, elles donnent, à différentes profondeurs, la même différence de mesure.

L'emploi de différents galvanomètres pour mesurer la même solution au moyen des mêmes électrodes, a mis en lumière que $R_\lambda - R_\kappa$ augmente à mesure que *la période d'oscillation est plus grande :*

Solution $CdSO_4$

	R_κ	R_λ	$R_\lambda - R_\kappa$
Galvanomètre A 1re période 7″ 77	37 036	120 000	83 000
2e » 3″ 52	37 090	74 057	37 000
» B période 9″ 20	37 068	129 166	92 000

La période du galvanomètre A a pu être augmentée du simple au double en donnant une surcharge au cadre.

La *température* de la solution modifie notablement la résistance mesurée par le galvanomètre. L'excès sur la mesure au pont est beaucoup plus petit à des températures plus élevées :

Solution H_2SO_4

	R_λ	R_κ	$R_\lambda - R_\kappa$
18°	275 000	84 700	190 300
78° 5	102 000	55 490	46 510

Finalement une série d'expériences a montré que les mesures par amortissement étaient très sensibles à une modification de *la surface des électrodes.*

a) Chaque fois que les électrodes de platine avaient servi pendant un certain temps comme cathode dans une électrolyse d'eau acidulée H_2SO_4 (intensité 1 à 2 ampères), les électrodes portaient un dépôt noir, qui disparaissait graduellement dans la solution à mesurer. La résistance se trouvait alors réduite à peu près à la valeur de celle mesurée au pont, et cela d'autant mieux que l'électrolyse a duré plus longtemps.

Elle augmentait ensuite lentement avec le temps.

b) Une diminution s'observe encore quand les électrodes ont servi comme anode, dans les mêmes conditions. La résistance cependant se relève plus rapidement que dans le cas précédent. Aucun dépôt n'est visible.

Ces diminutions ne sont pas causées par des traces d'acide sulfurique restées adhérentes aux électrodes, car le seul fait de les plonger durant le même laps de temps dans l'eau acidulée ne fait pas diminuer la résistance.

c) Par contre, chaque fois que les électrodes avaient été nettoyées par frottement à la poudre d'émeri, la résistance par décrément croît.

d) L'échauffement des électrodes au rouge dans une flamme de bec Bunsen a aussi pour effet une augmentation des résistances.

M. le Professeur R. De Muynck présente ensuite la note suivante sur l'*influence d'une capacité dans la méthode du décrément.*

Le travail de M. l'abbé De Smedt « sur la mesure des résistances électrolytiques par la méthode d'amortissement » porte à conclure à une influence des électrodes.

Parmi les conditions relatives aux électrodes, l'auteur ne mentionne pas explicitement l'influence d'une capacité éventuelle. Il est vrai que la mesure exécutée au moyen d'une self-induction peut être considérée comme une vérification indirecte de l'influence d'une capacité mise en parallèle.

On sait en effet, et c'est le principe de la méthode de Vaschy et de la Touanne pour la comparaison d'une self et d'une capacité, qu'un condensateur de capacité c, shunté par une résistance r, se comporte dans un circuit parcouru par un courant variable, comme une bobine de résistance r et de self-induction $-cr^2$: donc, du résultat négatif de l'introduction d'une self égale à 1 Henry on doit conclure qu'une capacité qui serait shuntée par la résistance liquide n'exercerait pas d'influence.

Mais on peut imaginer que la capacité soit connectée autrement. Dans l'hypothèse que l'électrode en platine se couvrirait sur une partie de sa longueur d'une gaine isolante, cette électrode formerait condensateur avec le liquide électrolytique, et on aurait, comme dans les câbles sous-marins, une capacité répartie sur toute la longueur du fil.

Dans la théorie du galvanomètre balistique on ne fait pas intervenir la capacité de la résistance mise entre les bornes, celle-ci étant d'ailleurs ordinairement négligeable. Si l'on veut en tenir compte, on voit, qualitativement, que cela revient à supposer le système constitué par l'association d'un conducteur sans capacité et de condensateurs élémentaires en dérivation, et tous identiques ; le courant, ayant en un point $M(x)$ une certaine valeur I, prend en $N(x + dx)$ une valeur différente I_1, la différence $I - I_1$ représentant le courant de charge de l'élément dx. Si C, est la capacité du fil par unité de longueur, le courant variera donc de M en N à raison de la charge absorbée par C, dx : d'où une diminution d'intensité, ou une augmentation apparente de résistance.

En l'absence de données suffisantes pour traiter le problème quantitativement, j'ai recherché expérimentalement l'influence d'une capacité homogène répartie tout le long du circuit.

Un câble (longueur 100 m. ; âme formée de 7 fils de cuivre de 0,6 mm. de diamètre ; diamètre extérieur du câble 5,9 mm. ; résistance 0,9 ohm) fut mis en série avec des résistances successivement de 4000, 24 000, 54 000 ohms, entre les bornes du galvanomètre. Le décrément fut déterminé avant et après que le câble eut été plongé dans une cuve remplie d'eau et mise au sol.

Voici les valeurs observées de λ (logarithmes décimaux) :

	avant	*après*
4000 ohms + le câble	0,0681	0,0681
24 000 ohms + le câble	0,0184	0,0184
54 000 ohms + le câble	0,0125	0,0125.

La capacité du câble était de l'ordre de grandeur de 0,01 microfarad : il faut donc conclure qu'une capacité homogène de cette valeur, répartie uniformément le long d'un conducteur inséré entre les bornes du balistique, ne modifie pas le décrément.

Une seconde série de mesures fut faite au moyen d'une capacité plus grande localisée en un point du conducteur mis entre les bornes.

Voici les valeurs de λ :

Résistance 24 000 ohms,			sans capacité :	0,0184
»	»	»	avec cap. 1 microf.	0,0185
Résistance 54 000 ohms,			sans capacité	0,0125
»	»	»	avec 1 microf.	0,0125
»	»	»	avec 1,5 microf.	0,0125

A une approximation de 1/2 °/₀ près, qu'on doit considérer comme de l'ordre de grandeur des erreurs de mesure, l'adjonction d'une capacité localisée en un point du circuit n'a pas d'influence sur la valeur du décrément.

Si donc les variations de résistance observées dans les électrolytes par la méthode d'amortissement relèvent d'une capacité des électrodes, cette capacité doit être supérieure à 1,5 microfarad, si elle est localisée ; à 0,01 microfarad, si elle est répartie d'une manière uniforme le long des électrodes.

Le R. P. Schaffers parle *des zones de silence*.

On a observé, en Angleterre (¹) et en France (²), que le phéno-

---

(¹) V. Schaffers. Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 24 décembre 1917.

(²) A. Pérot. Société française de Physique, 7 décembre 1917. — A. Leduc. Ibid.

mène ne se manifestait que par vent contraire, et de plus, qu'il était très rare pendant la saison froide et très fréquent pendant la saison chaude. On a donc été amené à insister, dans les essais de théorie, sur le rôle du vent.

Il semble qu'en Belgique et en Allemagne (¹), au contraire, on ait généralement attribué le rôle principal aux variations de la température avec la hauteur, et de plus, que la saison froide s'y montrait beaucoup plus favorable que la saison chaude. Comme je l'ai exposé en détail dans les Études de Paris, 20 juillet 1918, les deux causes invoquées sont très probablement en jeu simultanément, et leur action s'explique sans difficulté, au moins qualitativement, par les variations de la vitesse du son et, par suite, par celles de l'inclinaison de l'onde, qui en résultent.

Ce qui est plus étonnant, c'est l'absolue contradiction qui existe dans les relations observées de part et d'autre du front, entre la température moyenne de la saison et la fréquence des zones de silence. A première vue, et en attendant des données plus nombreuses, il ne paraît pas impossible de les concilier, en remarquant que pour parvenir en Angleterre, les rayons sonores avaient à passer au-dessus de la mer sur une assez grande longueur, car ils prenaient de biais la Manche ou la Mer du Nord.

Or, si les auteurs allemands préfèrent l'explication thermique, c'est parce que la fréquence plus grande des zones de silence en hiver fait songer immédiatement à utiliser les couches d'inversion de température pour l'explication du retour des rayons. Ces inversions, en effet, ne sont pas rares en hiver, et l'accroissement de vitesse du son avec la hauteur, qui en est la conséquence, explique aussi naturellement l'abaissement des rayons vers le sol que la diminution de vitesse avec la décroissance de température qui est la règle près du sol, explique leur relèvement à partir de la source sonore.

Mais, au-dessus de la mer, les inversions ont une tendance plus accentuée à se produire en été qu'en hiver. On sait, en effet, que la surface des eaux se refroidit ou se réchauffe avec bien plus de lenteur que celle des terres, et qu'au lieu d'être en avance sur

---

(¹) Fr. Noelke. Physikalische Zeitschrift, t. 17, 1916, p. 31 et p. 283.

l'atmosphère, les variations de la température y sont toujours notablement en retard. En règle générale, la mer sera donc plus chaude que l'atmosphère en hiver, et plus froide en été, surtout près des côtes, parce que les vents y amènent de l'intérieur des terres les masses d'air, refroidies ou réchauffées, suivant la saison.

En principe, cette remarque semble lever la contradiction d'une manière satisfaisante pour l'Angleterre. Il resterait à s'assurer que les observations faites s'y conforment dans le détail. Mais en France, également, à Louviers, par exemple (1), on a constaté que le canon ne se faisait jamais entendre en hiver. L'explication n'est donc pas adéquate, si vraiment cette observation se confirme. Jusqu'à présent, je n'en ai pas rencontré d'autres semblables.

Il est une autre difficulté, qui recevra sans doute aussi sa solution de la mise en œuvre d'observations qui n'ont pas encore vu le jour, mais qui pourraient avoir été faites pendant la guerre. Si le phénomène des zones de silence est dû uniquement aux variations du vent et de la température, le rayon sonore ne s'élève pas à plus d'une dizaine de kilomètres au maximum, et souvent ne dépasse pas la moitié ou le tiers de cette hauteur. Comme, d'autre part, il ne revient généralement au sol qu'à 160 km. de la source, il s'ensuit que sa courbure sera toujours faible.

Dans ces conditions, il paraît inadmissible, étant données d'autre part la grande diffraction des rayons sonores et la facilité avec laquelle ils contournent les obstacles, que l'ébranlement ne pénètre pas à l'intérieur d'un arc aussi surbaissé, et alors on ne conçoit plus la possibilité d'une zone de silence absolu. Tout au plus devrait-on observer un affaiblissement du son. Comme l'intensité est en tout cas peu considérable au delà de la zone dite de silence, on se rend compte qu'elle ait pu longtemps passer inaperçue dans cette zone elle-même. Mais à présent que l'attention a été vivement attirée sur ces phénomènes et qu'ils ont été l'objet d'observations suivies sur de vastes espaces pendant plusieurs années, il faut avouer que si vraiment toute perception auditive a fait complètement défaut dans la zone de silence, ce sera une objection très grave contre les explications proposées.

---

(1) M. Collignon. COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 26 août 1918.

Troisième Section

M. J. Capart demande à la troisième Section, par l'intermédiaire de son président, M. A. Renier, s'il n'y a pas lieu de former une sous-section des sciences ethnographiques. Ce point fera l'objet d'un examen ultérieur.

M. l'abbé G. Delépine présente une communication sur la présence du niveau à *Productus (Daviesiella) Llangollensis* dans le calcaire carbonifère de la Belgique.

La bande de calcaire carbonifère qui, en Belgique, s'étend à l'ouest de la Vallée de la Meuse à partir de Waulsort, se prête par sa position intermédiaire entre le reste du bassin de Dinant et les affleurements carbonifères de l'Avesnois (Nord de la France) à l'étude des rapports qui peuvent exister entre ces deux régions. M. A Carpentier a déjà esquissé entre elles une comparaison (1). Nous signalons aujourd'hui un fait précisément observé aux environs de Florennes, qui, rapproché de quelques autres, apporte un élément nouveau à l'étude comparée du calcaire carbonifère dans le Nord de la France et en Belgique.

I. *Description du gisement à Daviesiella Llangollensis de Florennes.*

Une petite carrière où l'on exploite le calcaire carbonifère pour l'empierrement des chemins de fer vicinaux est ouverte au S. E. de l'agglomération principale de Florennes. On rencontre cette carrière en se dirigeant de la gare de Florennes-Est vers le centre de la commune, à l'endroit où se détache un chemin qui mène directement à la grande route de Philippeville, laquelle passe à 300 mètres de là. Sur la carte géologique 1/40.000^{me} (feuille de Philippeville-

---

(1) *Contribution à l'étude du Carbonifère du Nord de la France*, in **Mém. Soc. Géol. du Nord**, VII, Lille, 1913, p. 121 et 124.

Rosée, n° 174), l'affleurement qui est entamé par l'exploitation est noté $V_{2}a$, c'est-à-dire, d'après la légende de la carte : « Calcaire gris à grains cristallins, calcaire oolithique ou compact. *Productus Cora.* »

La roche exploitée est effectivemnt un calcaire blanc massif, recoupé par de nombreuses diaclases qui prennent les apparences de joints de stratification, de sorte qu'il est difficile au premier abord de se rendre compte du pendage des couches. Celles-ci sont fortement inclinées vers le Sud, presque redressées ; elles forment une bande orientée de l'Est à l'Ouest, parallèlement à l'axe du synclinal avec terrain houiller qui est figuré sur la carte entre Corenne et Florennes

Dans la partie nord de la carrière, le calcaire est gris, subcompact, parfois oolithique ou finement bréchoïde. Il renferme par endroits des Brachipodes faisant corps avec la roche, et qu'il est par suite presque impossible de dégager et de déterminer (Dielasma ?), et des Gastéropodes de grande taille. M. A. Salée y a trouvé aussi des polypiers qu'il a reconnus appartenir au genre nouveau qu'il a décrit et nommé *Dorlodotia.* Toute cette partie de la carrière est, au total, peu fossilifère. — Mais la paroi sud est constituée par un banc, dont la surface redressée est mise à découvert sur une longueur de 30 mètres environ, et qui est rempli de *Productus* (*Daviesiella) Llangollensis* Dav. — Ce fossile forme par places dans l'épaisseur du banc de véritables amas ; on peut détacher des blocs, ayant 50 et 60 cm. de diamètre, qui sont constitués presque uniquement par les épaisses coquilles de ces *Productus* agrégées ensemble (1).

Le fossile dont nous possédons, grâce à ces circonstances, de nombreux exemplaires en bon état, répond tout à fait à la description que Davidson a donnée de *Productus Llangollensis* (2) : valve ventrale fortement bombée, très épaisse ; côtes fines, régulières, très nombreuses, semblables à celles de *Chonetes comoïdes*

---

(1) Nous avons connu la présence de ces fossiles à Florennes par un envoi de matériaux qui nous étaient soumis pour les déterminer par le R. P. H. Derville. C'est à la suite de cela que nous nous sommes rendu à Florennes, accompagné de M. le Prof. A. Salée, de l'Université de Louvain.

(2) MONOGRAPH. BRIT. FOSS. BRACH. vol. II (1858-63) *Palacont. Soc.*, pl. XLV, fig. 3-6 et texte, p. 275.

Sow. ; mais la coquille se différencie de cette dernière par une area plus étroite et un crochet plus prononcé au-dessus du bord cardinal. Waagen a créé pour réunir *Prod. Llangollensis* Dav., et *Chonetes comoides* Sow. un genre nouveau, *Daviesiella*, à cause de leurs caractères communs : la présence de dents cardinales et l'existence d'une deuxième paire d'adducteurs à l'intérieur de la valve ventrale, les autres caractères étant ceux des *Productus*, alors que l'ornementation de la surface de la coquille est celle des *Chonetes*. Le fossile si abondant à Florennes doit donc être désigné sous le nom de *Daviesiella Llangollensis* Dav.

II. *Les autres gisements à Daviesiella Llangollensis en Belgique.*

Ce fossile est connu dans trois autres endroits en Belgique.

M. A. Carpentier a signalé sa présence à l'Ouest de Florennes dans la coupe d'Yves-Gomezée (¹) : il s'y rencontre dans un calcaire bleu, immédiatement en dessous de massifs de calcaire blanc à *Productus Cora*.

Nous l'avons trouvé nous-même à Landelies (²), dans un calcaire blanc massif grenu ou finement oolithique et cristallin qui est à la base de l'assise à *Productus Cora* ; ce calcaire offre une très grande ressemblance avec celui de l'affleurement de Florennes. Mais *Dav. Llangollensis* n'y est nullement commun et par amas comme à Florennes, mais plutôt rare, associé à des exemplaires de petite taille de *Productus Cora* d'Orb., et polypiers : *Syringopora* et *Dorlodotia Briarti* Salée (³).

Daviesiella Llangollensis a été trouvé également dans la coupe que fournit la tranchée du chemin de fer de Ciney à Yvoir, près de la gare de Sovet. Nous l'y avons recueilli dans l'oolithe qui se trouve au-dessus de la dolomie et qui occupe stratigraphiquement le sommet de cette coupe (⁴). *Dav. Llangollensis* y est associé à d'assez nombreux *Productus plicatilis*.

(¹) *Op. cit.*, p. 160.

(²) *Recherches sur le Calc. Carb. de la Belg.* Paris, Béranger, 1911, p. 163, fig. 43, n° 12, et p. 156, carrière E.

(³) En 1909 nous avions pris ce dernier fossile pour *Carcinophyllum* θ Vaugh. et dans notre travail paru en 1911, nous l'avons signalé sous ce nom, et indiqué qu'il est commun dans ce calcaire blanc à Landelies.

(⁴) Voir la description que nous avons donnée de cette coupe dans le travail paru en 1911, que nous avons cité, p. 301, et fig. 74, n° 1.

III. *Position stratigraphique du calcaire à Daviesiella Llangollensis.*

Le gisement de Landelies fournit déjà une indication précise sur la position stratigraphique de *Dav. Llangollensis :* ce fossile s'y trouve à la base de la zone à *Productus Cora,* ou, en suivant la classification établie par A. Vaughan, à la base de la sous-zone S_2.

A Sovet, l'oolithe où il se rencontre est au-dessus de calcaires noirs argileux et d'une dolomie, qui correspondent respectivement au marbre de Dinant et à la dolomie autrefois nommée dolomie de Namur et qui appartiennent aux sous-zones C_2 et S_1 de Vaughan. L'oolithe à *D. Llangollensis* occupe donc à Sovet soit le sommet de S_1, soit l'extrême base de S_2. — Il en est de même à Gomezée.

Dans le Nord de la France, les observations de M. Carpentier permettent de fixer exactement à la fois les limites supérieure et inférieure des niveaux où se rencontre *D. Llangollensis* (¹). — Ce fossile, que Gosselet avait déjà signalé, y est commun dans de nombreuses coupes tout le long de la bande de calcaire carbonifère qui, au sud de la Sambre, s'étend de Ferrière-la-Petite près Maubeuge, à Bachant et à Sassegnies près Aulnoye. Les niveaux où il existe sont variés, mais ils s'échelonnent tous depuis les calcaires à *Productus sublaevis,* partie supérieure de la sous-zone C_2 de Vaughan, jusqu'à l'oolithe à *Prod. Cora,* base de la sous-zone S_2 ; *Dav. Llangollensis* y atteint son maximum de développement et de fréquence dans les couches intermédiaires entre ces deux horizons, c'est-à-dire dans les formations appartenant à la sous-zone S_1.

Daviesiella Llangollensis occupe donc dans le calcaire carbonifère une position nettement définie à la base du Viséen et que le tableau suivant permet d'indiquer avec précision (²).

(¹) A. Carpentier, *op. cit.* ; voir notamment p. 85, ss. et aussi le tableau des niveaux fossilifères du calcaire carbonifère de l'Avesnois dressé par cet auteur, *ibid.*, p. 112.

(²) Dans ce tableau : *c.* = commun ; *c.c.* = très commun ; *a.c.* = peu commun.

TOURNAISIEN			VISÉEN				
Z_1	Z_2	C_1	C_2	S_1	S_2	D_1	D_2
....	....	?	c. (au sommet)	c. c. (maximum)	a. c. ou rare (à la base)	?	(existe à Visé)

Il importe d'ajouter que *Daviesiella Llangollensis*, comme bien d'autres fossiles du calcaire carbonifère, peut se retrouver à des niveaux plus élevés que les horizons qui s'étagent de l'oolithe à *Productus sublaevis* à l'oolithe à *Productus Cora*. Mais ce fossile n'est alors qu'un élément de toute une faune qui s'est enrichie à ces niveaux supérieurs d'espèces, voire de genres nouveaux, qui ne laissent aucun doute sur l'âge plus récent des couches qui le contiennent. *Dav. Llangollensis* n'y a plus dès lors la valeur comme index stratigraphique qu'il représente à la partie inférieure du Viséen. C'est le cas à *Llangollen* même, dans le Nord-Est du Pays de Galles, où ce fossile existe dans des calcaires de la sous-zone D_2, c'est-à-dire à un niveau beaucoup plus élevé que dans la région de Dinant et dans le Nord de la France. — Dans une excursion récente nous en avons vu aussi un exemplaire dans le calcaire de Visé (¹), au milieu de toute une faune qui définit la sous-zone D_2, dans la nouvelle tranchée de chemin de fer ouverte au cours de la guerre au nord de Visé, le long de la ligne d'Aix-la-Chapelle à Tongres. — Ces faits n'infirment en rien la valeur de *Dav. Llangollensis* comme index stratigraphique pour les sous-zones C_2 et S_1, pas plus que celle de *Prod. sublaevis* pour C_2 et de *Prod. Cora* pour S_2, deux espèces qui montent également et peuvent se rencontrer dans les couches les plus élevées du Dinantien. Dans le calcaire carbonifère, pour déterminer avec sûreté la zone stratigraphique à laquelle appartient une série de couches, il faut tenir compte de tout l'ensemble des fossiles, Brachiopodes et Polypiers, qu'on y trouve. Et pour appliquer cette observation au cas particulier dont nous traitons ici, on peut avec certitude rapporter à la sous-zone C_2 ou S_1 de Vaughan une série de couches où l'on recueille en même temps que *Dav. Llangol-*

(¹) Cet exemplaire a été recueilli par M. A. Renier, Directeur du service géologique de Belgique.

lensis, des espèces telles que *Chonetes papilionacea* Phill., *Cyathophyllum* φ Vaughan, *Michelinia grandis* Mc Coy., on peut y ajouter aujourd'hui *Dorlodotia Briarti.* — Nous ajouterons au surplus que ces mêmes horizons renferment partout où ils ont été étudiés en Belgique, dans le Nord de la France et dans le Sud-Ouest de l'Angleterre, des Gastéropodes de grande taille : *Evomphalus*, *Bellerophon*, *Straparollus,* etc. (¹).

Position stratigraphique du gisement de Florennes. Les faits que nous venons d'exposer, nous permettent de conclure que le gisement de calcaire à *Dav. Llangollensis* de Florennes se place à la base du Viséen, et qu'il appartient probablement à la sous-zone S_1 ou au sommet de la sous-zone C_2. L'abondance de *Dav. Llangollensis* dans ces bancs, et la présence de Gastéropodes de grande taille dans les couches voisines, sont les faits sur lesquels nous nous basons en attendant que d'autres découvertes nous autorisent à préciser davantage (²).

IV. *Changements de facies du calcaire à Dav. Llangollensis.* Nous nous bornerons à observer que c'est dans des calcaires massifs blancs, à structure plus ou moins oolithique, que *Dav. Llangollensis* présente bien les caractères distinctifs qui lui sont attribués par Davidson. Quand le facies change à ces mêmes niveaux et que les formations des sous-zones C_2 et S_1 sont représentées par un calcaire bleu ou noir, argileux, on y trouve *Chonetes (Daviesiella) comoïdes* Sow. C'est le cas pour certaines couches du calcaire de Bachant dans le Nord de la France, et en Belgique pour les calcaires noirs de la coupe de Sovet, de la Responnette et des environs de Maredsous (³).

(¹) Ce dernier trait est même assez caractérisé et assez général dans le Nord du Pays de Galles pour que A Vaughan et E. Dixon aient désigné sous le nom de *Gastropod-beds* ou de *Gastropod limestones* l'horizon ainsi repéré : voir Q. J. G. S., LXVII, 1911, pp. 503 et 544.

(²) Les observations faites par M. A. Salée dans son Mémoire sur *Un genre nouveau de Tétracoralliaires (Dorlodotia)* se trouvent tout à fait en accord avec notre manière de voir au sujet du gisement de Florennes dont il est ici question.

(³) Delépine, *op. cit.*, pp. 301, 323, 327.

Nous croyons que *Chonetes (Daviesiella) comoïdes* Sow. et *Daviesiella Llangollensis* Dav. ne sont que deux variétés, d'ailleurs souvent difficiles à distinguer, d'une même espèce.

En attendant que nous puissions revenir sur cette question purement paléontologique et qui sort du cadre de cette note, il suffira d'observer à l'appui de cette manière de voir :

1) Que les deux formes se rencontrent précisément avec la même surabondance à la surface ou dans l'épaisseur de bancs situés précisément aux mêmes horizons stratigraphiques. L'une, la « forme » *Chonetes (Dav.) comoïdes* est plus fréquente dans les calcaires noirs plus ou moins argileux ; l'autre, *Dav. Llangollensis*, est plus commune dans les calcaires blancs oolithiques.

2) Que nous possédons dans nos collections, à l'Université catholique de Lille, de nombreux exemplaires constituant d'excellents types de passage entre les deux formes, dont les uns proviennent de calcaires noirs, les autres de calcaires oolithiques.

3) Que la parenté entre les deux formes est telle que Davidson (¹) n'accepte de garder la distinction entre *Productus Llangollensis* et *Chonetes comoïdes* que sous bénéfice d'inventaire.

V. Il est peut-être intéressant, au point de vue *éthologique*, d'observer que les amas, formés à l'époque du calcaire carbonifère par *Productus Llangollensis*, sont à comparer avec ceux qu'ont produits à d'autres époques des organismes appartenant au groupe des mollusques bivalves : les *Dicérates* au Jurassique, les *Rudistes* au Crétacé supérieur, les *Ostréides* au Tertiaire et à l'époque actuelle. La comparaison se justifie aussi bien si l'on considère l'épaisseur des valves que le nombre des individus, accumulés par myriades dans une même couche. *Dav. Llangollensis* pourrait donc être rangé parmi les organismes qui ont eu la propriété de sécréter pour constituer leur test du carbonate de chaux en quantités considérables, hors de proportion avec la faible masse des parties vivantes, et telles que leurs restes accumulés ont suffi pour construire des bancs entiers de calcaire.

(¹) *Op. cit.*, p. 276.

Le nom de la commune de Welden fait l'objet de la communication suivante de M. le curé Claerhout.

Voici en quels termes Odon, évêque de Cambrai, confère à l'abbaye d'Eename, l'autel de Welden en 1110 ;

« *Proinde ad anime nostre et predecessorum nostrorum salutem...reverendi filii nostri Gileberti, Eihamensis abbatis, petitioni condescendentes, altare de Wenlines... liberum et inpersonatum ecclesiae Eihamensi assignamus...* » (¹).

Nous attribuons à ce nom *Wenlines* une origine celtique et nous croyons y découvrir les éléments suivants : **Wen - lin - es**.

Avant de rendre compte de ces trois éléments, donnons un aperçu du classement des idiomes celtiques (²).

Les langues celtiques se distinguent en trois groupes : le groupe gaulois, le groupe brittonique formé du gallois ou kymrique, du cornique et du breton ou armoricain, et le groupe gaélique comprenant le vieil irlandais et le vieil écossais.

Nos ancêtres gaulois de la première et de la seconde invasion se servaient probablement d'un dialecte gaulois et le gaulois ne nous est connu que par quelques noms, quelques mots cités par les auteurs grecs et latins, quelques monnaies et quelques inscriptions ; mais nous estimons que quand nous rencontrons ici, dans l'onomastique ou ailleurs, un mot qui n'est ni latin ni germanique, et que nous pouvons le rapporter au celtique primitif qui résulte de l'analyse des monuments du groupe brittonnique et du groupe gaélique, auxquels le gaulois était très apparenté, il nous est loisible alors de considérer ce mot comme appartenant au dialecte gaulois, parlé par nos ancêtres, à cet idiome dont le trésor linguistique a disparu en grande partie.

Abordons à présent le premier élément **wen** du nom antique de Welden.

A notre avis, c'est le terme celtique *vindos, blanc,* que nous avons déjà signalé dans le nom de *Wenduine* (³). Il est représenté

(¹) Charles Piot, *Cartulaire de l'Abbaye d'Eename*, Bruges, 1881, p. 13.

(²) Karl Brugmann, *Grundriss der vergleichenden Grammatik der Indogermanischen Sprachen*, Strassburg, 1886, Band I, p. 9 et G. Dottin, *Manuel pour servir à l'étude de l'Antiquité celtique*, 2ᵉ édition, Paris, 1915, *passim*.

(³) *L'Origine du nom de Wenduine* dans ANN. DE LA SOC. SCIENTIF. DE BRUX. 34ᵉ Année (1909-1910), p. 253.

dans le vieil irlandais *find*, le gallois *gwynn* et le vieux breton *guenn* ; ce dernier mot présente déjà une analogie remarquable avec le terme *wen*, usité dans l'ancienne Belgique celtique (¹).

Chose digne d'intérêt : de vieux textes gallois contiennent la forme identique *wen*. Nous y trouvons le mot *gorwen*, qui veut dire *très blanc :* c'est le mot *wen, blanc*, avec la particule intensive *gor* (²).

Le second élément lin se rapporte avec beaucoup de vraisemblance au radical celtique *lindo-*. Ce sera la forme donnée par les anciens Belges au vocable celtique qui paraît dans le vieil irlandais sous la forme de *lind*, dans le vieux gallois sous la forme de *linn* et dans le vieux breton sous la forme identique à la nôtre de *lin*. Le même terme celtique qui signifie *eau, étang, marais* est conservé dans le nom de la ville de Dublin que l'on interprète comme *Dubo-lindo-n, the black pool* (³).

Voilà donc une localité portant le nom belgo-romain de *Wenlin*, quand les Francs ont essaimé sur les rives de l'Escaut.

Qu'est-il arrivé ?

Les Francs ont décliné ce nom, selon les règles de leurs déclinaisons, comme ils déclinaient les thèmes forts masculins et neutres de leur langue, et quand la construction l'exigeait, ils ont bravement apposé au thème *Wenlin* la terminaison *-es* de l'idiome bas-franc (⁴).

Il est à présumer que dans les textes primitifs, on écrivait : *altare Wenlines :* l'autel, l'église, la paroisse du vivier blanc. Les copistes qui modifiaient les textes à leur gré, ont écrit *altare de Wenlines*, pour noter le génitif à leur façon, alors qu'ils ne comprenaient pas que la terminaison *-es* marquait déjà le génitif.

(¹) Whitley Stokes, *Urkeltischer Sprachschatz*, Göttingen, 1894, p. 265. — Holder, *Alt-Celtischer Sprachschatz*, zweiter Band, Leipzig, 1904. p. 966 sub v° *Pennorindo-s*. — G. Dottin, *Op. laudat.*, p. 118.

(²) J. C. Zeuss., *Grammatica celtica*, Lipsiae, 1853, vol. 2, p. 868.

(³) Holder, *op. cit.*, t. II, p. 228. — G. Dottin, *Op. laudat.*, p. 114. - J. C. Zeuss., *op. cit.*, t. I, p. 291.

(⁴) J. Vercoullie. *Schets eener historische Grammatica der Nederlandsche Taal*, Gent, 1892, p. 45.

Vers 1130 nous lisons : « *apud Wenlin* » ; Wenlin devait être en bas-franc la forme de l'accusatif (¹).

Rien de plus naturel que la signification du nom de ce village : ne présente-t-il pas une similitude suggestive avec le nom du marécage : *de witte Moer,* à Sleidinghe et avec le nom de ce petit lac, *de Blankaart,* devenu célèbre dans les temps héroïques que nous venons de traverser ?

A présent regardez les cartes de l'État-major : vous y verrez une petite étendue de prairies basses, bien séparées de celles qui bordent l'Escaut.

Après le dernier glaciaire, les plus bas niveaux qui bordent actuellement les fleuves, les rivières et les ruisseaux étaient couverts d'eau et formaient des bandes marécageuses. Sur les niveaux plus élevés se trouvaient de nombreux étangs et ci et là un petit lac. Les plans terriers du XVIIIᵉ siècle peuvent encore rendre témoignage de l'existence de ces étangs qui ont été comblés pour fournir des terres précieuses, livrées à la culture. Dans les petits lacs et dans les étendues marécageuses la tourbe s'est accumulée et cette tourbe a été recouverte par des alluvions modernes quand les pluies faisaient déborder les cours d'eau. Tous ces mouvements ont transformé ces pièces d'eau en pâturages et c'est un petit lac de cette nature, transformé actuellement à Welden en bois, en oseraies et en prairies situés dans une dépression de terrain, qui a donné ce nom gaulois si intéressant de *vivier blanc* à ce petit village.

Quand on suit la chaussée qui mène d'Audenarde à Alost, on aperçoit à gauche, au delà du kilomètre 6, l'emplacement de cette ancienne nappe d'eau et le petit chemin empierré, qui conduit de la chaussée au village de Welden, longe l'une des extrémités de cette dépression de terrain ; de l'autre côté du chemin on remarque trois admirables fermes du type franc, dont les bâtiments ont été renouvelés au XVIIIᵉ siècle ; elles sont entourées de grands fossés qui forment des rectangles ressemblant à ces

---

(¹) C. Piot, *op. cit.*, p. 26. — Sur les agissements des copistes, cfr. J. Mansion, *Over Namenkunde*, dans VERSLAGEN EN MEDEDEEL. DER K. VL. AKADEMIE, J. 1919.

fossés rectangulaires qui protègent les campements gaulois ; les découvertes ethnographiques ont révélé que souvent les néolithiques, les Celtes, les Belgo-Romains et les Francs se sont succédé dans le même habitat et il est vraisemblable que ces antiques et intéressantes habitations rurales de Welden se trouvent à l'endroit où les habitants gaulois ont creusé ces fossés d'apparence celtique.

Comment le vocable *Wenlin* est-il devenu Welden ?

On peut poursuivre à travers les âges dans le Cartulaire de l'Abbaye d'Eename que M. Piot a publié, les transformations successives que le nom primitif a subies et qui ont amené naturellement, par des phénomènes bien connus, la forme actuelle de *Welden*.

En 1181 nous lisons : *ecclesia de Wellines* (1) : la combinaison *nl* est devenue *ll* par la permutation de la nasale en liquide, qui s'observe souvent dans les langues romanes (2); et en 1278 (3) l'insertion d'un *d* euphonique nous conduit au nom de *Welden*, qui par ces divers changements a acquis une physionomie flamande.

Le mouvement des migrations des peuples a amené successivement sur notre territoire, des tribus que nous pouvons disposer en couches ethniques superposées, comme nous apercevons dans un terrain la superposition des niveaux géologiques ; comme nous pouvons distinguer les fossiles caractéristiques de chaque assise géologique, de même nous discernons dans chaque niveau ethnographique le matériel onomastique qui lui est propre, matériel qu'il faut analyser suivant les lois linguistiques particulières qui le régissent. C'est ainsi que nous voyons apparaître tour à tour les peuplades néolithiques, dont nous ramassons les outils, dont nous ne connaissons ni la langue ni l'origine ethnique et qui nous ont peut-être légué certains noms rebelles à l'analyse ; les peuplades celtiques des Gaulois et des Belges qui sont des Indo-Européens et dont le matériel toponymique se prête à l'analyse ; les Belgo-Romains dont nous pouvons reconstituer la civilisation ; les peuplades germaniques des Frisons, des Saxons et des Francs, dont nous connaissons les langues et les mœurs et dont nous devons analyser les données toponymiques d'après les lois de la philologie germanique.

---

(1) C. Piot, *op. cit.*, p. 56.

(2) A. Brachet, *Dictionnaire étymologique de la Langue française*. In v° Aller.

(3) C. Piot, *op. cit.*, p. 293.

Nous nous sommes efforcé dans ce modeste essai de placer le nom de Welden dans le cadre celtique.

M. Claerhout fit aussi part à la Section d'intéressantes trouvailles qu'il a faites à la station néolithique de Caster.

Cette station s'étend sur les deux niveaux supérieurs de la vallée de l'Escaut et elle a une superficie d'environ 400 hectares. La commune de Caster est située sur la rive gauche de l'Escaut ; elle fait partie de l'arrondissement de Courtrai et du canton d'Avelghem. Nous avons continué à l'explorer depuis le 1r janvier 1914 jusqu'à présent et aujourd'hui nous donnons un aperçu de ce qui nous reste de nos récoltes qui n'ont pas échappé au désastre amené par la dernière et terrible bataille qui a précédé l'armistice.

Nous avons recueilli une belle collection de pointes de flèches.

Nous pouvons signaler 13 pointes de flèches à ailerons et pédoncules, un remarquable exemplaire de pointe de flèche triangulaire à laquelle on observe un large cran d'arrêt à quelques millimètres de la base, 10 pointes de flèches triangulaires à base plus ou moins convexe, parmi lesquelles il y en a une qui a une longueur de 45 millimètres et une autre en beau silex brun, d'une grande finesse d'exécution, 9 pointes de flèches triangulaires à pédoncules dont une se distingue par une grande délicatesse de taille ; 9 pointes de flèches à ailerons et pédoncules plus ou moins endommagées.

Il y a une pointe à cran : c'est accidentellement qu'elle paraît représenter dans le néolithique un spécimen de la taille solutréenne.

Nous possédons un ensemble de 112 grattoirs. Il y en a de diverses formes et de toutes les dimensions. Relevons les grattoirs discoïdes, les grattoirs doubles et les grattoirs allongés. Il y en a qui sont si épais qu'ils semblent reproduire dans le néolithique les formes des grattoirs nucleus, des grattoirs carénés et des grattoirs ovales du paléolithique.

Nous avons pu récolter encore :

1° environ 70 lames et couteaux. Quelques-uns sont munis d'encoches et peuvent avoir servi à travailler et à arrondir des tiges en os ou en bois. Les lames les plus épaisses peuvent avoir été utilisées comme retouchoirs.

2° 15 perçoirs. Ce sont des éclats garnis d'une pointe effilée.

3° 12 fragments de haches polies. Il y a un éclat qui provient d'une hache en silex du Grand Pressigny.

4° plusieurs milliers d'éclats rétouchés. La présence de ces éclats prouve que les rognons de silex, importés vraisemblablement d'Obourg et de Spiennes, ont été débités et travaillés sur place.

Nous discernons des éclats qui sont des déchets de taille, des éclats qui présentent des retouches et des encoches et qui ont été utilisés soit pour le raclage, soit pour le travail de l'os et du bois, des éclats, qui après avoir fourni la matière première des lames et des pointes, ont servi de percuteurs.

Jusqu'à présent nous n'avons pu découvrir des vestiges de poterie, de fonds de cabanes ou de sépultures néolithiques.

M. A. Renier fait observer, au sujet de la communication sur la station néolithique de Caster, combien il importe de situer exactement les localités et de mettre les publications au point, c'est-à-dire de rappeler sommairement les travaux parus sur un sujet déterminé ; l'effort du lecteur est ainsi réduit au minimun.

M. A. Salée, professeur de Paléontologie à l'Université de Louvain, s'occupe d'*un genre nouveau de Tétracoralliaires* (DORLODOTIA) *et de la valeur stratigraphique des* LITHOSTROTION.

Les travaux du regretté Arthur Vaughan et de ses disciples, et ceux du prof. Garwood, ainsi que les recherches de M. C. Delépine et les nôtres ont montré l'importance de l'étude des polypiers pour l'établissement de zones paléontologiques dans le Carbonifère, concurremment avec celle des brachiopodes.

Le peu de cas qu'en faisaient naguère les stratigraphes provenait de la rareté des échantillons à calice conservé qu'exigeaient les diagnoses anciennes. Grâce à la méthode des lames minces, il est possible de déterminer spécifiquement les polypiers paléozoïques même engagés dans la roche, sur des spécimens fragmentraires, et ils sont ainsi doublement précieux pour l'étude des affleurements où les brachiopodes se récoltent difficilement.

Le stratigraphe, obligé souvent à une détermination rapide sur le terrain, doit cependant se mettre en garde contre certaines confusions faciles à faire, lorsqu'on se borne à caractériser les polypiers d'après les coupes grossières qui apparaissent à la surface des bancs ou dans une cassure de la roche.

Nous voudrions aujourd'hui attirer l'attention sur les caractères des *Lithostrotion* branchus : ce qui nous donnera l'occasion de faire connaître un genre nouveau de Tétracoralliaires dont l'espèce-type a été confondue avec une ou plusieurs espèces de *Lithostrotion*.

Les *Lithostrotion*, comme on le sait, sont limités, dans le Carbonifère, au Viséen. M. le prof. Garwood, dans son étude sur le Nord-Ouest de l'Angleterre (¹), y divise la série carboniférienne en COUCHES SANS LITHOSTROTION qu'il assimile au TOURNAISIEN ; — et en COUCHES A LITHOSTROTION qu'il estime équivalentes au VISÉEN.

Cette classification n'est pas conforme à la manière dont nous interprétons les choses : le Tournaisien ainsi compris engloberait toute la zone à *Caninia*, établie par A. Vaughan dans le Sud-Ouest de l'Angleterre ; alors que la comparaison avec les couches de la Belgique a montré — et A. Vaughan lui-même est de cet avis — qu'il fallait placer la limite entre le Tournaisien et le Viséen *au milieu* de la zone à *Caninia*.

Les *Lithostrotion* font donc leur apparition, non pas à la base du Viséen, mais à un niveau un peu plus élevé, à l'extrême sommet de la zone à *Caninia* : c'est à ce niveau que A. Vaughan a trouvé en Angleterre la forme la plus ancienne (²) et nous avons trouvé avec notre élève et ami M. F. Demanet (³) *Lithostrotion* dans les couches les plus élevées de la zone C_2 dans la vallée de la Molignée.

On peut diviser les *Lithostrotion* en deux groupes d'après leur aspect extérieur :

(¹) E. J. Garwood, *The Lower Carboniferous Succession in the North-West of England*, QUART. JOURN. GEOL. SOC., vol. LXVIII, 1912, p. 452.

(²) A. Vaughan, *The Palaeontological Sequence in the Carboniferous Limestone of the Bristol area*, QUART. JOURN. GEOL. SOC., vol. LXI, 1905, p. 280.

(³) F. Demanet, MÉMOIRES DE L'INSTITUT GÉOLOGIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN, II (en préparation).

Le groupe *Nematophyllum* comprenant les espèces à polypier en masse compacte composée de polypiérites prismatiques ; *(Lithostrotion basaltiforme ; Lith. affine ; Lith. Portlocki...)*;

Le groupe *Siphonodendron* comprenant les espèces à polypier branchu, formé de polypiérites cylindriques *(Lithostrotion Martini ; Lith. irregulare...)*

CARACTÈRES COMMUNS AU **Lithostrotion Martini** Edwards et Haime *(Lithostrotion cespitosum* M'Coy pour De Koninck) **et Lith. irregulare** Phillips sp. :

Polypier dendroïde ;

Deux cycles de septa alternant ;

Septa non épaissis par un revêtement spécial de stéréoplasme et uniformément minces sur toute leur longueur ;

Columelle non épaissie par du stéréoplasme ;

Pas de muraille stéréoplasmique (parfois rudimentaire chez *Lith. Martini)* ;

Zone périphérique de vésicules interseptales.

CARACTÈRES DIFFÉRENTIELS :

Lithostrotion Martini. En coupe transversale : (fig. 1)

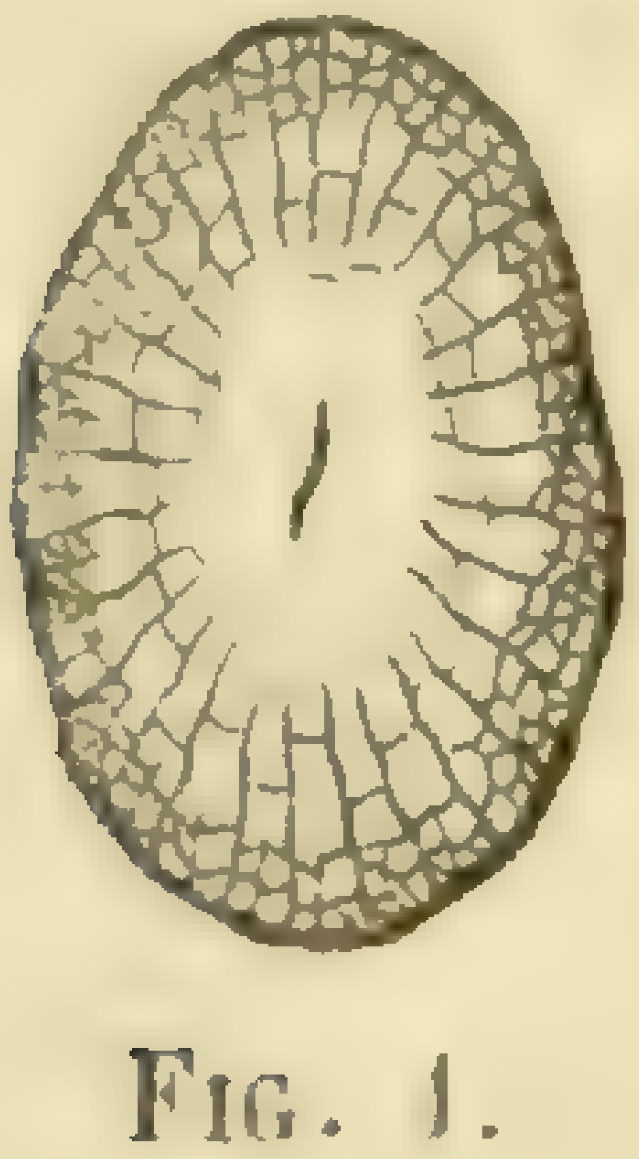


FIG. 1.

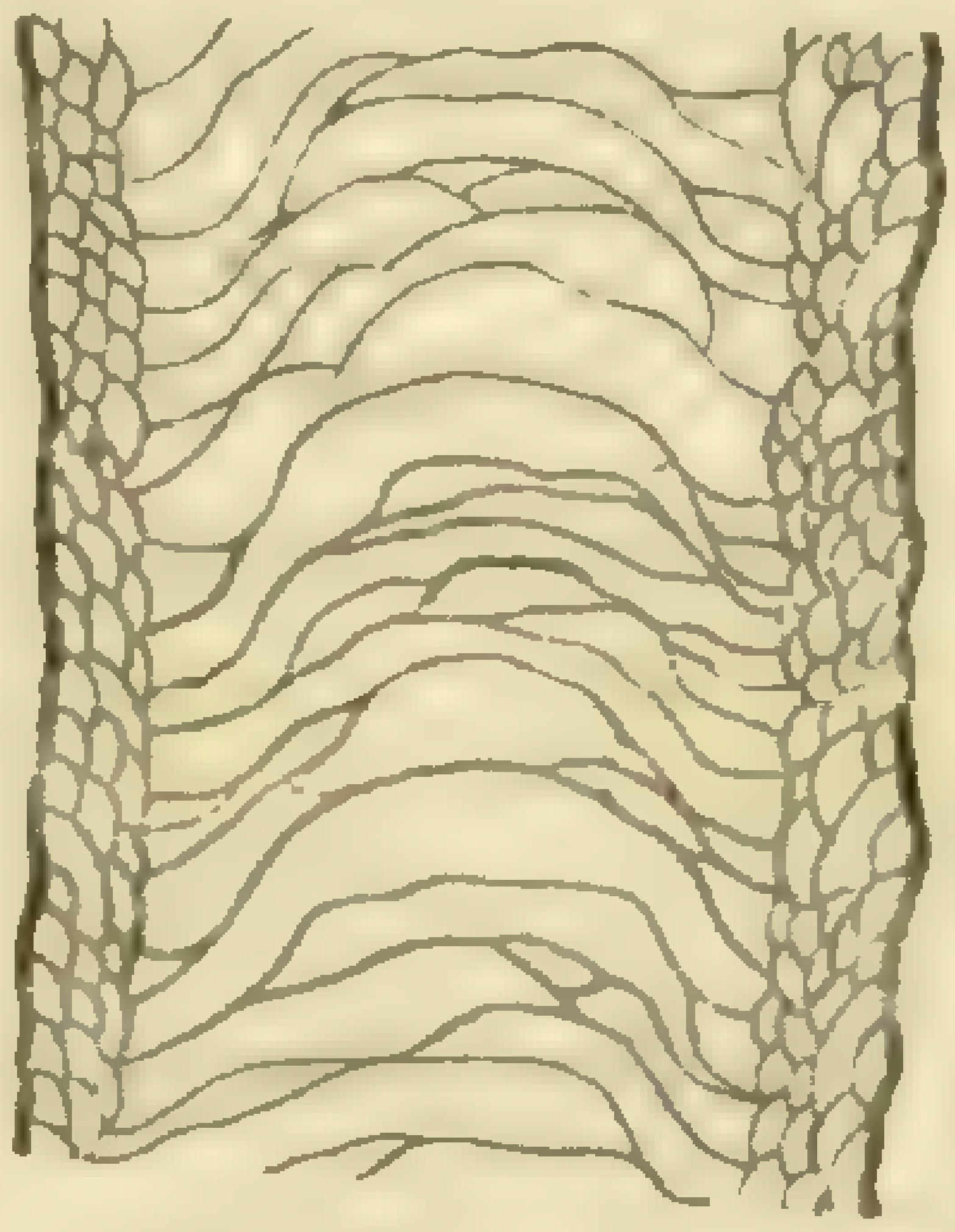


FIG. 2.

Fig. 1. — *Lithostrotion Martini* Edwards et Haime, Loc. : Basècle. — Coupe transversale × 2 diam.

Fig. 2. — *Lithostrotion Martini* Edwards et Haime, même éch. que fig. 1. Coupe longitudinale × 2 diam.

1) Les septa majeurs laissent un espace libre autour de la lame columellaire ;

2) Septa mineurs courts ;

3) Zone périphérique à vésicules interseptales peu régulières :

les dissépiments, souvent obliques, formant plusieurs vésicules dans une seule loge interseptale.

En coupe longitudinale : planchers largement horizontaux. (fig. 2).

Lithostrotion irregulare. En coupe transversale : (fig. 3)

1) Quelques septa majeurs, en nombre variable dans une même colonie, atteignent la lame columellaire ;

2) Septa mineurs mesurant un bon tiers des septa les plus longs ;

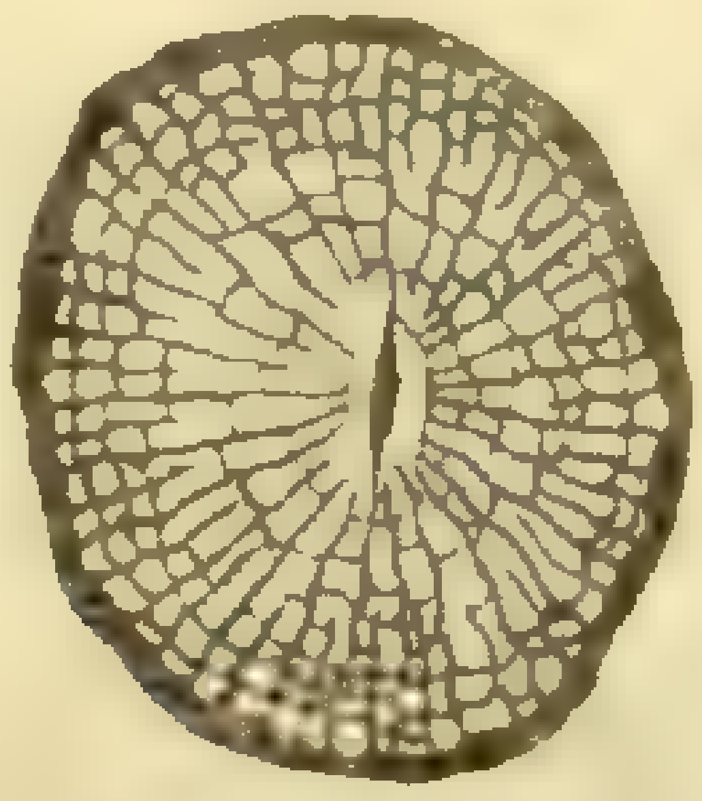


FIG. 3.

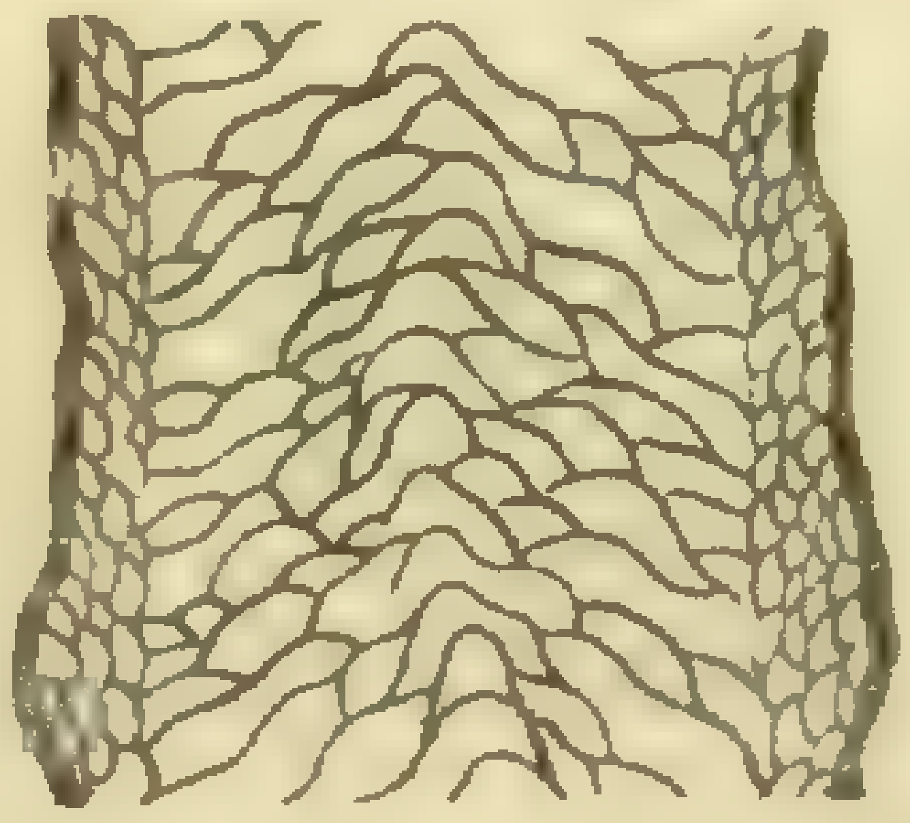


FIG. 4.

Fig. 3. — *Lithostrotion irregulare* Phillips sp. Loc. : nouvelle tranchée de Visé à Berneau. Coupe transversale × 2 diam.

Fig. 4. — *Lithostrotion irregulare* Phillips sp. ; même éch. que fig. 3. Coupe longitudinale × 2 diam.

3) Une ou deux rangées de vésicules interseptales dans la partie radiée par les septa mineurs ; ces vésicules sont régulières, les dissépiments étant disposés en séries concentriques bien ordonnées ; une seule arcade pour enjamber un espace interseptal ;

En coupe longitudinale : planchers très relevés, plutôt coniques. (fig. 4).

RÉPARTITION STRATIGRAPHIQUE. — *Lithostrotion irregulare* caractérise, en Angleterre comme en Belgique et dans le Boulonnais, la zone dite à *Dibunophyllum :* zone à *Productus giganteus.*

Lithostrotion Martini apparaît au sommet de la zone à *Caninia,* est fréquent dans la zone à *Seminula,* surtout dans la sous-zone supérieure S_2, mais se rencontre également dans la zone à *Dibunophyllum.*

Nous pouvons donc conclure : A moins que l'étude détaillée d'un grand nombre d'échantillons recueillis à des niveaux bien repérés — étude que nous comptons poursuivre — ne révèle une série de mutations, *Lithostrotion Martini* ne peut caractériser un horizon spécial du Viséen ; il faut donc lui adjoindre l'une ou l'autre espèce à extension stratigraphique plus réduite. C'est à cet égard que nous paraît importante la nouvelle espèce que nous allons décrire.

Genre DORLODOTIA *gen. nov.*

Caractères. — Polypier composé, constitué par des polypiérites cylindriques, allongés.

La coupe transversale montre : 1) une zone périphérique vésiculaire qui, à l'état adulte, peut être constituée par des *vésicules extraseptales* ; 2) une zone moyenne séparée de la zone périphérique par une forte muraille stéréoplasmique, et radiée par les septa fortement épaissis par du stéréoplasme ; 3) une zone centrale, occupée par une columelle compacte, fortement stéréoplasmisée. — Un seul cycle complet de septa.

La coupe longitudinale montre une zone périphérique à vésicules convexes vers le haut et vers l'intérieur disposées obliquement ; — une zone moyenne séparée de la zone périphérique vésiculaire par un fort épaississement stéréoplasmique, et parcourue par des planchers d'abord convexes vers le haut et vers l'extérieur, puis horizontaux, et enfin concaves vers le haut et vers l'extérieur, dans la zone centrale, de manière à venir se réunir en une forte baguette columellaire continue.

Rapports et différences. — La présence d'un seul cycle complet de septa différencie ce genre des autres polypiers composés du Paléozoique, et notamment des *Lithostrotion ;* elle différencie également ses polypiérites des polypiers simples du Paléozoique, à lame columellaire (Clisiophyllides).

Certaines espèces de *Carcinophyllum (Carc. Vaughani* Salée) (¹) s'en rapprochent par la présence de septa mineurs très rudimentaires à l'état d'identations.

L'apparition, à un stade du développement, de grandes vésicules extraseptales, est commune aux *Dorlodotia*, aux *Lonsdaleia*, et à certains *Carcinophyllum (Carc. lonsdaleiforme* Salée) (²), de même qu'à certains *Axophyllum* (³).

(¹) A. Salée, Mém. de l'Institut géologique de l'Université de Louvain, t. I, 1913, p. 256.

(²) Idem, ibidem, p. 264.

(³) A. Salée, Bulletin du Muséum d'Histoire naturelle de Paris, 1913, p. 370.

La présence d'une muraille stéréoplasmique interne est commune aux *Dorlodotia*, aux *Lonsdaleia*, *Carruthersella*, *Carcinophyllum*, *Dibunophyllum* et certaines espèces de *Clisiophyllum* (¹) ; mais l'absence de lamelles radiaires et de lamelles tangentielles formant le réseau d'une pseudocolumelle sépare de *Dorlodotia* tous les genres du groupe des Clisiophyllides. *Axophyllum* se trouve ainsi également différencié.

La présence d'une lame columellaire rapproche *Dorlodotia* des *Lithostrotion* ; mais le fort épaississement de cette lame centrale l'en éloigne.

Le fort développement du revêtement stéréoplasmique de la lame columellaire qu'entoure, chez l'espèce-type, quelques intersections tabulaires curvilignes, rapproche *Dorlodotia* du genre *Koninckophyllum* (²) ; mais *Koninckophyllum* possède une zone périphérique à vésicules interseptales très denses, au lieu d'une zone à vésicules extraseptales; de plus il possède un cycle complet de septa mineurs bien développés.

On voit que le genre *Dorlodotia* est surtout voisin des genres *Lithostrotion* et *Lonsdaleia*. Une étude comparative d'un grand nombre d'échantillons nous a finalement montré que la création d'un nouveau genre s'imposait et nous sommes heureux de pouvoir le dédier à notre savant et vénéré Maître, M. le Prof. de Dorlodot, un des pionniers les plus éclairés du Calcaire carbonifère de la Belgique.

RÉPARTITION STRATIGRAPHIQUE. — Le genre *Dorlodotia* n'est connu jusqu'à présent que dans le Viséen de la Belgique.

DORLODOTIA BRIARTI *nov. sp.*

Nous ne donnerons ici que les principaux caractères de cette espèce, nous réservant de la décrire plus en détail, lorsqu'il nous sera possible de publier les photographies des séries que nous possédons.

(¹) Pour les détails sur ces différents genres, cf. notre monographie des *Clisiophyllides du Calcaire carbonifère*, MÉM. INSTITUT GÉOLOG. DE L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN, t. I, 1913.

(²) J. Thomson. *On the Development and Generic Relation of the Corals of the Carboniferous System of Scotland*, PROC. PHILOS. SOC. GLASCOW, 1883, p. 123, du tiré à part.

Diagnose sommaire. — Caractères externes. Polypier composé, branchu constitué par des polypiérites allongés, de section circulaire ou ovale. Les nouveaux polypiérites cessent rapidement d'être contigus à la branche mère. Des côtes longitudinales nettes orne l'épithèque. Calice inconnu.

Caractères internes.

Coupes transversales (fig. 5). — A l'état adulte, la zone périphérique est composée d'une *sous-zone externe à très grandes vésicules extraseptales* et d'une *sous-zone interne à petites vésicules interseptales*.

La sous-zone externe à vésicules extraseptales est bordée par une forte épithèque ; cette sous-zone comprend quelques grandes vésicules convexes vers l'intérieur, dont quelques-unes montrent encore de petits prolongements radiaires, fins, qui se trouvent dans la direction des septa.

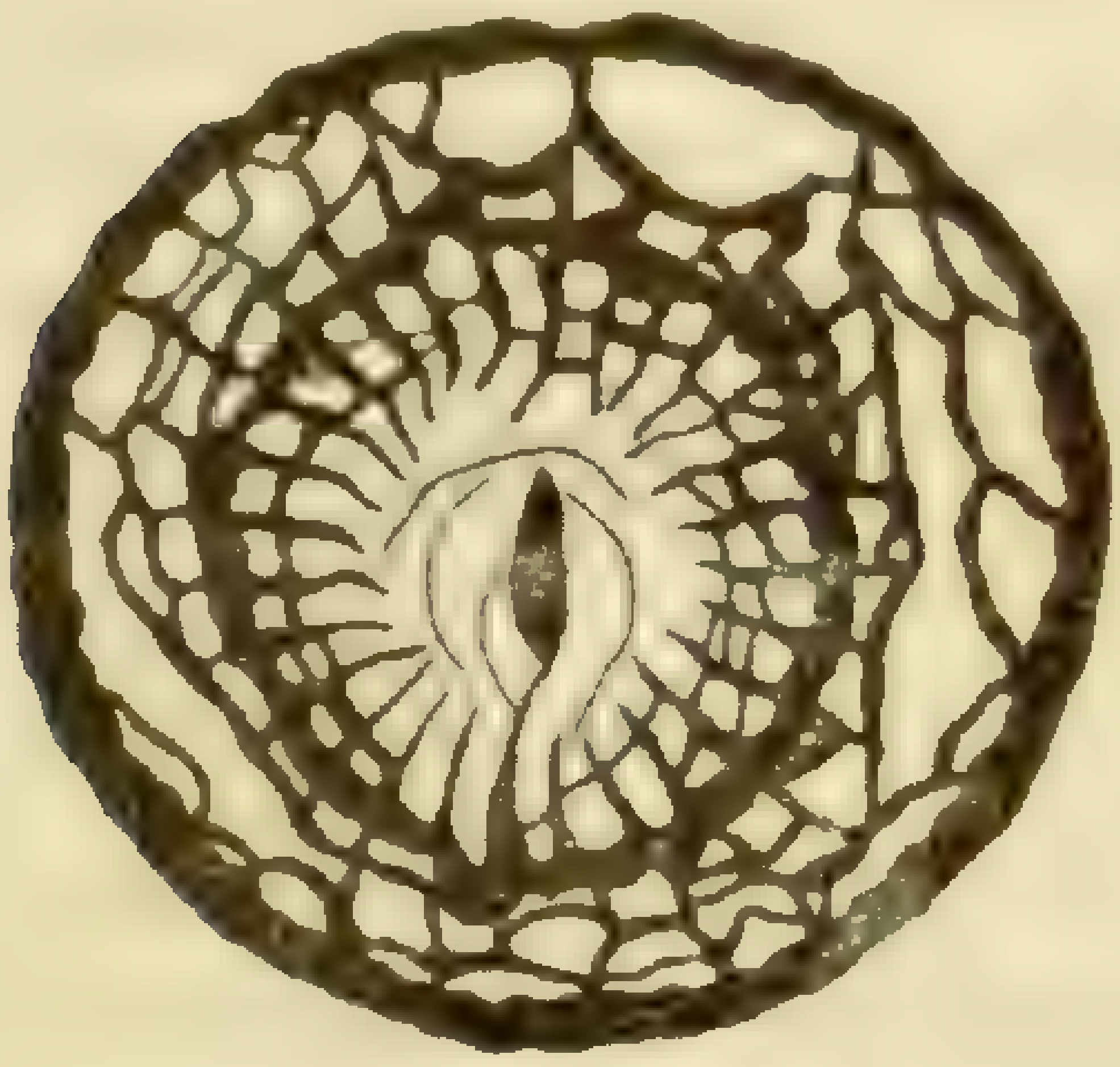


Fig. 5.

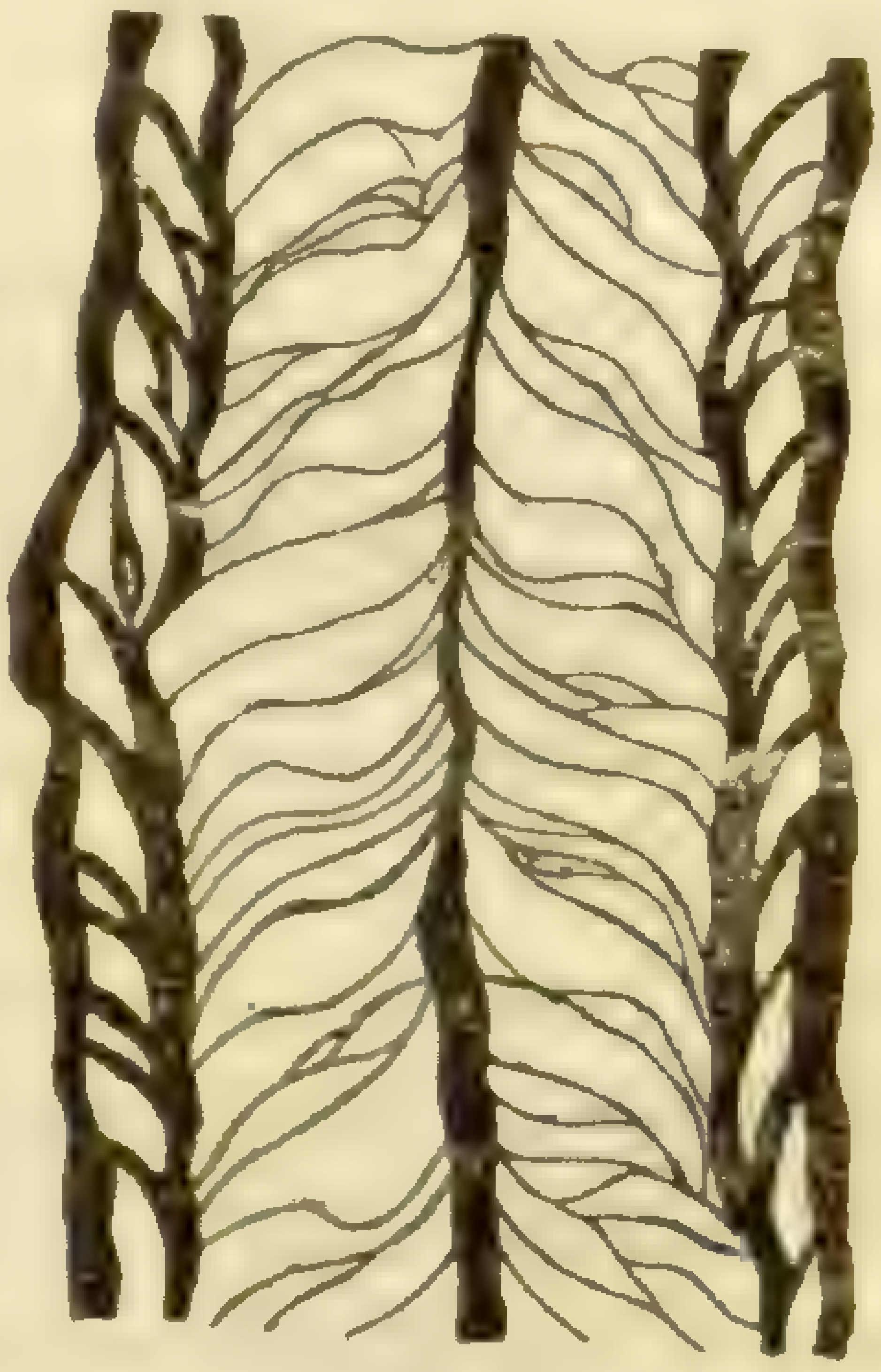


Fig. 6

Fig. 5. — *Dorlodotia Briarti* nov. sp. Sentier de Forêt à Magnée. Coupe transversale × 2 diam.

Fig. 6. — *Dorlodotia Briarti* nov. sp. ; même éch. que fig. 5. Coupe longitudinale × 2 diam.

La sous-zone interne à vésicules interseptales ne comprend qu'une ou deux rangées de vésicules polygonales ; cette sous-zone est radiée par les septa, qui dans cette région ne présentent pas d'épaississement spécial de stéréoplasme.

La zone moyenne est séparée de la zone périphérique par une muraille formée d'arcs stéréoplasmiques très épais, réunissant entre eux les septa. Cette forte muraille stéréoplasmique tranche nettement sur l'ensemble de la coupe.

Les septa ne sont qu'en un seul cycle complet ; ils sont fortement stéréoplasmisés et cunéiformes. Un petit nombre de dissépiments réunit les septa.

Dans la zone centrale, les septa s'arrètent ordinairement avant d'atteindre le centre de la coupe, laissant à découvert une plage que traverse, en son milieu, une lame de longueur notable, à laquelle un fort revètement stéréoplasmique donne un aspect fusiforme. Souvent les septa qui sont dans son prolongement la rejoignent. Cette lame médiane est entourée d'un petit nombre d'intersections tabulaires décrivant des courbes concaves vers l'intérieur.

Coupe longitudinale. (fig. 6.). On peut y distinguer d'abord une zone périphérique constituée de vésicules convexes vers le haut et vers l'intérieur et disposées en files très obliques contre l'épithèque de notable épaisseur. — Zone moyenne : la portion la plus interne des vésicules est fortement stéréoplasmisée ; il se constitue ainsi une muraille continue très épaisse d'où se détachent les planchers : ceux-ci, dans leur trajet vers la zone centrale, décrivent une double courbe : d'abord convexes vers l'extérieur et vers le haut, ils cheminent à peu près horizontalement sur une courte distance, puis s'incurvent fortement en une courbe concave vers le haut et vers l'extérieur. — Zone centrale : c'est dans cette zone que se produit la seconde courbure des planchers qui ainsi viennent se relier sous un angle très aigu à la lame columellaire. Cette lame est légèrement ondulée, et est continue sur toute la coupe ; elle est fortement stéréoplasmisée.

Remarque. Par suite de la moindre résistance de la zone périphérique et de la robustesse de la muraille stéréoplasmique, il arrive très souvent que la zone périphérique est détruite ; on reconnaitra cependant facilement notre espèce à l'absence d'un second cycle complet de septa, et aux caractères de la lame columellaire.

DIMENSIONS. Le diamètre maximum que nous avons observé dans les échantillons à section circulaire, est de 18 millimètres.

Nombre de septa : 28 pour un diamètre de 15 millimètres.

Rapports et différences. — L'absence d'un second cycle complet de septa, la présence de vésicules extraseptales dans la zone périphérique et la forte muraille stéréoplasmique distingue nettement *Dorlodotia Briarti* de *Lithostrotion Martini* et de *Lith. irregulare*. S'il y a pu avoir confusion entre ces espèces, ce n'est que par suite d'une détermination rapide des coupes apparaissant sur des surfaces non polies : une simple préparation au laboratoire aurait tôt fait de montrer l'erreur.

Dans *Lithostrotion cyathophylla* Thomson (¹), quelques-uns des polypiérites montrent une partie des septa majeurs interrompus par du tissu vésiculaire et n'atteignant donc pas la paroi. La présence de 18 septa mineurs alternant régulièrement avec un nombre égal de septa majeurs différencie nettement cette espèce de *Dorlodotia Briarti*.

Répartition stratigraphique. — Nous avons trouvé pour la première fois cette espèce dans la coupe de la Sambre, à Landelies : c'est pourquoi nous l'avons dédiée à A. Briart, dont les belles études ont rendu célèbre cette région si intéressante.

Dans cette coupe de Landelies, *Dorlodotia Briarti* se rencontre en grande abondance dans un calcaire oolithique, saccharoïde, blanc ou gris pâle, correspondant au Calcaire de Neffe : V1c de M. H. de Dorlodot (V2c de la Carte géologique officielle), que M. G. Délépine a rangé au niveau de l'oolithe a Productus Cora (²). Notre espèce y est accompagnée de *Daviesiella Llangolensis, Productus Cora, Cyathophyllum Murchisoni, Lithostrotion Martini*.

A Florenne, une carrière ouverte dans un calcaire identique nous a fourni également de nombreux exemplaires de *Dorlodotia Briarti*, mais où le stade à vésicules extraseptales est rarement atteint ; (peut-être s'agit-là d'une mutation un peu plus ancienne). Ces polypiers accompagnent *Daviesiella Llangolensis* qui se présentent en nombre considérable (³).

(¹) J. Thomson, *loc. cit.*, p. 104 du tiré à part.

(²) G. Délépine, *Recherches sur le Calcaire carbonifère de la Belgique*, mém. et travaux des facultés catholiques de lille, VIII, 1911, p. 156. Cf. la coupe de la fig. 42, pag. 163, carrière E.

(³) Nous tenons à remercier ici le R. P. H. Derville, qui nous a signalé ce gîte intéressant et nous a procuré un bon nombre d'échantillons.

Nous avons également trouvé *Dorlodotia Briarti* dans des couches que nous rapportons au même niveau dans le *Bassin de la Vesdre* : à Tribomont, à Dison et sur le chemin de Forêt à Magnée (Dossiers du Service géologique de Belgique : Planchette Verviers, n° 66 et 73 ; Planchette Fléron, n° 73.)

Nous l'avons également trouvé dans le *Massif de Theux* : à Oneux et à Sohan (Dossiers du Service géologique de Belgique, Planchette Spa, n° 32 ; Planchette Verviers n° 264).

A propos de la communication de M. A. Salée, M. l'abbé G. Delépine reconnaît que les exemplaires qu'il avait signalés en 1911 sous le nom de *Carcinophyllum* dans le calcaire blanc massif de Landelies, appartiennent à l'espèce nouvelle aujourd'hui décrite par M. A. Salée, et sont effectivement des *Dorlodotia Briarti.*

M. Delépine souligne ensuite le fait établi par la communication de M. Salée que la présence de *Lithostrotion Martini* ne peut servir à déterminer exactement par elle seule un niveau stratigraphique dans le Calcaire carbonifère ; il faut déterminer et considérer l'ensemble des autres fossiles qui les accompagnent.

L'extinction onduleuse de certains cristaux du calcite, et *quelques calcaires du Dinantien de Belgique* font l'objet de communications de la part de M. le professeur Kaisin.

Le R. P. Charles (Pierre), S. J., signale une station néolithique des bords de la Lys, à Tronchiennes.

Entre Tronchiennes et Mariakerke, non loin de Gand, les Allemands ont aménagé un camp d'aviation. Le sol est très meuble et sans relief. Il leur a suffi d'arracher les herbes et d'égaliser légèrement la plaine. Puis, pour ne pas laisser se perdre le souvenir d'un pareil exploit, ils élevèrent, sur l'emplacement même, une colonne commémorative.

Il y a quelques mois, un de nos amis le P. Joseph Plancquaert, nous signala la présence sur ce champ d'aviation de silex néolithiques.

Il ne se trompait pas. L'ancien lit de la Lys longe la station néolithique. On en reconnaît encore très aisément la berge. A côté de la rivière, la station formait une légère éminence, et en temps d'inondation le sommet d'un îlot. La Lys elle-même échancrait sur un point la rive et y dessinait une petite crique d'échouage.

Les silex se trouvent à la surface du sol, immédiatement au dessous de la couche végétale. Les sondages en profondeur, que nous avons pratiqués en maints endroits, n'ont rien donné.

Ces silex sont très nombreux. Quelques heures de recherche nous en ont fourni plusieurs centaines. Ils sont mêlés à de la poterie néolithique, noirâtre, à pointillés ou portant des empreintes de doigts.

L'industrie elle-même est robenhausienne. Outre les lames, les couteaux et les grattoirs, de facture très soignée, nous découvrons dans ce poste un certain nombre de petits instruments, très effilés, et qui semblent bien avoir servi d'hameçons. Nous sommes en tout cas sûrement en présence d'une tribu de pêcheurs néolithiques.

Les silex proviennent d'ailleurs, de Spienne ou d'Obourg. La région elle-même en est totalement dépourvue.

Cette modeste découverte se classe à côté de tant d'autres, qui nous ont montré le sol de la Belgique couvert presque entièrement de peuplades néolithiques.

Le travail du R. P. Charles sur des fouilles néo- et paléolithiques faites à Huccorgne est renvoyé à l'examen de deux rapporteurs : M. le curé Claerhout et M. de Pierpont.

M l'abbé A. Carpentier présente des *observatiens paléobotaniques sur quelques gisements carbonifères de l'Ouest de la France*.

Les savants paléobotanistes français Grand'Eury, Renault, Zeiller, E. Bureau ont, à diverses reprises, attiré l'attention sur les plantes houillères de l'Ouest, dont quelques unes avaient déjà été décrites par Adolphe Brogniart (1). Récemment Edouard

---

(1) A. Brongniart, *Histoire des Végétaux fossiles*, 1828-1836. — C. Grand'Eury. *Flore carbonifère du Département de la Loire et du Centre de la France*. Mémoires présentés par divers savants a l'Académie des Sciences, t. XXIV, 2e sér., p. 418 ; 1877. — Id. - Sur les graines de *Sphenopteris*... etc.. Comptes rendus de l'Academie des Sciences, t. CXLI, p 812 ; 1905. — R. Zeiller. *Végétaux fossiles du terrain houiller de la France*. Explication de la carte geologique de France, t. IV ; 1880. — Renault et Zeiller in D. Œhlert : *Notes géologiques sur le département de la Mayenne*, p. 93. 1882. Angers, imprimerie Germain et Grassin. — R. Zeiller in D. Œhlert, *op. citat.* 1882 p. 108, 109.

Bureau a publié un important mémoire sur les flores fossiles du Bassin de la Basse Loire, travail qui facilitera beaucoup les recherches et études entreprises sur les gisements carbonifères de la Mayenne et de la Sarthe, dont il est ici question (¹).

1. *Gisements du Bois Gamars et de l'Huisserie, près Laval.*

Ces gisements sont situés aux environs immédiats et au sud de Laval, sur les bords de la Mayenne (²) M. D. Œhbert et M. A. Davy de Virville y ont recueilli des empreintes végétales. Au bois de l'Huisserie, plusieurs niveaux schisteux sont remarquablement riches en *Rhodea* cf. *Hochstetteri* Stur (³) ; les schistes du bois Gamars contiennent des rachis, des débris de très délicats *Sphenopteris*, du groupe du *Sphenopteris bifida* Lindley et Hutton (⁴), et de plus des empreintes de *Lycopodinées* comparables, ce me semble, à certaines *Lycopodinées* du *Culm* du Spitzberg (⁵).

A comparer ce niveau fossilifère de la Mayenne avec les niveaux reconnus dans le culm ou carbonifère inférieur *(Dinantien)* à faciès continental du Bassin de la Basse-Loire (⁶), on est amené à cette conclusion : les schistes à *Rhodea* du bois Gamars et de l'Huisserie doivent être, à peu de chose près, sinon exactement, contemporains du « *culm inférieur* » de la Basse-Loire et du *culm* du Roannais (⁷). J'ai reconnu ici les mêmes *Rhodea* que dans les

---

(¹) E. Bureau. BASSIN DE LA BASSE LOIRE, Fasc. II. : Description des Flores fossiles. *Etudes des gîtes minéraux de la France*, 1914.

(²) Feuille de Laval S. E.

(³) D. Stur. *Die Culm-Flora des Mahrisch-Schlesischen Dachschiefers.* ABHANDL. DER K. K. GEOLOGISCHEN REICHANSTALT, Bd. VIII, Hft. 2, p. 34, pl. VIII. fig. 2. 1875.

(⁴) Cf. A. Vaffier. *Etude géologique et paléontologique du Carbonifère inférieur du Maconnais.* ANN. UNIVERSITÉ DE LYON. N. S. 1., fasc. 7, p. 104 : pl. I, fig. 3, 3a. 1901.

(⁵) Cf. A. G. Nathorst. *Zur Fossilen Flora der Polarländer* : NACHTRAGE ZUR PALÆOZOISCHEN FLORA SPITZBERGENS, p. 52, pl. 12, fig. 6, 7 et pl. 3, fig. 10. Stockholm 1914.

(⁶) Sur la question de l'emploi du mot *culm*, voir : N. Arber : *The fossil flora of the Culm Measures of North-West Devon.* PHIL. TRANS. ROY. SOC. LONDON, S. B, vol. 197, p. 320. 1904.

(⁷) Cf. E. Bureau, *op. citat.* 1914, p. 351. — A. Vaffier, *op. citat.* 1901, p. 150. — E. et L. Bureau, *Excursion de la Société géologique de France à Oudon, Ancenis, Mésanger.* Compte rendu. BULL. SOC. GÉOL. D. FRANCE, t. VIII, 1910, p. 657.

schistes de la carrière S^t Vincent de Chalonnes (Maine-et-Loire)(¹).

II. *Gisements nouveaux pour le genre Cardiopteris Schimper ou le genre voisin Cardiopteridium Nathorst* (²).

Dès 1882, B. Renault et R. Zeiller ont signalé dans le Bassin de la Baconnière, au Nord-Ouest de l'arrondissement de Laval (³), la présence de *Cardiopteris polymorpha* Goeppert sp., en association avec *Sphenopteris elegans* Brongt., *Sph. tridactylites* Brongt., *Sphenopteris Stangeri* Stur et *Archaeocalamites scrobiculatus* Schloth. sp. (⁴).

En 1885, mon Maître l'abbé Boulay a recueilli, à la Baconnière, des schistes à nombreuses empreintes de folioles cycloptéroïdes et ovales cordiformes du même *Cardiopteris polymorpha* ou voisines, en association avec le *Sphenopteris elegans*. Les rachis, les folioles des *Cardiopteris* portent de petites coquilles de *Spirorbes*.

La taille des folioles de la Baconnière n'atteint pas celle de certaines folioles du *C. frondosa* Gœppert sp. ; la base nettement cordiforme les rapproche bien de quelques folioles cycloptéroïdes, désignées par Stur sous le nom de *Cardiopteris* sp. (⁵).

A ces empreintes de *Cardiopteris* sp. Stur, et à d'autres semblables provenant d'Héraclée (Asie-Mineure), R. Zeiller a donné le nom de *Cardiopteris polymorpha* Gœppert, var. *rotundifolia* (⁶).

Plus récemment, M. Nathorst a considéré comme possible l'attribution de ces *Cardiopteris* sp. de Stur, à son nouveau genre *Cardiopteridium* (⁷), à frondes nettement bipinnées, portant dans leur

---

(¹) A. Carpentier. *Notes d'excursions paléobotaniques à Chalonnes et Montjean* (Maine-et-Loire). COMPTE RENDU SOMMAIRE. SOC. GÉOL. D. FRANCE. N° 11, 1919, p. 118, 119.

(²) Schimper. *Traité de paléontologie végétale*, I, p. 452. 1869. — Nathorst, *op. citat.* 1914, p. 16, 17.

(³) Feuille de Laval S. E.

(⁴) Cf. D. Œhlert. *Notes géologiques sur le département de la Mayenne*, p. 93. 1882.

(⁵) D. Stur. *Die Culmflora der Ostrauer und Waldenburger Schichten*. ABH. K. K. GEOL. REICHSANSTALT. Bd. 8, Hft. 2. S. 182. Taf. XI, Fig. 6. 1877.

(⁶) R. Zeiller. *Étude sur la Flore fossile du bassin houiller d'Héraclée*. MÉM. SOC. GÉOL. DE FRANCE, Mém. n° 21, p. 43; pl. IV, fig. 11. 1899.

(⁷) A. G. Nathorst, *op. cit.* 1894, p. 19.

région inférieure des folioles sessiles et plus ou moins dissymétriques et dans leur région supérieure des folioles brièvement pétiolulées et symétriques.

C'est donc sous réserve que j'attribue les empreintes de la Baconnière au *Cardiopteris polymorpha* Gœppert.

Des folioles cycloptéroïdes éparses sur la surface des schistes ont été découvertes, en septembre 1919, sur d'anciens terrils de mines, à 3,1 km. au Nord-Ouest de Sablé, le long de la route Sablé-Bouessay. Je les rapporte au genre *Cardiopteris*, mais j'hésite à rapporter à ce même genre des empreintes de pinnules cycloptéroïdes, à nervation névroptéroïdienne, trouvées à diverses reprises dans les schistes carbonifères du château de Viré (Sarthe) (¹).

Ce genre *Cardiopteris (C. frondosa* Gœppert sp., *C. Hochstetteri* Stur. sp.*)* a été signalé par Vaffier dans le culm du Maconnais et reconnu par l'abbé Boulay parmi les fossiles du culm du Maconnais recueillis par le professeur Julien. Dans l'Ouest on parait, à ma connaissance du moins, ne l'avoir signalé qu'une fois et jusqu'ici on ne l'a pas découvert dans le bassin de la Basse Loire (²).

III. *Gisement de la Sanguinière (Sarthe).*

Le puits de la Sanguinière est situé à 1,5 km. au Nord de la station de Juigné, près Sablé (Sarthe) (³).

Les travaux entrepris depuis la guerre ont mis à jour des schistes fins à nombreuses empreintes de *Sphenopteris elegans* Brongniart, avec de plus rares *Sph. Dubuissoni* Brgt., *Sphenophyllum tenerrimum* Ettingshausen, *Stigmaria ficoïdes Sagenaria*, *Lepidostrobus* sp.

Dans ces schistes fossilifères les empreintes de graines m'ont paru très rares ; en fait de fructifications je n'ai remarqué qu'une graine minuscule ressemblant à un *Samaropsis* et de petits fascicules de sporanges ou microsporanges, analogues à ceux que j'ai signalés

---

(¹) Cf. D. et P. Œhlert. *Compte rendu. Réunion extraordinaire. Soc. Géol. de France dans la Sarthe et la Mayenne.* BULL. SOC. GÉOL. D. FRANCE, t. IX, p. 584, (carte n° 4) et p. 594. 1911.

(²) Voir Edouard Bureau. *Les flores fossiles*... p. 353. 1914

(³) Feuille de La Flèche.

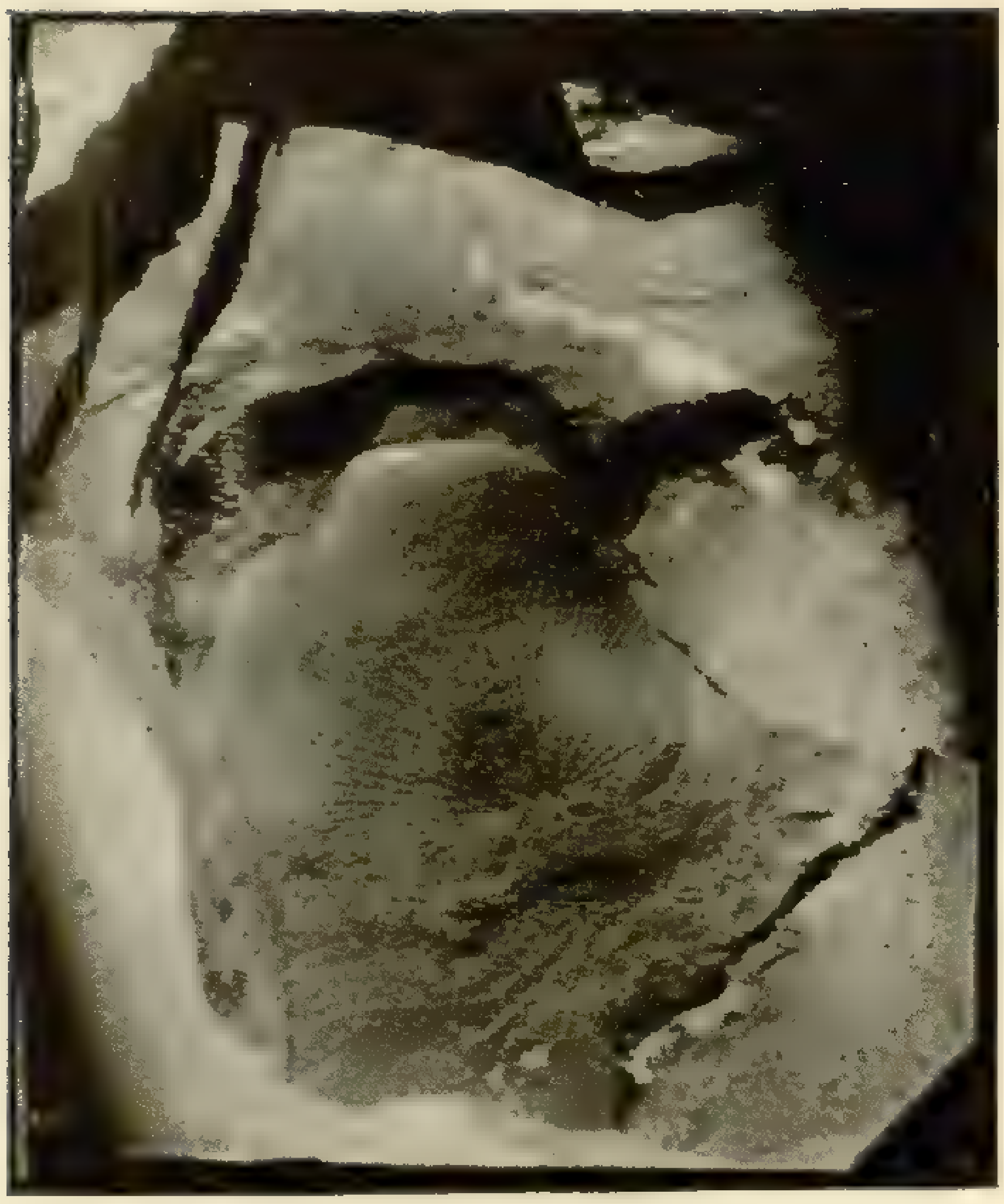


Fig. 1

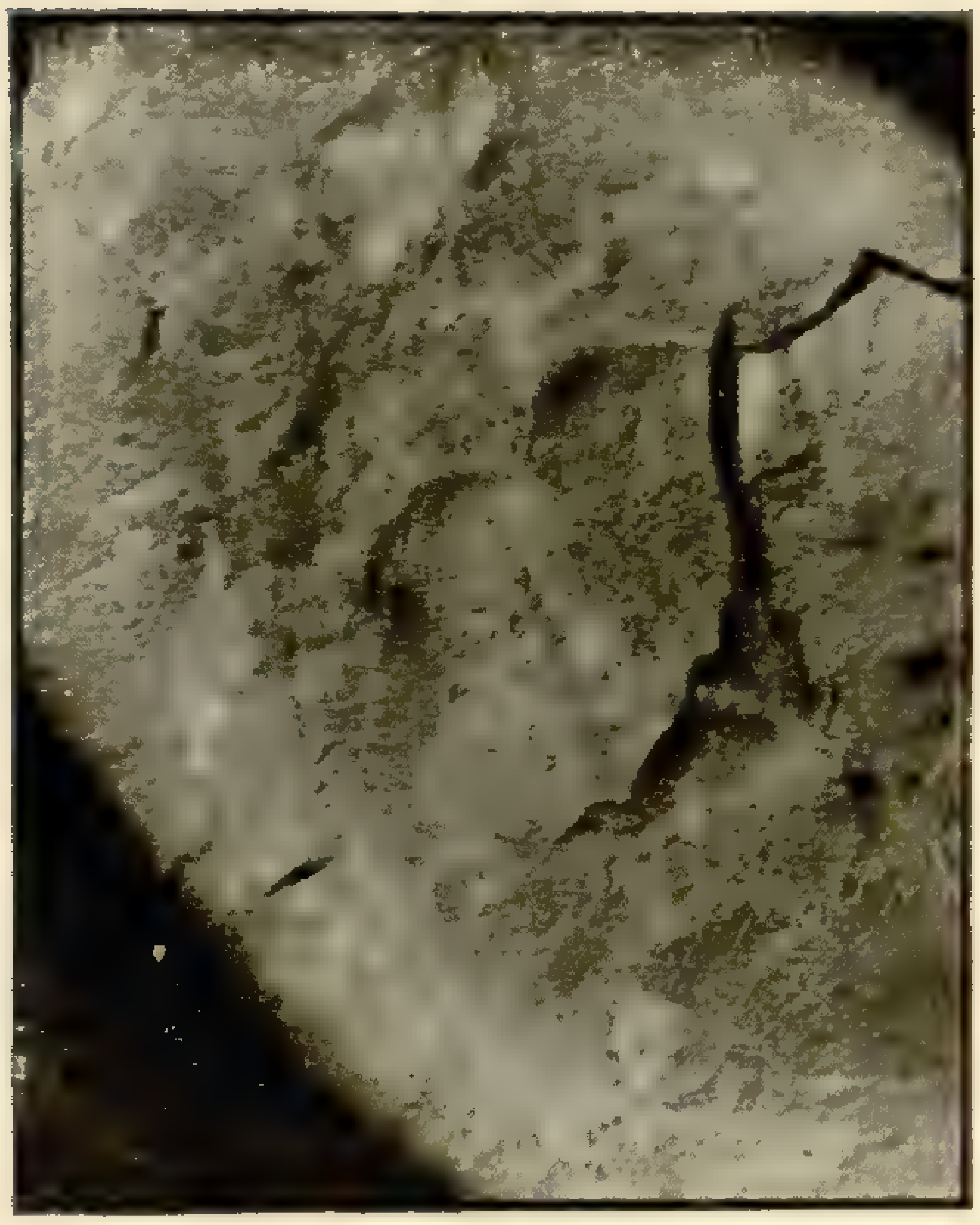


Fig. 2

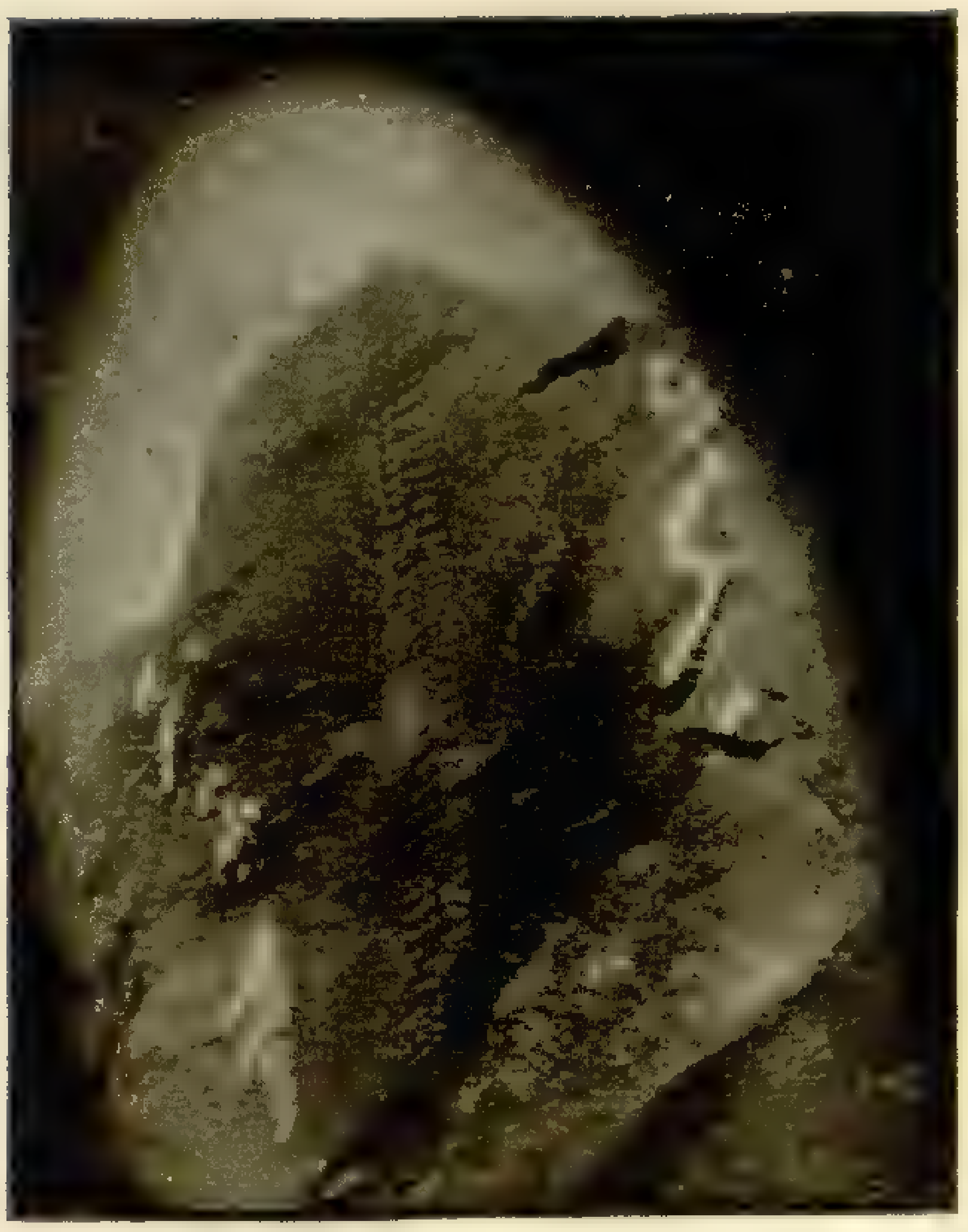


Fig. 3

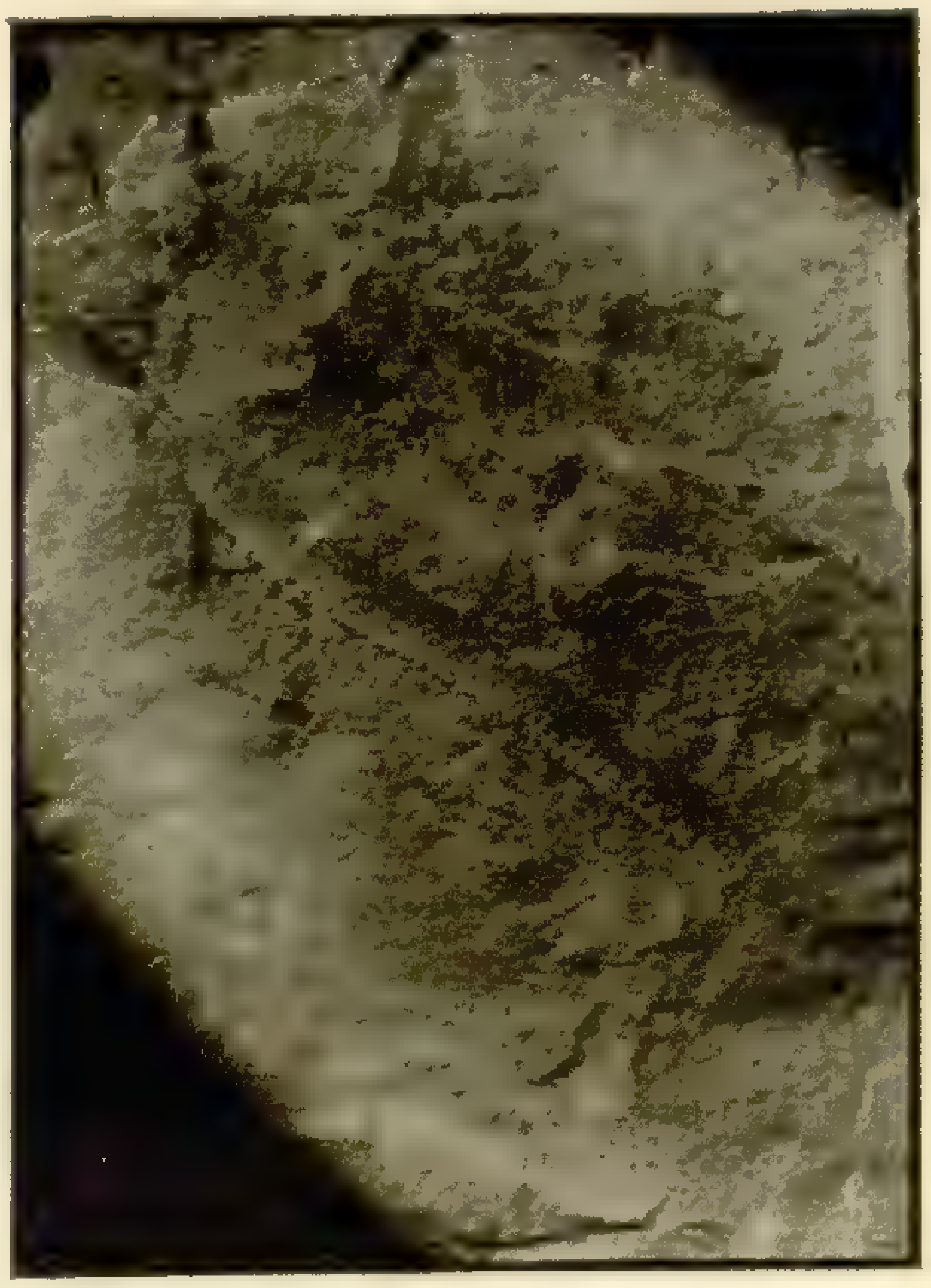


Fig. 4

Figure 1. Cf. *Cardiopteris polymorpha*, var. *rotundefolia* Gœppert : une foliole, grossissement = $\frac{16}{13}$; provenance : La Baconnière (Mayenne).

Fig. 2. Id., gr. = $\frac{5}{4}$; pinnule portant des Spirorbes ; même provenance.

Fig. 3. Empreinte de rachis du type *Heterangium* ; gr. $\frac{4}{5}$; même. origine.

Fig. 4. Même rachis porteur de Spirorbes ; gr. = $\frac{9}{8}$.

précédemment dans le Bassin de la Basse Loire, à Beaulieu (Maine-et-Loire) (1).

Conclusions.

1. Aux environs immédiats de Laval existe un gisement à *Rhodea*, qui rend la comparaison possible avec le niveau le plus inférieur de Culm qui soit connu dans le bassin de la Basse Loire.
2. Le *Cardiopteris polymorpha*, ou une forme bien voisine, est signalé à la Baconnière (Mayenne) et aux environ de Sablé (Sarthe).
3. Les exploitations récentes à Juigné (Sarthe), puits de la Sanguinière, ont fait connaître un niveau de schistes fins à *Sphenopteris elegans.*

M. Alphonse Proost signale l'importance de ses collections d'histoire naturelle enlevées ou détruites par l'occupant au cours de la guerre. Parmi les objets disparus se trouvait une pièce unique, un silex roulé du diluvium quaternaire, contenant un magnifique oursin en oligiste, dont la couleur pourpre tranchait sur la pâte blonde du caillou.

A la demande de l'auteur M. Maes, le travail sur la métallurgie au lac Léopold II et la Lukénie sera proposé à l'impression dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

L'étude de M. l'abbé J. J. Kieffer, sur des chironomides nouveaux ou peu connu de la région paléarctique est soumise à l'examen de M. Alphonse Proost, et du R. P. Longin Navas, S. J.

M. l'abbé Kieffer communique aussi le *tableau synoptique suivant des Chironomides paléarctiques appartenant aux genres Polypedilum et Limnochironomus.*

1. *Genre* POLYPEDILUM *Kieff.*

Tarses avec quatre pulvilles linéaires et un empodium ; les quatre tibias postérieurs avec un éperon unique et assez long, anneaux crénelés presque confluents et occupant les trois quarts du pourtour ; antennes du ♂ de quatorze articles, celles de la ♀ de six, rarement de sept ; abdomen de la ♀ aminci graduellement en avant ; yeux séparés de moins de leur demi-longueur ; articles terminaux de la pince sans rangée de soies rigides ; petites espèces cosmopolites, de 2-3, rarement de 4-6 mm. Quant au reste, semblable à *Chironomus*.

---

(1) REVUE GÉNÉRALE DE BOTANIQUE, t. XXXI, p. 89, 90 ; pl. III, fig. 5 et 6, m. 1919.

1. Aile sans tache, 6ᵉ article antennaire de la ♀ avec 2-4 longs poils distaux — 2.

Aile blanche, avec des taches ou des bandes sombres — 8.

2. Article 14ᵉ de l'antenne du ♂ pas plus long que 2-13 réunis ; articles terminaux de la pince graduellement amincis en pointe ; tarse antérieur non barbu, métatarse un peu plus long que le tibia ; blanchâtre, thorax brunâtre, à trois bandes noires ; ♀ inconnue. . . . . *P. acutum* (Kieff.)

Article 14ᵉ de l'antenne du ♂ au moins du tiers plus long que 2-13 réunis — 3.

3. Blanc ; mesonotum à trois bandes jaune pâle ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ ellipsoïdal, le 6ᵉ à quatre longs poils distaux ; tarse antérieur du ♂ non barbu ; appendices supérieurs de la pince en forme de tête de cygne, articles terminaux graduellement amincis en pointe . . . . *P. nympha* (Kieff.)

Brun noir ou jaune, article 6ᵉ de l'antenne de la ♀ à deux ou trois longs poils distaux — 4.

4. Antenne de la ♀ composée de sept articles, dont le 6ᵉ a un col aussi long que gros, le 7ᵉ triple du 6ᵉ ; noir, balanciers et pattes d'un blanc pur, bifurcation de la posticale très distale, métatarse antérieur de moitié plus long que le tibia ; L. 2,8 mm. ; ♂ inconnu. . . . . *P. heptatomum* n. sp.

Antenne de la ♀ composée de six articles — 5.

5. Tarse antérieur du ♂ barbu ; thorax brun noir, sans bande, articles terminaux de la pince avec un petit lobe médial à l'extrémité ; article 5ᵉ de l'antenne de la ♀ avec un col aussi long que gros . . . . *P. hirtimanus* (Kieff.)

Tarse antérieur du ♂ non barbu ; article 5ᵉ de l'antenne de la ♀ sans col — 6.

6. Thorax jaune, avec trois bandes brun noir ; articles terminaux de la pince émarginés au bout, appendices supérieurs arqués, subfiliformes, graduellement amincis dans la moitié distale, 5ᵉ article antennaire de la ♀ ellipsoïdal. *P. nudimanus* (Kieff.)

Thorax fauve, à quatre bandes brunes ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ graduellement aminci en col. L. ♀ 3 mm. . . . . *P. limnophilum* n. sp.

Thorax sans bandes ; articles terminanx de la pince non émarginés au bout, appendices supérieurs en faucille — 7.

7. Brun, thorax brun noir, balanciers blancs, pattes jaune brunâtre ; 14ᵉ article antennaire du ♂ deux fois aussi long que 2-13 réunis ; articles terminaux de la pince obtus, arrondis au bout . . . . *P. cognatum* (Kieff.)

Brun clair, pleures, scutellum, abdomen et pattes d'un jaune clair ; 14ᵉ article antennaire du ♂ de 2/3 plus long que 1-13 réunis ; articles terminaux de la pince larges, 5ᵉ article antennaire de la ♀ ellipsoïdal, 6ᵉ pointu, double du 5ᵉ, à trois longs poils distaux, métatarse antérieur deux fois aussi long que le tibia ; L. ♂ 3,5 mm., ♀ 2,5 mm. . . . . *P. astictum* n. sp.

8. Thorax vert, brillant, trois bandes du mesonotum et abdomen noirs, métatarse antérieur deux fois aussi long que le tibia ; aile à trois taches disposées comme chez **P. scalaenum** . . . . *P. (?) trinotatum* (v. d. W.)

Thorax sans couleur verte — 9.

9. Articles terminaux de la pince faiblement émarginés au bout, appendices supérieurs subfiliformes, faiblement arqués ; moitié proximale de la cellule posticale et trois taches dans la cellule discoïdale grises ; ♀ inconnue. . . . *P. emarginatum* (Kieff.)

Articles terminaux de la pince non émarginés — 10.

10. Tarse antérieur du ♂ barbu ; transversale brune, discoïdale et deux rameaux de la posticale bordés de gris, cellule cubitale avec un trait longitudinal gris . . . *P. ciliatimanus* (Kieff.)

Tarse antérieur du ♂ brisé ; transversale pas plus sombre que les autres nervures, outre les traits enfumés du précédent, encore une tache grise à la base de la cellule cubitale . . . . *P. ciliatimanus* (Kieff.) var.

Tarse antérieur du ♂ non barbu ; aile autrement tachetée — 11.

11. Aile ayant, outre les taches, une ou deux bandes transversales grises ou noires — 12.

Aile tachetée, sans bande transversale — 14.

12. Aile blanche, à taches grises formant deux bandes transversales, en outre avec deux taches distales et une sur le rameau

postérieur de la posticale, nervure transversale non noire ; thorax brun-gris, à bandes sombres, balanciers blancs ; pattes jaune pâle, moitié distale des fémurs brune sauf l'extrémité, quatre fémurs postérieurs bruns à la base et à anneau brun avant l'extrémité, tibia antérieur avec deux anneaux et l'extrémité bruns, quatre tibias postérieurs à extrémité brune, 5e article tarsal et extrémité des quatre premiers bruns, métatarse antérieur double du tibia ; abdomen sombre . . *P. (?) marmoratum* (V. d. W.)

Aile à une bande transversale percurrente ou presque percurrente — 13.

13. Aile blanche, avec une large bande transversale grise et percurrente, ayant comme limite proximale la nervure transversale, antérieurement elle se prolonge le long du bord jusqu'à l'extrémité alaire, qui est enfumée aussi, cellule anale avec une bande oblique grise ; balanciers brun-noir, thorax roux-brun, à quatre bandes plus sombres ; pince petite, appendices supérieurs droits, larges, lancéolés, n'atteignant pas l'extrémité de l'article basal, appendices inférieurs pubescents.. *P. nubilum* (Meig.)

Aile blanche, avec une bande transversale brun-noir presque percurrente, cellule anale avec une tache transversale ; pince longue, grêle, articles terminaux pointus, appendices supérieurs et inférieurs larges et velus. L. 1,8-3 mm. Hongrie . . . . *P. scalaenum* (Schrank) *var. conjunctum* n. var.

Aile blanche, avec une large bande transversale brune, passant par le rameau postérieur de la posticale, trois taches distales formant triangle et un trait longitudinal sur la nervure anale ; 14e article antennaire du ♂ pas plus long que 2-13 réunis ; mesonotum gris-blanchâtre, avec trois bandes ferrugineuses balanciers blancs, extrémité de la massue brune ; abdomen brun-noir. L. 1,8 mm. Russie. . . . . . . *P. stictopterum* n. sp.

14. Aile avec trois taches grises, corps brun noir, pattes blanchâtres — 15.

Aile avec quatre taches grises — 17.

Aile avec cinq à dix taches grises — 19.

15. La tache distale antérieure ne touche pas la base de la cellule cubitale, tache proximale tranversale. *P. scalaenum* (Schrank)

La tache distale remplit la base de la cellule cubitale — 16.

16. Tache proximale arrondie, la distale postérieure remplit la

base de la cellule posticale, qu'elle ne dépasse pas transversalement, mais se prolonge étroitement le long du rameau postérieur jusqu'au bord ; appendices supérieurs de la pince en faucille, articles terminaux pointus. L. 4,5 mm. Hongrie . . . . *P. albonotatum* n. sp.

Tache proximale longitudinale ; appendices supérieurs de la pince bilobés et glabres, articles terminaux pointus ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ en ellipse. L. ♂ 2 mm., ♀ 1,8 mm. Hongrie. . . . . *P. tristictum* n. sp.

17. Cellule cubitale à tache unique — 18.

Cellule cubitale à deux taches; mesonotum gris pruineux, à trois bandes ferrugineuses, balanciers blancs ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ avec un col deux fois aussi long que gros . . . . *P. quadrimaculatum* (Meig.).

18. Thorax brun noir, comme les balanciers ; 5ᵉ article de la ♀ avec un long col. L. ♂ 4 mm., ♀ 3,8 mm. Hongrie . . . . *P. tetrastictum* n. sp.

Thorax brun noir; mesonotum gris, à trois bandes brun noir. L. 4,5 mm. Hongrie. . . . . *P. albonotatum* Kieff. var.

19. Aile avec cinq taches ; appendices supérieurs de la pince minces, glabres, très arqués — 20.

Ailes avec six taches — 25.

Aile avec dix ou onze taches — 27.

20. Aile lactée, avec cinq taches allongées et d'un brun bleuâtre, l'une au bord près de la base, deux au milieu, deux plus petites près de l'extrémité, dont l'une au bord postérieur ; brun noir, pattes jaune roussâtre, fémurs et tibias bruns au bout, balanciers blancs. L. 3,3 mm. . . . . *P. nubilipenne* (Meig.).

Taches alaires autrement disposées — 21.

21. Article 5ᵉ des antennes de la ♀ ellipsoïdal, parfois soudé au 6ᵉ — 22.

Article 5ᵉ des antennes de la ♀ fusiforme, ou en forme de bouteille à long col, taches alaires bien marquées — 23.

22. Thorax roux brun, brillant, avec trois bandes plus sombres, balanciers bruns, à tige blanche, taches alaires grises, visibles seulement sous un certain jour ; articles terminaux de la pince obtus, larges, deux fois aussi longs que les basaux, appendices

supérieurs dépassant les articles basaux. L. ♂ 4 mm., ♀ 3,5-4 mm. Hongrie. . . . . *P. obliteratum* n. sp.

Thorax mat, roux brun ou brun ou brun noir ; taches alaires et pince du précédent. L. ♂ 4 mm., ♀ 2, mm. Hongrie. . . . . *P. obliteratum* Kieff. **var.** *opacum* n. var.

Thorax blanchâtre, quatre bandes raccourcies du mesonotum, metanotum et mesosternum bruns, rarement thorax brun en entier ; taches alaires bien marquées, la 1e allongée, dans la cellule cubitale, dont la base reste libre, la 2e sous la 1e mais plus mince et trois fois plus longue, longeant le bord inférieur de la discoïdale, la 3e sous la 2e, remplissant la base de la cellule posticale, la 4e sous la 3e, au bord alaire, contre le rameau postérieur de la posticale, la 5e transversale, reliant le milieu de la tige de la posticale au bord postérieur ; métatarse antérieur double du tibia ; ♂ inconnu. . . . . *P. tiberiadis* Kieff.

23. Balanciers blancs — 24.

Balanciers brunâtres ; noirs ou brun noir, sans bandes ; deux taches dans la cellule cubitale, une à la base de la cellule posticale, une sur l'extrémité du rameau postérieur, une dans la cellule anale, grises ; articles terminaux de la pince pointus, un peu plus longs que les basaux ; 5e article antennaire de la ♀ fusiforme . . . . *P. falcigerum* Kieff.

24. Cellule posticale enfumée, avec une tache circulaire blanche au milieu, une tache grise sous l'extrémité de la nervure cubitale ; thorax brun noir, mesonotum mat, gris pruineux, à trois bandes roux brun, pince du suivant. L. 2,5 mm. Hongrie. . . . . *P. festivipenne* n. sp.

Pas de tache enfumée dans la partie distale de la cellule posticale ni sous l'extrémité de la nervure cubitale ; thorax roux brun, luisant, sans bande, metanotum et mesosternum brun noir et mats ; articles terminaux de la pince pointus, deux fois aussi longs que les basaux, appendices supérieurs très arqués, n'atteignant pas l'extrémité des articles basaux ; 5e article antennaire de la ♀ fusiforme. L. ♂ 2,5 mm., ♀ 2 mm. Hongrie. *P. laetipenne* n. sp.

25. Aile blanche, à trois taches grises dans la cellule cubitale, dont une à la base, une allongée au milieu, une très petite sous l'extrémité de la nervure cubitale, une remplit la base de la cellule posticale, deux ou trois dans la cellule anale, discoïdale et les deux

rameaux de la posticale bordés d'enfumé ; brun noir, balanciers blancs, mesonotum jaune, à trois bandes brun noir comme metanotum et mesosternum, pleures jaunes, pattes jaune clair, 5ᵉ article antennaire de la ♀ à col court, 6ᵉ à trois longs poils distaux. L. 4 mm. . . . . *P. flavipes*, n. sp.

Aile à cellule cubitale portant seulement deux taches grises - 26.

26. Noir, mat, mesonotum noir velouté avec trois bandes blanchâtres, balanciers brun noir, à tige brun jaune ; deux taches enfumées dans la cellule cubitale, une sur la base de la cellule posticale et trois au bord postérieur, sur l'extrémité de l'anale et de chaque rameau de la posticale ; pattes jaunâtres, hanches, extrémité des fémurs et base des tibias brun noir, métatarse antérieur de moitié plus long que le tibia. . . *P. laetum* (Meig.)

Brun roux, mesonotum gris blanc, à trois bandes roux brun, balanciers blancs, extrémité de la massue noire ; pattes jaunâtres, quatre tarses postérieurs blanchâtres ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ fusiforme, 6ᵉ double du 5ᵉ, avec trois ou quatre longs poils distaux. L. 2,5 mm. Hongrie. . . . . . *P. hexastictum* n. sp.

27. Balanciers blancs ; brun noir, antenne du ♂ et panache blancs, mesonotum ayant de chaque côté, dans la moitié postérieure, une bande gris clair ; trois taches grises dans la cellule cubitale, dont la distale bifurquée au tiers proximal, trois dans la cellule discoïdale, trois dans la cellule posticale, une dans la cellule anale, métatarse antérieur de moitié plus long que le tibia ; articles terminaux de la pince obtus, pas deux fois aussi longs que les basaux ; appendices supérieurs pointus, minces, glabres, arqués faiblement ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ à long col . . . . *P. genesareth* Kieff.

Balanciers brun noir ou brunâtres, à tige blanchâtre ; trois taches dans la cellule cubitale, trois dans la cellule discoïdale, une dans la posticale et trois dans la cellule anale – 28.

28. Thorax roux brun, mat, deux bandes du mesonotum, metanotum et mesosternum brun noir ; massue des balanciers un peu brunâtre ; métatarse antérieur d'un tiers plus long que le tibia ; taches alaires bien marquées ; 5ᵉ article antennaire de la ♀ à col aussi long que gros, 6ᵉ double du 5ᵉ, à deux longs poils distaux. L. ♀ 3,8 mm. Hongrie . . . . . *P. decemmaculatum* n. sp.

Thorax roux brun, mesonotum grisâtre, avec trois bandes roux brun, métatarse antérieur de moitié plus long que le tibia (♂ ♀); pince brun noir, longue, articles terminaux larges et obtus, appendices supérieurs minces, arqués ; taches alaires peu marquées, à peine visibles (♂ ♀), 5e article antennaire de la ♀ à col aussi long que gros, 6e double du 5e, à deux ou trois longs poils distaux. . . . . *P. nubeculosum* (Meig.)

2. *Genre* LIMNOCHIRONOMUS *Kieff.*

Antennes du ♂ de douze articles, celles de la ♀ de six. Chacun des quatre tibias postérieurs avec deux éperons grêles, anneau crénelé occupant les deux tiers du pourtour, pulvilles grands, à deux. Articles terminaux de la pince très grêles, longs, arqués, munis à l'extrémité, au côté médial, d'une rangée de soies très courtes et fines: appendices inférieurs très grêles, longs, fortement courbés en arc par en bas, ordinairement filiformes, extrémité renflée en massue et à longs poils arqués, tantôt simple, tantôt imparfaitement bi- ou trilobée. Les espèces connues sont de couleur claire. Type : **falciformis** Kieff. Deux espèces, **semiviridis** (Kieff.) et **tenuiforceps** (Kieff.) reviennent aux Indes Orientales.

1. Appendices inférieurs de la pince simples ; trois bandes du mesonotum, metanotum et mesosternum jaunes. — 2

Appendices inférieurs de la pince très brièvement bi- ou trilobés — 5.

2. Extrémité des appendices inférieurs non en massue, incurvée par en bas et ayant de chaque côté quatre soies arquées, grosses et longues ; appendices supérieurs courbés après le milieu, pas distinctement renflés à l'extrémité qui porte deux fortes soies droites ; tibia antérieur et extrémité du fémur antérieur noirs. . . . . *L. heterolabis* (Kieff.)

Extrémité des appendices inférieurs renflée en une massue portant dorsalement des soies longues et arquées ; appendices supérieurs très élargis distalement — 3.

. 3 Appendices supérieurs à partie distale élargie presque en cercle, cette partie quatre fois aussi large que la tige ; abdomen vert, segments 6-8 et pince bruns, métatarse antérieur de trois quarts plus long que le tibia. L. 5,3 mm. Allemagne. . . . . *L. fuscicauda* n. sp.

Appendices supérieurs à partie distale élargie seulement latéralement, très transversale — 4.

4. Blanc jaunâtre, articles terminaux de la pince dix fois aussi longs que gros, arrondis au bout. L. 4-5 mm. . . . . *L. falciformis* (Kieff.)

Vert gai, 8ᵉ segment abdominal et pince jaunes, tarses bruns ; articles terminaux de la pince huit fois aussi longs que gros, un peu obliquement tronqués au bout. L. 5 mm. . . . . *L. Goetghebueri* (Kieff.)

5. Appendices inférieurs de la pince à massue bilobée, glabres, sauf à la massue ; appendices supérieurs droits, minces, subitement élargis au bout ; articles terminaux à six courtes soies alignées, blanc jaunâtre, trois bandes du mesonotum, metanotum et mesosternum vitellins, tiers postérieur de l'abdomen et deux derniers articles tarsaux bruns ; 12ᵉ article antennaire deux fois aussi long que 2 — 11 réunis. L. 4 mm. . *L. bipartitus* (Kieff.)

Appendices inférieurs de la pince à massue trilobée, glabres sauf à la massue ; appendices supérieurs arqués distalement, graduellement épaissis en massue ; articles terminaux à huit courtes soies alignées ; couleur du précédent, sauf abdomen vert en entier, quatre derniers articles tarsaux, tibia antérieur et moitié distale du métatarse antérieur bruns. L. 3,5 - 4,5 mm. *L. tritomus* (Kieff.)

Appendices inférieurs de la pince à massue peu distinctement bilobée, pubescents sauf à la massue ; appendices supérieurs à peine arqués, minces, subitement élargis au tiers distal ; articles terminaux à huit courtes soies alignées ; blanchâtre, thorax gris, quatre bandes raccourcies, metanotum et mesosternum jaunes, partie distale du tibia et du métatarse antérieurs et les quatre derniers articles de tous les tarses brunâtres ; 12ᵉ article antennaire trois fois aussi long que 2 — 11 réunis, métatarse antérieur de moitié plus long que le tibia. L. 3,8 mm. . . . . *L falciformis* (Kieff.) var.

Le R. P. Longin Navas, S. J. présente une étude sur des Névroptères nouveaux ou critiques. Elle est publiée dans la seconde partie des ANNALES.

Quatrième Section

Les membres de la Section avaient à leur ordre du jour la visite de l'Institut de Physiologie, et les services de clinique interne et de chirurgie, où les attendaient MM. les professeurs Noyons, Lemaire et G. Debaissieux.

L'Institut de Physiologie, situé rue des Doyens, est un des plus beaux établissements créés par l'Université de Louvain dans ces dernières années.

Dû à la sagace initiative et à la ferme opiniâtreté de son Recteur Magnifique, il répond par ses proportions, son plan, le choix et la disposition de ses salles d'étude et d'enseignement, aussi bien que par un outillage complètement moderne, à toutes les exigences de la physiologie contemporaine.

M. le professeur Noyons, désigné pour cet enseignement par l'autorité qu'il avait déjà conquise dans la science biologique, en Hollande, et aidé de collaborateurs dévoués, formés par lui, nous a fait, avec une bonne grâce dont nous le remercions, les honneurs de l'Institut, nous promenant à travers les salles si admirablement éclairées et outillées (laboratoires, salle de démonstrations, de développement, etc.) ; nous avons pu ainsi, assister à la démonstration d'appareils du plus haut intérêt au point de vue de l'enseignement, comme de certaines recherches telles que celle de la viscosité des liquides digestifs, de la mesure de la tension superficielle des liquides, des variations de la courbe hémolytique du sang, de l'analyse du son appliqué à l'étude des dialectes, etc.; notre attention a été longtemps attirée sur les installations de calorimétrie (étude du dégagement de calorique des animaux).

Il n'est pas téméraire de penser que dans ce bel Institut, où va se former une élite médicale, s'élaboreront, sous l'impulsion d'un maître jeune, laborieux et curieux de nouveaux problèmes à résoudre, des travaux qui feront honneur à la chaire de physiologie et à l'Université catholique.

M. le professeur Lemaire a rajeuni et fort bien adapté aux nécessités de l'enseignement et de l'étude clinique, les locaux un peu vétustes de l'Hôpital Saint Pierre.

Le traitement et les démonstrations cliniques au lit du malade, dans les salles, d'une part, l'examen méthodique par les élèves, des visiteurs des salles de consultations, d'autre part, font l'objet d'une organisation judicieuse. Un vaste amphithéâtre de 219 places reçoit les étudiants pour les cours de démonstration ; le professeur s'aide, avec d'excellents résultats, de projections lumineuses, ayant, du reste, à sa disposition une belle collection de plaques qui s'enrichit sans cesse. Toutes les analyses chimiques et microbiologiques sont faites dans le service.

L'important service de chirurgie, dirigé par M. le professeur G. Debaisieux a également subi des transformations et pris des développements qui permettent d'attendre la création projetée et espérée d'un bel hôpital, adapté aux conceptions modernes et qui s'élèverait, pense-t-on, à Héverlé. Nous avons surtout remarqué un nouvel et vaste auditoire, la salle de radiologie (confiée à M. le D^r Boine), les services de laryngologie, des voies urinaires, etc.

Enfin, M. le professeur Schockaert nous a initiés à l'organisation de son service d'obstétrique et de gynécologie.

La visite de ces services d'enseignement médical et chirurgical, malheureusement trop rapide, nous a intéressés au plus haut point ; elle nous a apporté une démonstration vivante de la haute valeur scientifique de la faculté de médecine de l'*Alma Mater*, qui a su réédifier et étendre encore, après une tourmente qui ne semblait avoir laissé que des ruines, le glorieux édifice élevé par des maîtres illustres et vénérés.

M. le D^r Van Keerbergen, président de la Section, s'est fait l'intreprète de ces sentiments, en remerciant nos aimables et distingués confrères de l'Université catholique.

Cinquième Section

Une étude de M. J. Cuylits intitulée *Sur ma vie d'ouvrier en Angleterre pendant deux ans et demi* est présentée à la section.

Les membres présents à la réunion se joignent à ceux de la sixième section pour entendre la communication dont il sera question ci-dessous.

Sixième Section

M. M. Demanet lit une communication sur *un essai d'organisation scientifique du travail agricole*. Quelques conclusions donnent lieu à un bref échange de vues entre plusieurs membres de la Section. Cette étude paraîtra dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

Après cette communication, M. le Professeur Gillon fait aux membres de la Section les honneurs de l'Institut électromécanique de l'Université de Louvain. Spacieux, baigné de lumière, le bâtiment aligne sa salle de dessin, son auditoire, des laboratoires divers, sa salle des essais industriels de moteurs, de dynamos et de transformateurs. Les membres de la Section emportent de cette visite l'impression que les élèves y sont mis plus immédiatement en contact avec les réalités industrielles des fonctions de l'ingénieur électricien que dans beaucoup d'instituts similaires.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 27 NOVEMBRE 1919

L'assemblée générale s'ouvre à 2 1/2 heures, sous la présidence d'honneur de Monseigneur Ladeuze, Recteur de l'Université de Louvain. M. A. Witz, Président de la Société, prend la parole.

MONSEIGNEUR LE RECTEUR,

La Société scientifique de Bruxelles vous devait sa première visite : elle vous apporte respectueusement l'hommage de sa douloureuse sympathie, de sa haute admiration, de son profond et entier dévouement.

Nos sentiments vous sont connus depuis longtemps. Nous étions ici pour la plupart, en 1909, lors de vos inoubliables fêtes jubilaires. C'étaient alors les jours de joie et d'allégresse, en cette cité qu'on a appelée l'Athènes de la Belgique : hélas, en quel état la voyons-nous en ce jour où nous venons pieusement en pélerinage aux lieux de votre martyre, aux lieux illustrés par vos indicibles souffrances et par le stoïque héroïsme que vous avez opposé à la rage des barbares d'Outre-Rhin.

L'Université de Louvain a été la première victime de l'envahisseur. Les crimes de lèse-humanité et de lèse-science qu'il a commis ici avaient été sataniquement prémédités et ils ont été froidement exécutés ; c'était monstrueux. Mais voici une chose plus monstrueuse encore ! Alors que l'Univers entier poussait un long gémissement et un cri de réprobation unanime, en entendant le récit de nos cruelles épreuves, il s'est trouvé en Allemagne 93 intellectuels (ils se donnaient ce nom) et 3124 professeurs de leurs établissements d'enseignement supérieur pour excuser hypocritement, féliciter et applaudir les vils auteurs de ces abominables forfaits

Monseigneur, notre témoignage vaut plus que celui de ces hommes, car nous avons vu, ce qu'ils n'avaient pu voir, et nous savons, ce qu'ils feignaient d'ignorer ; eh bien, nous nous levons tous aujourd'hui devant vous, pour protester contre le mensonge, pour faire entendre une voix vengeresse, pour vouer ceux qui ont commis contre vous ces attentats, à l'exécration du monde civilisé, et pour les maudire, en attendant que Dieu et les hommes en fassent complète justice.

Cette protestation solennelle nous la devions à la vérité d'abord, et ensuite aux sentiments d'admiration et de gratitude qui nous animent à l'égard de votre Université, si grande et si belle.

C'est en effet au sein de l'Université qu'est née la noble et féconde pensée, d'où est sortie notre Société. C'est au vaste savoir, au grand esprit d'organisation et au généreux dévouement de vos plus illustres maîtres qu'est dû son remarquable et rapide développement. Je voudrais pouvoir les nommer tous ! Je dois un hommage particulier à l'admirable D^r Lefebvre, qui fut notre premier président, aux professeurs Proost, Gilbert, Henry, de la Vallée Poussin, Dewalque, qui prètèrent leur concours dévoué au R. P. Carbonelle, à MM. les professeurs Masoin, Cousin, Verriest, Van Gehuchten, et tant d'autres qui ont alimenté nos ANNALES et notre REVUE de leurs doctes travaux. Mon énumération est d'autant plus incomplète que fut plus large le concours que l'Université nous a donné. Je les ai tous vus à l'œuvre, je sais ce que nous leur devons et je proclame hautement que l'Université de Louvain est vraiment notre *Alma Mater*.

On a dit, Monseigneur, en 1909, à votre éminent prédécesseur que votre navire « porte les trésors de la science, les espoirs de la patrie et les destinées de l'Église » : permettez nous de rester à votre bord, et de naviguer encore sous votre pavillon, en poursuivant avec vous notre idéal commun, qui est de maintenir et de proclamer l'accord entre notre foi scientifique et notre foi religieuse, qui sont indissolublement liées, dans nos cœurs de catholiques belges et français.

Monseigneur Ladeuze se lève pour remercier en ces termes la Société scientifique de Bruxelles au nom de l'Université.

MONSIEUR LE PRÉSIDENT,

Les liens qui unissent la Société scientifique de Bruxelles et l'Université Catholique de Louvain, sont tellement étroits que la réunion de ce jour est bien une réunion de famille. Et nous vous savons particulièrement gré, Monsieur le Président, d'avoir provoqué cette réunion au lendemain du grand cataclysme. Aux heures troublées de l'existence, n'est-ce pas dans le cercle de la famille où les dévouements sont plus chauds, que nous cherchons d'instinct la consolation et le réconfort ?

Nos malheurs ont provoqué bien des sympathies ; il n'est peut-être pas un pays au monde, en dehors de ceux qui ont trempé dans le crime, qui ne nous ait adressé quelque témoignage de sa bienveillance. Celui que vous nous apportez en ce moment nous est doublement précieux, parce que, ne vous bornant pas à compatir à notre infortune, vous communiez avec nous dans le culte de la grande cause qui a été compromise ici, celle de l'enseignement et de la science *catholiques*.

Louvain a été détruite, le 25 août 1914, pour terroriser Bruxelles et le pays ; et la réalisation de ce plan froidement prémédité a été déclanchée par le dépit provoqué chez l'envahisseur par les succès de nos troupes dans nos environs. Ce sont là des faits bien établis. Mais on a moins remarqué le rôle joué dans le crime par la haine de l'Université Catholique comme telle.

Le sort de notre ville étant décidé pour la raison que je viens de dire, la rage luthérienne a fait dessiner la carte du feu de façon à y comprendre l'Université. Il suffit, pour s'en convaincre, de suivre dans nos rues en ruines le tracé de l'incendie et de se rappeler que, le 26 août, le Commandant von Manteuffel s'informait si l'Université avait brûlé tout entière.

De plus, dans la préparation psychologique des exécuteurs des hautes œuvres, on s'est abondamment servi de notre titre d'Université catholique, pour exciter à la besogne les troupes protestantes choisies comme telles pour l'invasion du pays. En voulez-vous des preuves ?

Le 25 août, au matin de la sinistre journée, un prêtre belge, pris comme otage de route, est forcé d'accompagner l'armée allemande sur la chaussée de Saint-Trond à Tirlemont. Louvain est encore bien loin, et cependant l'otage n'entend déjà qu'invectives contre la *Pfaffen Universität,* cette Université de curés dont les étudiants ont tiré sur les troupes de passage.

Ces mêmes jours, mais à un autre bout du pays, à Hacquegnies, dans le Hainaut, des officiers déclamaient qu'il fallait supprimer cette Université de Louvain qui n'enseigne que l'erreur et dont on parlait beaucoup trop dans le monde. — Je tiens ces propos d'un aumônier militaire, M. Hallez, qui les a entendus dans sa maison paternelle.

A Tournai, chez M. Blondel, — quelques mois plus tard, il est vrai — l'aumônier protestant Lots s'écriait : « Il nous fallait brûler Louvain. C'est à Louvain qu'on a brûlé en premier lieu les écrits de Luther ! »

Mais le fait typique s'est passé à Falmignoul, près de Dinant. Le 23 août, — deux jours avant nos malheurs, notez-le bien — des soldats allemands, sous la conduite d'un officier, s'emparent, dans sa campagne, de M. Servais, conseiller à la Cour de cassation et professeur à l'Université de Bruxelles, sous le prétexte — toujours le même ! — qu'il a tiré. Madame Servais de se précipiter aux pieds de l'officier, en faisant valoir les titres de son mari : conseiller à la Cour, professeur à l'Université. — A l'Université de Louvain, s'écrie l'officier ? qu'on le fusille ! — Madame Servais a alors l'heureuse inspiration de rentrer dans sa maison et d'y prendre un ouvrage de son mari, portant sur la couverture l'indication de sa qualité de professeur à l'Université de Bruxelles. A cette vue, l'officier se calme, baise la main de madame, remet M. Servais en liberté et s'excuse de l'erreur commise.

Le lendemain, non loin de Falmignoul, on fusillait notre cher collègue, M. Ponthière, qui dut, sans doute, -- on devine avec quel succès — invoquer, pour se défendre, son titre de professeur à l'*Alma Mater !*

Est-il possible de nier que, dans la préméditation et la préparation de leur crime contre Louvain, les Allemands se soient attachés à provoquer chez leurs soldats, dès avant leur dispersion à travers notre pays, une rage particulière contre notre institution ?

Ainsi, si nous avons souffert pour la cause du Droit et pour la Patrie, nous avons souffert aussi comme Université catholique et pour la cause catholique. C'est pour nous un motif de consolation et de fierté ! Une raison d'espérance aussi ! Tertullien a dit que le sang des martyrs fait germer des chrétiens. J'ai la confiance que les cendres de l'Université martyre féconderont le sol scientifique que, s'inspirant des illustres exemples de votre Société, elle doit remuer avec vous pour la gloire de Dieu et de son Église !

La parole est donnée ensuite à M. Pierre Termier, membre de l'Institut, professeur à l'École des Mines, directeur de la carte géologique de la France, pour une conférence sur *Les grandes Énigmes de la Géologie.* Cette brillante conférence paraîtra *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques.

SESSION DES 14, 15 ET 16 AVRIL 1920

A BRUXELLES

SÉANCES DES SECTIONS

Première Section

Mercredi 14 avril. — La Section constitue son Bureau comme il suit :

Président : M. E. Goedseels.
Vice-Présidents : M. M. Lecat.
M. H. Janne.
Secrétaire : M. H. Dutordoir.

Elle choisit pour question de concours :
Apporter une contribution à l'étude des critères qui permettent de distinguer les nombres algébriques des nombres transcendants.

M. M. Alliaume fait la communication suivante sur *les termes du troisième ordre de la réfraction astronomique.*

1. En appelant *quantités petites du premier ordre* des constantes α et β dont l'ordre de grandeur est de 0,001 à 0,0001, et dont la définition sera rappelée, on connaît l'expression de la correction à apporter aux hauteurs observées, eu égard à la réfraction atmosphérique, jusqu'aux termes petits du deuxième ordre. On sait que cette expression est indépendante de la loi de variation de l'indice de réfraction avec l'altitude. — Je me propose de faire le calcul de la correction de réfraction jusqu'aux termes petits du troisième ordre, pour une loi quelconque de variation de l'indice de réfraction, et de montrer ainsi que les termes du troisième ordre sont encore indépendants de cette loi.

D'autre part, les physiciens donnent le nom de *puissance réfractive* d'un milieu transparent à une fonction de l'indice de réfraction μ proportionnelle à la densité Δ de ce milieu. Laplace considérait comme constant le rapport

$$\frac{\mu^2 - 1}{\Delta}.$$

Depuis son époque on a cru devoir admettre plutôt la constance du rapport

$$\frac{\mu - 1}{\Delta}.$$

Les calculs ci-dessous sont conduits pour la constance du rapport

$$\frac{\mu^\gamma - 1}{\Delta},$$

quel que soit γ, et font voir : 1° que les termes du premier et du deuxième ordre de la réfraction sont indépendants de la valeur attribuée à γ ; 2° comment cette valeur intervient dans les termes du troisième ordre.

2. Si A est le point d'observation, B la source lumineuse en dehors de l'atmosphère terrestre, Z la distance zénithale apparente du point B pour le point A, ρ la distance d'un point, où l'indice de réfraction est μ, au centre commun (centre de la Terre) des surfaces sphériques de même indice de réfraction, ρ_0 et μ_0 les valeurs que prennent au point A les variables ρ et μ respectivement, — et si l'on pose :

$$u = 1 - \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)^2 \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^2,$$

la correction z dont il faut diminuer la hauteur apparente Z est donnée par l'intégrale

$$z = \int_A^B \frac{\operatorname{tg} Z}{\sqrt{1 + u \operatorname{tg}^2 Z}} \frac{\rho_0}{\rho} \, d\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right).$$

Pour reculer les difficultés dues à notre ignorance actuelle de l'expression de ρ en fonction de μ, et pour trouver l'occasion d'effectuer ce calcul par approximations successives, définissons des variables nouvelles r et θ telles que

$$r = 1 - \frac{\rho_o}{\rho}, \quad 1 + \theta\alpha = \frac{\mu_o}{\mu} \quad \text{où} \quad \alpha = \mu_o - 1.$$

Le long du rayon lumineux, à partir de A, r croît à partir de 0, et θ croît de 0 à l'unité, qu'elle atteint à la *limite de l'atmosphère*, en C sur le rayon : α et le maximum de r sont des quantités petites, adoptées comme petites du premier ordre. Le changement de variables effectué, l'intégrale z doit être prise de 0 à 1. Mais j'appelle *limite pratique de l'atmosphère* le lieu des points C_1 où $\theta = \theta_1 < 1$, et tels que, eu égard à l'approximation qu'on se propose ici : 1° l'intégrale z de θ_1 à 1 soit négligeable, 2° la différence $(1 - \theta_1)$ soit une quantité petite du deuxième ordre, 3° le rapport $1 : \log^2 (1 - \theta_1)$ ne soit pas une quantité petite. Il suffit, dès lors, de prendre l'intégrale z de 0 à θ_1.

Le calcul comporte : 1° le changement de variables qui vient d'être défini :

$$z = \alpha \int_o^{\theta_1} \frac{\operatorname{tg} Z}{\sqrt{1 + u \operatorname{tg}^2 Z}}\, d\theta - \alpha \int_o^{\theta_1} \frac{\operatorname{tg} Z}{\sqrt{1 + u \operatorname{tg}^2 Z}}\, r d\theta,$$

$$u = 1 - (1 + \theta\alpha)^2 (1 - r)^2 ;$$

2° le développement en série de la fonction commune aux deux intégrales suivant les puissances de α et de r, jusqu'aux termes du deuxième ordre dans la première intégrale, où se trouve le facteur α, et jusqu'aux termes du premier ordre dans la deuxième intégrale, où se trouvent les facteurs α et r.

Le résultat renferme des termes en

$$\int_o^{\theta_1} d\theta, \qquad \int_o^{\theta_1} \theta d\theta, \qquad \int_o^{\theta_1} \theta^2 d\theta,$$

et des termes en

$$\int_o^{\theta_1} r d\theta, \qquad \int_o^{\theta_1} r^2 d\theta, \qquad \int_o^{\theta_1} r\theta\, d\theta$$

pour le calcul desquels il faut l'expression de r au moyen de θ.

3. Appelons encore p, T et g la pression, la température absolue et l'accélération due à la pesanteur au point défini par le rayon

vecteur ρ, qui est censé suffire à leur définition ; p_o, T_o et g_o les valeurs que prennent respectivement ces grandeurs au point d'observation. La définition de la puissance réfractive, l'hypothèse d'une applicabilité satisfaisante des lois des gaz parfaits, et la condition d'équilibre des couches normales aux rayons ρ permettent d'écrire les trois équations physiques :

$$\frac{\mu^\gamma - 1}{\mu_o^\gamma - 1} = \frac{\Delta}{\Delta_o},$$

$$\frac{p}{p_o} = \frac{\Delta T}{\Delta_o T_o},$$

$$dp = -\, g_o \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^2 \Delta\, d\rho.$$

Supposons que l'on connaisse la loi de la variation de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude, ou que l'on fasse sur cette loi une hypothèse déterminée, et que l'expression correspondante de la température en fonction de l'altitude s'écrive au moyen d'une équation

$$T = \varphi(\rho) \qquad \text{ou} \qquad \psi(r).$$

Pour en déduire r en fonction de θ, éliminons Δ et p entre les trois équations physiques, intégrons l'équation différentielle obtenue, déterminons la constante d'intégration par les circonstances propres au point A, faisons le changement de variables défini ci-dessus, posons :

$$\beta = \frac{p_o}{g_o\, \Delta_o\, \rho_o},$$

et remarquons que cette constante, de dimensions nulles, est une quantité petite du même ordre que α. — Ces transformations conduisent à l'équation

$$\int_o^r \frac{T_o}{T}\, dr + \beta \left[\int_o^r \frac{T'}{T}\, dr + \log \frac{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha\theta}\right)^\gamma - 1}{(1+\alpha)^\gamma - 1} \right] = 0,$$

dans laquelle T_o a été écrit pour $\varphi(\rho_o)$ ou $\psi(o)$, et T' pour $\frac{dT}{dr}$.

Les termes où nous devons utiliser r en fonction de θ

contiennent au moins α en facteur, et il suffit de tirer de cette équation r jusqu'aux termes du deuxième ordre. Il faut donc, dans son premier terme, remplacer (T_o : T) par les deux premiers termes de son développement en r,

$$\frac{T_o}{T} = 1 - r\frac{T'_o}{T_o};$$

dans le premier terme en β, remplacer (T' : T) par son seul premier terme,

$$\frac{T'}{T} = \frac{T'_o}{T_o};$$

et dans le second terme en β, remplacer la fonction logarithmique de α par les deux premiers termes de son développement,

$$\log(1-\theta) - \frac{\gamma+1}{2}\theta\alpha.$$

L'équation approchée ainsi obtenue donne, aux termes petits du troisième ordre près, l'expression cherchée pour r :

$$r = -\beta\log(1-\theta) + \frac{\gamma+1}{2}\alpha\beta\theta + \beta^2\frac{T'_o}{T_o}\log(1-\theta) + \\ + \frac{\beta^2}{2}\frac{T'_o}{T}\log^2(1-\theta),$$

dont le minimum ($\theta = 0$) est nul, et dont le maximum correspond à $\theta = \theta_1 < 1$. On en déduit :

$$\int_o^{\theta_1} r d\theta = \beta + \beta(1-\theta_1)[\log(1-\theta_1) - 1] + \\ + \frac{\gamma+1}{2}\frac{\alpha\beta}{2}[1-(1-\theta_1)]^2 - \frac{\beta^2}{2}\frac{T'_o}{T_o}(1-\theta_1)\log^2(1-\theta_1),$$

$$\int_o^{\theta_1} r^2 d\theta = 2\beta^2 - \beta^2(1-\theta_1)[\log^2(1-\theta_1) - 2\log(1-\theta_1) + 2],$$

$$\int_o^{\theta_1} r\theta d\theta = \frac{3}{4}\beta + \frac{1-\theta_1}{4}[2(1+\theta_1)\log(1-\theta_1) - (3+\theta_1)].$$

4. L'expression z résulte des substitutions de ces valeurs. Mais $(1-\theta_1)$ est, par hypothèse, une quantité petite du deuxième

ordre ; et comme, de ces intégrales, les deux premières doivent être multipliées par α, et la troisième par α^2, on peut, dès maintenant, écrire :

$$\int_o^{\theta_1} r\,d\theta = \beta + \frac{\gamma+1}{2}\frac{\alpha\beta}{2},$$

$$\int_o^{\theta_1} r^2\,d\theta = 2\beta^2,$$

$$\int_o^{\theta_1} r\theta\,d\theta = \frac{3}{4}\beta.$$

C'est ainsi que disparaît, même des termes du troisième ordre, la fonction T de l'altitude, et, par conséquent, toute loi de variation de l'indice de réfraction ; et qu'on obtient, toutes réductions effectuées,

$$\begin{aligned} z = {} & \alpha\left(1 - \beta - \frac{\gamma+1}{2}\frac{\alpha\beta}{2}\right)\operatorname{tg} Z + \\ & -\alpha\left(\beta - \frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma+10}{2}\frac{\alpha\beta}{2} - \frac{\alpha^2}{6} - 3\beta^2\right)\operatorname{tg}^3 Z + \\ & +\alpha\left(\frac{\alpha^2}{2} - \frac{9}{4}\alpha\beta + 3\beta^2\right)\operatorname{tg}^5 Z. \end{aligned}$$

M. Goedseels entretient la Section *de la détermination des erreurs des cercles gradués*. Le R. P. Willaert et M. Alliaume sont nommés commissaires pour l'examen de ce travail.

M. Goedseels expose ses idées *sur la suppression de la trigonométrie comme science séparée*. Certaines parties de cet exposé suscitent des observations de la part de MM. Pasquier et de la Vallée Poussin. Cette note sera soumise à l'appréciation des mêmes rapporteurs que la précédente.

Le R. P. Bosmans, S. J., fait connaître comme suit la *Nouvelle édition des œuvres de Torricelli par Gino Loria et Giuseppe Vassura.*

Je n'ai pas encore vu la nouvelle édition des Œuvres d'Évangéliste Torricelli. Je ne puis en parler que d'après deux brochures que l'un des éditeurs, M. Gino Loria, m'a fait l'honneur de m'envoyer. La première est l'Introduction que M. Loria a mise en tête de l'édition et qu'il a fait tirer à part (1). L'autre est une Note que le distingué professeur de l'Université de Gênes a présentée, le 7 décembre 1919, à l'Académie des Lincei (2), en lui faisant hommage des trois volumes dont se compose la nouvelle édition (3).

Les frais d'impression ont été en bonne partie supportés par la ville de Faenza où Torricelli naquit, le 15 octobre 1608. C'est à l'occasion du 300e anniversaire de la naissance de l'illustre Italien, que la publication de sa correspondance, de ses écrits inédits, et la réédition de ses ouvrages déjà une première fois publiés ont été décidées. Entreprise considérable, qui a été menée à bon terme en 1919.

Torricelli est l'un des deux grands correspondants de Mersenne, dont les érudits demandaient depuis longtemps une édition critique de leurs Œuvres complètes. L'autre, on le sait, est Roberval. Paul Tannery m'écrivit un jour qu'il y songeait et qu'il commençait à réunir des matériaux dans ce but. J'ignore s'ils sont utilisables et si quelque savant français a repris son projet.

La vie de Torricelli fut courte. Il mourut en 1647, âgé de 37 ans à peine. Ce fut avec Viviani l'élève favori de Galilée, qu'ils entourèrent de leurs soins affectueux et dévoués jusqu'au dernier jour du grand vieillard.

De son vivant Torricelli ne publia qu'un seul ouvrage, les *Opera geometrica* (4), qui parurent à Florence, en 1644. Ces *Opera* renferment trois petits traités.

---

(1) *Opere di Evangelista Torricelli* edite in occasione del III centenario della nascita col concorso del Comune di Faenza, da Gino Loria e Giuseppe Vassura.

Introduzione di Gino Loria.

Faenza, Stabilimento tipo-litografico G. Montanari, 1919.

(2) *Storia della Matematica. Evangelista Torricelli nella storia della Geometria.* Nota del Corrisp. Gino Loria. REALE ACCADEMIA DEI LINCEI. Estratto dal vol. XXVIII, serie 5ª, 2º sem., fasc. 11º. Seduta del 7 dicembre 1919.

(3) L'édition se compose de trois volumes grand in-8°, dont le premier est divisé en deux fascicules.

(4) Titre de départ : *Opera geometrica Evangelistae Torricelli. De solidis sphaeralibus. De motu. De dimensione parabolae. De Solido hyperbolico. Cum Appendicibus de Cycloïde et Cochlea.*

Titre : *De sphaera et solidis sphaeralibus libri duo, in quibus Archimedis*

D'abord, une dissertation *De Sphaera solidisque sphaeralibus*. L'auteur cherche à y vulgariser les méthodes d'Archimède.

Ensuite, un mémoire de mécanique intitulé *De motu gravium*, du mouvement des corps lourds.

Enfin, un traité en deux livres qui a pour titre : *De quadratura parabolae solidisque hyperbolicis*. Torricelli y donne de multiples méthodes de quadrature de la parabole ; il y évalue aussi le volume de divers segments déterminés dans des solides de révolution. C'est l'*Apendice* annexé à ce troisième traité, qui contient la fameuse quadrature de la cycloïde trouvée par Torricelli ; découverte qui fit alors si grand bruit et dont Pascal parle avec tant d'injuste partialité dans son *Histoire de la Roulette* (¹).

Les procédés de démonstration de Torricelli sont des procédés géométriques et cinématiques, à la manière des méthodes d'Archimède. L'auteur s'inspire aussi des *Indivisibles* (²) de Cavalieri, dont la première édition est de 1635. Mais, on ne trouve chez lui aucune trace de l'influence de la *Géométrie* de Descartes, qui avait paru sept ans environ auparavant.

Par testament, Torricelli légua ses manuscrits à Cavalieri, son ami, en manifestant le désir qu'ils fussent publiés en tout, ou en

---

doctrina de sphaera et cylindro denuo componitur, latine promovetur, et in omni specie solidorum, quae vel circa, vel intra sphaeram ex conversione poligonorum regularium gigni possint, universalius propagatur. Ad Serenissimum Ferdinandum II magnum ducem Etruriae. Auctore Evangelista Torricelli ejusdem magni ducis mathematico. Florentiae, typis Amatoris Massae et Laurentii de Laudis, 1644. Superiorum permissu.

(¹) Tous les historiens des mathématiques parlent avec plus ou moins de détails de la querelle qui s'éleva entre Torricelli et Roberval au sujet de cette quadrature. Je renverrai de préférence à Montucla, parce que l'historien français ne peut être soupçonné de partialité pour un Italien contre un savant de son pays. Tout le monde sait, au surplus, que Roberval avait mauvais caractère. Voir : *Histoire des Mathématiques*... Nouvelle édition par J. F. Montucla... Paris, Agasse. An VII, t. II, 4ᵉ partie, liv. I, pp. 59-60.

(²) *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota. Authore F. Bonaventura Cavaliero Mediolan. Ord. Jesuatorum S. Hieronymi, D. M. Mascarellae Pr., ac in almo Bonon. Gymn. Prim. Mathematicarum Professore, etc. Bononiae, typis Clementis Ferronii, MDCXXXV.*

La première édition est rare dans les dépôts belges, je n'ai sous la main que la seconde qui est de Bologne 1653.

partie, après sa mort. L'auteur des *Indivisibles* était laissé juge de ce qui méritait de voir le jour.

Le vœu du mourant ne fut guère exaucé.

Ces manuscrits renfermaient, cependant, des choses bien intéressantes, s'il faut en juger par les rares fragments qui en ont paru. Je citerai notamment une étude purement géométrique de la courbe logarithmique

$$y = \log x$$

qui fut publiée, en 1900, par l'un des éditeurs actuels, M. Loria, dans le 1^{er} volume de la BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3^e série (¹).

L'intérêt de cette étude est, cependant, de pure curiosité ; et M. Loria nous en avertit, c'est avant tout un intérêt de curiosité que va de nouveau nous offrir la nouvelle édition.

Voici, en effet, en quels termes je crois pouvoir résumer la conclusion de la Préface du Professeur de Gênes :

« Il serait inutile de chercher à le nier, la présente édition, tout comme les éditions analogues de Galilée, de Fermat, de Descartes, de Huygens, de Tycho Brahé, n'a pas un caractère utilitaire ; mais, elle présente un intérêt historique de premier ordre.

» Elle fournit des documents importants aux futurs historiens des mathématiques.

» Elle éclaire dans tous ses recoins la brillante période qui précède l'invention du calcul infinitésimal.

» Elle montre, enfin, quelle fut la place des disciples de Galilée parmi les précurseurs des deux immortels génies, dont l'Allemagne et l'Angleterre s'honorent à si juste titre : Leibniz et Newton. »

M. Lecat fait la communication suivante : *sur un problème posé par Cayley.*

Dans la matrice de classe n

$$\text{(M)} \qquad \left\| \; \overset{+}{\vert}\, \lambda^{(k_2)}_{k_1,\, i_{k_2}} \,\overset{+}{\vert}_{(k=1,\ldots,n)} \; \right\|_{(i=1,\ldots,p)},$$

(¹) Leipzig, Teubner, pp. 75-89. L'article est intitulé : *Le ricerche inedite di Evangelista Torricelli sopra la curva logaritmica.*

dont les pn^2 paramètres λ constituent n matrices rectangulaires, chacune de pn éléments, le terme général

$$\prod_{\nu=1}^{n} \lambda^{(\nu)}_{\epsilon_\nu, i_\nu}$$

de l'élément général fournit pour le développement du déterminant une expression que certaines inversions de facteurs permettent d'écrire :

$$(1) \qquad \prod_{\alpha=1}^{p} \lambda^{(1)}_{\epsilon^{(\alpha)}_1, \alpha} \prod_{\sigma=2}^{n} \sum_{i_\sigma} \left(\pm_{i_\sigma}\right) \prod_{\alpha=1}^{p} \lambda^{(\sigma)}_{\epsilon^{(\alpha)}_\sigma, i^{(\alpha)}_\sigma}.$$

La fonction en σ représente le déterminant à 2 dimensions

$$\left| \lambda^{(\sigma)}_{k_{\omega_\sigma}, i_\sigma} \right| \left(\omega_\sigma, i_\sigma = 1, \ldots, p\right),$$

qui est nul dès que $p > n$, comme ayant alors au moins deux files parallèles identiques (puisque les k ne prennent que n et non p valeurs) ; d'où l'on conclut que le déterminant de la matrice (M) est uniformément nul si son ordre est supérieur à la classe.

Si l'on supprime l'indice supérieur des λ, on obtient un déterminant étudié, mais avec des notations toutes différentes des nôtres, par A. Cayley dans le dernier de ses cinq écrits sur les déterminants de classe supérieure (« *commutants* ») (¹). La matrice est alors actinomorphe, ce qui est une raison suffisante pour l'uniformité (²) du déterminant, quel que soit du reste p par rapport à n.

(¹) *On a Property of Commutants*, PHILOS. MAGAZINE, série 4, t. XXX, 1865, pp. 411-413 ; PAPERS, t. V, Cambridge, 1892, p. 496. Cf. M. Lecat, L'INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS, t. XXVI, 1919, pp. 132-133.

(²) De ce que Cayley prend soin — à tort — d'indiquer que l'indice *unpermuted* (ordonné et non-signant si la classe est impaire) occupe le premier rang, on peut conclure, semble-t-il, que l'illustre algébriste n'aura pas eu la notion de ce que nous avons appelé, il y a une dizaine d'années, mérogénéité et en particulier monogénéité. Cayley ne signale pas, il est vrai, l'actinomorphie de la matrice, notion qu'il avait cependant posée dans le quatrième des écrits où

Remarquons que si, dans (I), des symboles $\left(\pm_{i_\sigma}\right)$ étaient remplacés par l'unité pour quelques-unes des $n-1$ valeurs de σ, mais non pour toutes, la nouvelle expression, représentant un produit de permanents par au moins un déterminant nul, resterait égale à zéro. On en conclut que, les λ étant pourvus ou privés de l'indice supérieur, la propriété se généralise au cas des pénédéterminants (¹) d'espèce quelconque ν de la matrice (M). Pour chacune des

$$\left(n - \delta_{1,(-1)^{n-1}}\right) : 2$$

valeurs (paires) du nombre ν, les $\binom{n}{\nu}$ déterminations du pénédéterminant sont nulles.

La démonstration peut se faire d'une manière non moins aisée par la méthode des produits symboliques (²). Nous la passerons sous silence, car au fond elle n'est pas réellement distincte de celle qui précède.

Quant au permanent (unique) de la matrice, il n'est pas nul et son expression est compliquée.

Si maintenant l'ordre p n'est pas supérieur à la classe n, le déterminant et les pénédéterminants ne sont plus identiquement nuls. Si $p < n$ (cas dont Cayley ne dit mot), le calcul est laborieux, même par la méthode symbolique, et les fonctions considérées ne paraissent pas susceptibles d'être mises sous une forme remarquable.

Lorsque $p = n$, la matrice considérée est formée à l'aide de n

---

il traite des déterminants de classe supérieure [CAMBR. DUBLIN MATH. J., t. VII, 1852, p. 45; PAPERS, t. II, p. 20], mémoire dans lequel il constata, le premier, l'invariance du déterminant (actinomorphe), « *symmetrical commutant* », d'une forme algébrique de degré pair. Ce déterminant étant de classe paire, l'uniformité ne pouvait être mise en question dans ce cas et par conséquent Cayley n'avait pas nécessairement, dans cet écrit de 1852, à poser la notion de mérogénéité. Mais on peut s'étonner qu'il ne l'ait introduite, ni dans son travail de 1865, où il y était en quelque sorte obligé, ni nulle part ailleurs. Et aucun de ses successeurs n'a rien publié non plus sur cette notion.

(¹) Au sujet de ces fonctions, voir notre travail : *Sur une généralisation des déterminants*, ANNALES, t. XXXIX, 1919-1920, 2ᵉ partie, p. 10.

(²) Cf. *loc. cit.*, pp. 13-14.

matrices carrées, chacune de n^2 éléments λ. Pour $p = n = 2$, on constate que le déterminant

$$\left\| \overset{+}{\left|} \lambda^{(k_2)}_{k_1,\, i_{k_2}} \overset{+}{\right|}_{(k=1,\,2)} \right\|_{(i=1,\,2)} = - \left| \lambda^{(1)}_{r_1,\, r_2} \right|_2 \cdot \left| \lambda^{(2)}_{s_1,\, s_2} \right|_2 .$$

En y supprimant l'indice supérieur, on obtient une relation qui peut s'écrire :

$$\begin{vmatrix} 2\lambda\lambda' & \lambda\mu' + \lambda'\mu \\ \lambda\mu' + \lambda'\mu & 2\mu\mu' \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \lambda & \mu \\ \lambda' & \mu' \end{vmatrix}^2 .$$

Cayley (*l. c.*) considère comme « probable » qu'elle est susceptible d'extension pour $p = n$ quelconque, mais il avoue n'avoir pu reconnaître sous quelle forme. L'intérêt attribué à cette question par le grand géomètre est tel qu'il en a fait l'objet d'un travail spécial.

A première vue, on pourrait présumer que le déterminant

$$\text{(II)} \qquad \left\| \left| \lambda^{(k_2)}_{k_1,\, i_{k_2}} \right|_{(k=1,\,\ldots,\,n)} \right\|_{(i=1,\,\ldots,\,n)}$$

pût être égal respectivement à

$$\text{(III)} \qquad C(n) \,.\, \prod_{\epsilon=1}^{n} \left| \lambda^{(\epsilon)}_{r_1,\, r_2} \right|_n ,$$

$$\text{(IV)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} C(n) \left| \overset{+}{\lambda}{}^{(1)}_{\epsilon_1,\, \epsilon_2} \overset{+}{\right|}_n \,.\, \displaystyle\prod_{\sigma=2}^{n} \left| \lambda^{(\sigma)}_{\epsilon_1,\, \epsilon_2} \right|_n \\ \text{ou peut-être } \textit{zéro,} \end{array} \right.$$

suivant que la classe n est paire ou impaire, l'indice non-signant étant (dans le second cas) au premier rang. $C(n)$ désigne une fonction numérique de n.

Or, ces relations n'ont pas lieu, même si l'on supprime l'indice supérieur. Le cas du déterminant de classe 2 semblerait donc constituer une sorte d'exception, comme cela s'est déjà constaté dans bien d'autres circonstances (¹), que Cayley ne pouvait guère connaître en 1865.

Mais on sait (²) que les expressions :

$$\text{(V)}\qquad \begin{array}{ll} \mathop{\Pi_{\epsilon}}\limits_{1}^{n} \left| \lambda^{(\epsilon)}_{\alpha,\, i_\epsilon} \right|_p & (n \text{ pair}) \\ \overset{+}{|}\, \lambda^{(1)}_{\alpha,\, i_1} \,\overset{+}{|}_p \cdot \mathop{\Pi_{\sigma}}\limits_{2}^{n} \left| \lambda^{(\sigma)}_{\alpha,\, i_\sigma} \right|_p & (n \text{ impair}) \end{array}$$

qui, pour $p = n$, ne diffèrent en réalité de (III) et (IV) que par la fonction numérique C(n), peuvent se mettre sous la forme

$$\text{(VI)}\qquad \left| \sum_{\alpha=1}^{p} \mathop{\Pi_{\epsilon}}\limits_{1}^{n} \lambda^{(\epsilon)}_{\alpha,\, i_\epsilon} \right|_{(i=1,\ldots,p)},$$

l'indice non-signant étant, dans le second cas, au premier rang (³).

Et, ce qui nous rapproche de la question soulevée par Cayley, l'expression (III) devient bien égale à (II) si l'on supprime de celle-ci les signes + surmontant les barres, c'est-à-dire si les éléments du déterminant, au lieu d'être des permanents, sont des déterminants. En effet, il est connu, et l'on démontre aisément, que le déterminant (⁴) uniforme

$$\overset{\circ}{\Bigg|}\; \left| \lambda^{(k_2)}_{k_1,\, i_{k_2}} \right|_{(k=1,\ldots,n)} \overset{\circ}{\Bigg|}_{(i=1,\ldots,n)}$$

(¹) Cf. M. Lecat, L'INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS, t. XXII, 1915, pp. 2-3.

(²) D'après J. E. Campbell, PROC. LONDON MATH. SOC., t. XXIV, 1892-1893, p. 67. Cf. M. Lecat, *Abrégé de la théorie des déterminants à* n *dimensions*, Gand, Paris, 1911, pp. 69, 76.

(³) Constatons que les structures de (VI) pour $p = n$ et de (II) diffèrent en ce que dans (VI) tout élément est une somme de n produits distincts de n facteurs chacun, tandis que dans (II) tout élément est une somme de $n!$ produits, distincts ou non, chacun de n facteurs. — Notons en outre que si l'on supprime l'indice supérieur des λ, les produits π dans les expressions (V) sont remplacés par des puissances et la matrice (VI) devient ainsi actinomorphe.

(⁴) D'après R.-F. Scott, PROC. LONDON MATH. SOC., t. XI, 1879-1880, pp. 17 et suiv., surtout § 14. Cf. M. Lecat, *Abrégé (l. c.)*, pp. 23 et 72.

est égal à

$$n!\left[\frac{3}{2}\delta_{2,n}-\delta_{1,(-1)^n}\right]\cdot\mathop{\Pi_{\epsilon}}\limits_{1}^{n}\left|\lambda^{(\epsilon)}_{r_1,r_2}\right|_n,$$

expression nulle pour n impair. Pour $n=2$, le coefficient est l'unité ; pour n pair et au moins égal à 4, c'est $-n!$ On voit donc qu'ici encore on a, du moins en ce qui concerne le coefficient, une sorte d'exception quand la classe est 2.

En ce qui concerne le déterminant composé de déterminants, nous sommes amené à revenir au cas où l'ordre est supérieur à la classe. On démontre, comme on l'a fait pour la matrice (M) où les éléments étaient des permanents, que le déterminant est identiquement nul. La seule différence est qu'il faut ici faire précéder (I) d'une expression donnant un signe. Et la propriété a encore lieu, évidemment, pour les pénédéterminants.

On peut encore généraliser, les paramètres λ formant n matrices allongées, non plus à 2 mais à m dimensions, et de $p.\,n^{m-1}$ éléments ; il est visible qu'un raisonnement analogue, mais avec une légère complication, établit que pour $p>n$ les pénédéterminants de permanents, de déterminants ou même de pénédéterminants(¹):

$$\overset{\pm}{\Big\|}\overset{+}{\Big|}\lambda^{(\omega_1)}_{i_{\omega_1},\,\omega_2,\ldots,\,\omega_m}\overset{\pm}{\Big|}_{(\omega=1,\ldots,n)}\overset{\pm}{\Big\|}_{(i=1,\ldots,p)}=0,$$

quels que soient les rangs non-signants. Et l'on peut superposer plus de deux systèmes de barres, comme suit :

$$\underset{k}{\overset{\pm}{\Big|}}\cdots\underset{1}{\overset{\pm}{\Big|}}\underset{0}{\overset{+}{\Big|}}\lambda^{(\omega_m)}_{\omega_1,\ldots,\,\omega_{m-1},\,i^{(k)}\ddots\,i^{(1)}_{\omega_m}}\underset{0}{\overset{\pm}{\Big|}}_{(\omega=1,\ldots,n)}\underset{1}{\overset{\pm}{\Big|}}_{(i^{(1)}=1,\ldots,p)}\cdots\underset{k}{\overset{\pm}{\Big|}}_{(i^{(k)}=1,\ldots,p)}$$

cette fonction est encore nulle dès que $p>n$.

(¹) La licéité de prendre pour éléments de la grande matrice, non seulement les pénédéterminants (donc les déterminants) mais encore les permanents, est exprimée par les signes + et ± surmontant respectivement les barres gauche et droite de la matrice (intérieure).

Quant aux superdéterminants (ou déterminants de genre quelconque) ils présentent ici peu d'intérêt et ne jouissent pas des mêmes propriétés, les lois de la multiplication des déterminants et des pénédéterminants ne leur étant pas applicables.

M. Neuberg fait rapport sur les mémoires de M. Casteels intitulés : *Sur les propriétés se rattachant au mode de génération des coniques par des faisceaux projectifs*, et *Sur la description continue des courbes du troisième ordre : expressions analytiques, sous forme d'identités, d'un mode de génération linéaire, de Grassmann*. La Section décide la publication de ces mémoires dans les ANNALES, aussitôt que l'auteur se sera mis d'accord avec le rapporteur au sujet de certaines modifications à y apporter.

M. Neuberg présente *trois Notes de Géométrie.*

I. Voici deux questions que j'avais proposées en 1889 respectivement dans les WISKUNDIGE OPGAVEN (Nieuwe Reeks, t. IV, p. 90) et dans l'EDUCATIONAL TIMES (1889, p. 223).

A. *Soient* F_1 *et* F_2 *deux points inverses par rapport au triangle* ABC. *Une rotation autour de* F_1 *amène* ABC *en* $A_1B_1C_1$ *; une rotation égale dans l'autre sens autour de* F_2 *amène* ABC *en* $A_2B_2C_2$. *Démontrer que les côtés du triangle* ABC *sont coupés par les côtés homologues des triangles* $A_1B_1C_1$ *et* $A_2B_2C_2$ *en six points* (L_1, M_1, N_1) *et* (L_2, M_2, N_2) *d'une même circonférence.*

B. *Soient, dans un même plan,* $A_1B_1C_1$ *et* $A_2B_2C_2$ *deux triangles directement égaux. Démontrer qu'il existe un troisième triangle* ABC *directement égal aux précédents et tel que ses côtés sont rencontrés par les côtés homologues de* $A_1B_1C_1$ *et* $A_2B_2C_2$ *en six points d'une même circonférence.*

La démonstration du théorème A est facile. En effet, les projections orthogonales α_1, β_1, γ_1, et α_2, β_2, γ_2, des points F_1 et F_2 sur les côtés BC, CA, AB du triangle ABC sont situées sur une même circonférence U qui a pour centre le milieu O de la distance F_1F_2. Si le triangle ABC tourne de l'angle 2δ autour de F_1 dans le sens positif, les triangles $F_1\alpha_1L_1$, $F_1\beta_1M_1$, $F_1\gamma_1N_1$ sont semblables, leurs angles en F_1 étant égaux à δ ; on en conclut que les points L_1 M_1, N_1 sont situés sur une circonférence V dont le centre ω s'obtient en construisant le triangle $F_1O\omega$ directement semblable à $F_1\alpha_1L_1$; le rayon de V est égal à celui de U multiplié par le rapport $F_1L_1 : F_1\alpha_1$. On verrait de même que les points L_2, M_2, N_2 appartiennent à une circonférence de centre ω, le triangle $F_2O\omega$ étant directement semblable à $F_2\alpha_2L_2$; comme elles ont même centre et même rayon, les deux circonférences $L_1M_1N_1$ et $L_2M_2N_2$ coïncident.

La question B, qui est restée jusqu'ici sans solution, revient à la détermination du triangle ABC quand on donne les triangles $A_1B_1C_1$ et $A_2B_2C_2$ de la question A. Soient $\alpha'_1\beta'_1\gamma'_1$ les projections de F_1 sur les côtés du triangle $A_1B_1C_1$. Les angles $\alpha'_1F_1L_1$, $\beta'_1F_1M_1$, $\gamma'_1F_1N_1$ étant égaux à $-\delta$, la circonférence $L_1M_1N_1$ est, par rapport au triangle $A_1B_1C_1$, l'homologue de la circonférence V′ qui passe par les symétriques des points L_1, M_1, N_1 par rapport aux points α_1, β_1, γ_1. On verrait de même que la circonférence $L_2M_2N_2$ est, par rapport à $A_2B_2C_2$, l'homologue de la même circonférence V′ considérée par rapport à ABC. Il résulte de là que la circonférence V′ est sa propre homologue dans les triangles égaux $A_1B_1C_1$ et $A_2B_2C_2$, et que son centre ω est le centre de rotation de ces triangles ; l'angle de rotation est égal à -4δ.

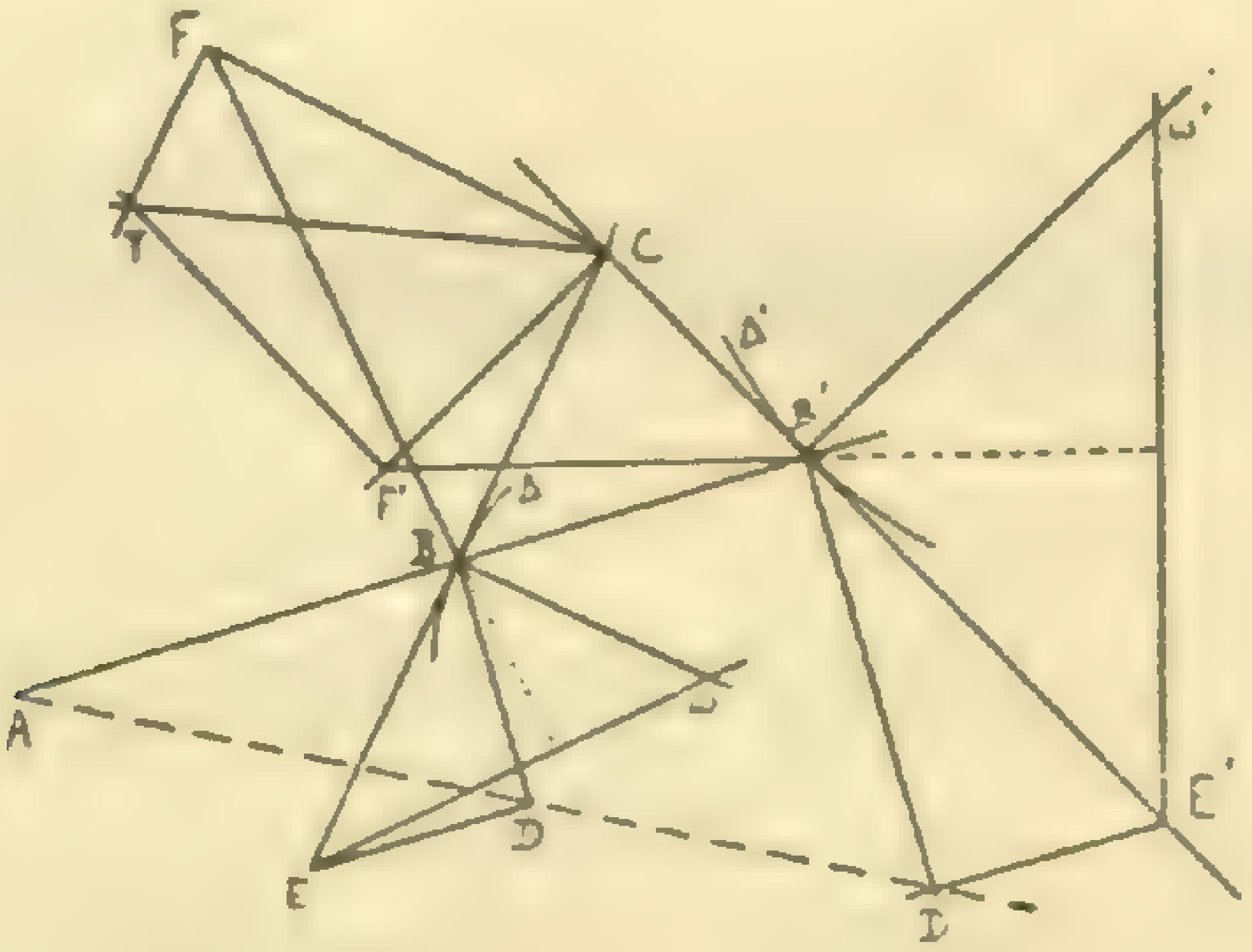
Il resterait encore à déterminer le rayon du cercle V, connaissant le centre ω et l'angle δ.

II. J'ai proposé dans l'Educational Times plusieurs questions où il s'agit de trouver la tangente à certaines courbes. Comme elles sont restées sans réponse, j'ai pensé que l'application de la cinématique à de tels problèmes est peu répandue et que ma solution de l'une de ces questions peut offrir quelque intérêt.

Problème. — *Par un point fixe* A *on mène une sécante quelconque qui rencontre deux courbes données* Δ *et* Δ′ *respectivement en* B *et* B′. *Les tangentes en ces points se rencontrent en un point* C. *Construire la tangente à la trajectoire du point* C.

Les vitesses des points B, B′ sur les courbes Δ, Δ′ peuvent être décomposées, chacune, en une vitesse de glissement sur la sécante et une vitesse de circulation autour de A. Soient BD, B′D′ leurs composantes normales à ABB′ ; elles sont proportionnelles aux distances AB, AB′. Si les parallèles à AB par les points D, D′ coupent les tangentes BC, B′C respectivement en E, E′, les segments BE, BE′ représentent les vitesses des points B, B′ sur Δ, Δ′.

Soient ω, ω' les centres de courbure des courbes Δ, Δ' en B, B'. Le rayon de courbure ωB et la tangente BC ayant la même vitesse angulaire (de circulation autour de ω et B), construisons le triangle BCF semblable à ωBE ; alors CF représente la vitesse empruntée par C au roulement de BE sur Δ. On peut remarquer que BF est perpendiculaire à ωE. Une construction analogue détermine la vitesse CF' que le point C emprunte au roulement de B'E' sur Δ'.



Connaissant les composantes CF, CF' de la vitesse de C normales aux droites BC, B'C, les perpendiculaires élevées en F sur CF et en F' sur CF' se coupent en un point T de la vitesse de C sur sa trajectoire ; dont CT est la tangente cherchée.

III. L'équation du cercle de Brocard, en coordonnées barycentriques, est $\Sigma b^2c^2x^2 - \Sigma a^4yz = 0$; si l'on remplace a^2, b^2, c^2 par a', b', c', elle prend la forme remarquable

$$U \equiv b'c'x^2 + c'a'y^2 + a'b'z^2 - a'^2yz - b'^2zx - c'^2xy = 0.$$

Elle établit une *liaison involutive* entre les points (a', b', c') et (x, y, z). Si l'un de ces points est fixe, l'autre décrit une conique passant par le point fixe.

Prenons pour le point (a', b', c') le point K de Lemoine du triangle de référence ABC. L'équation $U = 0$ représente alors le cercle de Brocard, dont nous connaissons douze points remarquables, à savoir :

Les points cycliques J et J', définis par le système d'équations

$$V \equiv a'yz + b'zx + c'xy = 0, \lambda \equiv x + y + z = 0 ;$$

le point $K(a', b', c')$;

les points de Brocard, $\Omega\left(\frac{1}{b'}, \frac{1}{c'}, \frac{1}{a'}\right)$ et $\Omega^1\left(\frac{1}{c'}, \frac{1}{a'}, \frac{1}{b'}\right)$;
le centre O du cercle ABC, de coordonnées

$$a'(b' + c' - a'),\ b'(c' + a' - b'),\ c(a' + b' - c')\ ;$$

les sommets A_1, B_1, C_1 du premier triangle de Brocard, et les sommets A_2, B_2, C_2 du second triangle de Brocard, qui ont respectivement pour coordonnées

$$(a', c', b'),\quad (c', b', a'),\quad (b', a', c'),$$
$$(b' + c' - a', b', c'),\quad (a', c' + a' - b', c'),\quad (a', b', a' + b' - c').$$

Si le point (a', b', c') est quelconque, les lignes précédentes nous donnent douze solutions de l'équation $U = 0$, et par suite font connaître douze points de la conique correspondante. Mais pour une généralisation du cercle de Brocard le lecteur peut consulter des articles de Lemoine (NOUVELLES ANNALES, 1885, pp. 201-223) et de Caspary (NOUVELLES ANNALES, 1900, pp. 75-77). Je me contenterai ici de quelques remarques sur le système des coniques U lorsque le point (a', b', c') se déplace.

Les coniques U et V ayant les mêmes points à l'infini sont semblables. Pour connaître leur genre, remplaçons, dans l'équation $V = 0$, z par $-(x + y)$, ce qui donne :

$$(1)\qquad b'x^2 + a'y^2 + (a_2 + b' - c')\,xy = 0.$$

L'équation (1) représente deux droites confondues si

$$(2)\qquad a'^2 + b'^2 + c'^2 - 2\,b'c' - 2\,c'a' - 2\,a'b' = 0\ ;$$

le point (a', b', c') est alors situé sur l'ellipse Σ qui touche les côtés du triangle de référence en leurs milieux, et la conique correspondante est une parabole.

Suivant que le premier membre de l'équation (2) est positif ou négatif, le point (a', b', c') est extérieur ou intérieur à l'ellipse Σ, et la conique U est une hyperbole ou une ellipse.

On obtient une hyperbole équilatère si l'équation (1) représente deux droites rectangulaires. Or la condition de perpendicularité de deux droites de cordonnées (u, v, w), (u', v', w') est :

$$(3)\qquad \Sigma\, uu' \sin^2 A - \Sigma\,(uv' + u'v) \sin A \sin B \cos C = 0\ ;$$

si l'on identifie l'équation (1) avec $(ux + vy)(u'x + v'y) = 0$ et qu'on applique ensuite l'égalité (3), on trouve :

$$b' \sin^2 A + a' \sin^2 B - (a' + b' - c') \sin A \sin B \cos C = 0,$$

ou plus simplement :

$$a' \cot A + b' \cot B + c' \cot C = 0.$$

Donc le point (a', b', c') doit appartenir à la polaire trilinéaire de l'orthocentre du triangle ABC.

Le discriminant de la fonction U est, à un facteur numérique près, égal à

$$(4) \qquad a'b'c'(a' + b' + c')(\Sigma a'^2 - \Sigma b'c').$$

On voit d'abord que la conique U dégénère lorsque le point (a', b', c') est situé sur l'un des côtés du triangle de référence.

L'hypothèse $a' + b' + c' = 0$ donne :

$$\begin{aligned} U &\equiv b'c'x^2 + c'a'y^2 + a'b'z^2 \\ &\quad + a'(b' + c')yz + b'(c' + a')zx + (c' + b')xy \\ &\equiv (x + y + z)(b'c'x + c'a'y + a'b'z). \end{aligned}$$

Ainsi, lorsque le point (a', b', c') est à l'infini, la conique U se décompose en la droite de l'infini et une droite qui a pour équation

$$\frac{x}{a'} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{c'} = 0.$$

Enfin l'hypothèse $\Sigma a'^2 - \Sigma b'c' = 0$ admet la seule solution réelle $a' = b' = c'$ et ramène l'équation $U = 0$ à $\Sigma x^2 - \Sigma yz = 0$, de sorte que la conique U a un seul point réel, qui est le centre de gravité du triangle ABC.

Nous espérons donner dans une communication ultérieure une dualisation du cercle de Brocard.

Jeudi, 15 avril. — M. Merten présente le rapport suivant sur un travail, envoyé par M. E. Wasteels, *sur une identité cubique relative à deux homographies vectorielles.*

La note présentée par M. Wasteels fait connaître une généralisation très étendue de l'identité cubique en φ rencontrée dans la théorie de l'homographie vectorielle.

L'identité de M. Wasteels utilise deux homographies vectorielles $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$. L'ampleur de la généralisation est évidente, car l'identité nouvelle se ramène à l'identité connue en posant $\overline{\psi} = 1$, et la seule restriction relative à l'homographie $\overline{\psi}$ est la condition que $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$ soient commutatives, de sorte que

$$\overline{\varphi}\,\overline{\psi} = \overline{\psi}\,\overline{\varphi}.$$

L'auteur signale, dans une remarque, que cette condition est vérifiée notamment dans le cas où il existe un même système de trois directions unies non coplanaires.

Dans une seconde remarque il expose une démonstration que M. Burali-Forti a trouvée après connaissance du 1^{er} résultat découvert par M. Wasteels, et relatif au cas envisagé dans la première remarque. La démonstration de M. Burali-Forti ne nécessite pas, comme la démonstration de M. Wasteels, le recours à l'identité classique entre quatre vecteurs, mais elle n'est applicable que si les homographies $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$ remplissent la condition de commutativité, *et en plus sont inversibles,* c'est-à-dire si les homographies inverses $\overline{\varphi}^{-1}$ et $\overline{\psi}^{-1}$ existent.

Il est à remarquer que la condition supplémentaire de M. Burali-Forti peut ne pas être réalisée alors que $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$ admettraient un même système de trois directions unies non coplanaires ; d'autre part, elle peut être réalisée alors que cette dernière condition ne le serait pas ; mais *tous ces cas sont compris dans la théorie de M. Wasteels.*

Le travail en question est une contribution originale très élégante à l'exploration du domaine si important de l'homographie vectorielle, et nous concluons sans hésitation à son impression.

La Section adopte cette proposition. Voici le texte de la note :

Considérons deux homographies vectorielles $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$ jouissant de la propriété commutative, de sorte que

$$\overline{\varphi}\,\overline{\psi} = \overline{\psi}\,\overline{\varphi},$$

et posons :

$$\overline{\varphi}(\overline{r}) = \overline{a}_x x + \overline{a}_y y + \overline{a}_z z,$$
$$\overline{\psi}(\overline{r}) = \overline{b}_x x + \overline{b}_y y + \overline{b}_z z,$$

$\overline{r}$ étant un vecteur variable, de projections coordonnées x, y, z, et $\overline{a}_x$, $\overline{a}_y$, $\overline{a}_z$, $\overline{b}_x$, $\overline{b}_y$, $\overline{b}_z$, des vecteurs constants.

Nous nous proposons de démontrer l'identité

$$n_3\bar{\varphi}^3 - n_2\bar{\varphi}^2\bar{\psi} + n_1\bar{\varphi}\bar{\psi}^2 - n\bar{\psi}^3 = 0,$$

les coefficients qui figurent au premier membre ayant pour valeurs

$$\begin{aligned} n_3 &= \bar{b}_x \wedge \bar{b}_y \vee \bar{b}_z, \\ n_2 &= \bar{a}_x \wedge \bar{b}_y \vee \bar{b}_z + \bar{a}_y \wedge \bar{b}_z \vee \bar{b}_x + \bar{a}_z \wedge \bar{b}_x \vee \bar{b}_y, \\ n_1 &= \bar{b}_x \wedge \bar{a}_y \vee \bar{a}_z + \bar{b}_y \wedge \bar{a}_z \vee \bar{a}_x + \bar{b}_z \wedge \bar{a}_x \vee \bar{a}_y, \\ n &= \bar{a}_x \wedge \bar{a}_y \vee \bar{a}_z. \end{aligned}$$ *

Nous partirons de l'identité connue qui lie entre eux quatre vecteurs quelconques.

Introduisons deux coefficients arbitraires g et g', et posons :

$$\bar{\alpha}_x = g\bar{b}_x - g'\bar{a}_x, \quad \bar{\alpha}_y = g\bar{b}_y - g'\bar{a}_y, \quad \bar{\alpha}_z = g\bar{b}_z - g'\bar{a}_z.$$

Nous appliquerons l'identité en question aux quatre vecteurs $\bar{\alpha}_x$, $\bar{\alpha}_y$, $\bar{\alpha}_z$ et $\bar{r}$; nous aurons :

$$(\bar{\alpha}_x \wedge \bar{\alpha}_y \vee \bar{\alpha}_z)\bar{r} = (\bar{\alpha}_y \wedge \bar{\alpha}_z \vee \bar{r})\bar{\alpha}_x - (\bar{\alpha}_z \wedge \bar{r} \vee \bar{\alpha}_x)\bar{\alpha}_y + (\bar{r} \wedge \bar{\alpha}_x \vee \bar{\alpha}_y)\bar{\alpha}_z.$$

Cette identité peut s'écrire :

$$(n_3g^3 - n_2g^2g' + n_1gg'^2 - ng'^3)\bar{r} = \left\{ \begin{aligned} &(\lambda g^2 + \mu gg' + \nu g'^2)(g\bar{b}_x - g'\bar{a}_x) \\ -&(\lambda' g^2 + \mu' gg' + \nu' g'^2)(g\bar{b}_y - g'\bar{a}_y) \\ +&(\lambda'' g^2 + \mu'' gg' + \nu'' g'^2)(g\bar{b}_z - g'\bar{a}_z). \end{aligned} \right.$$

La relation obtenue constitue une identité en g et g'. Il est aisé de voir que l'identité subsiste si l'on remplace g par $\bar{\varphi}$ et g' par $\bar{\psi}$. En effet, il résulte de notre hypothèse relative à $\bar{\varphi}\,\bar{\psi}$ que, dans une expression de la forme $\bar{\varphi}\,\bar{\psi}\,\bar{\psi}\,\bar{\varphi}\,\bar{\psi}\,\bar{\varphi}\ldots$, on peut prendre les facteurs symboliques dans tel ordre qu'on veut. On peut conclure de là que les calculs à faire sur le second membre, en vue de vérifier l'identité en $\bar{\varphi}$ et $\bar{\psi}$, sont les mêmes que pour l'identité en g et g'. L'identité en $\bar{\varphi}$ et $\bar{\psi}$ est ainsi établie. Or, on reconnaît

---

* Nous désignons par la notation $\bar{u} \wedge \bar{v}$ le produit intérieur ou *scalaire* des vecteurs $\bar{u}$ et $\bar{v}$; $\bar{u} \vee \bar{v}$ représente le produit extérieur ou *vectoriel* de $\bar{u}$ par $\bar{v}$. Le signe ordinaire de la multiplication × est réservé au produit *complet*, que nous représentons donc par $\bar{u} \times \bar{v}$.

immédiatement que le second membre de cette identité se réduit à zéro ; car on a, en désignant par $\overline{u}_x$, $\overline{u}_y$, $\overline{u}_z$, les vecteurs unitaires dirigés suivant les axes coordonnés,

$$\begin{aligned} \overline{a}_x &= \overline{\varphi}(\overline{u}_x), & \overline{a}_y &= \overline{\varphi}(\overline{u}_y), & \overline{a}_z &= \overline{\varphi}(\overline{u}_z), \\ \overline{b}_x &= \overline{\psi}(\overline{u}_x), & \overline{b}_y &= \overline{\psi}(\overline{u}_y), & \overline{b}_z &= \overline{\psi}(\overline{u}_z), \end{aligned}$$

et, par suite,

$$\begin{aligned} &\overline{\varphi}(\overline{b}_x) - \overline{\psi}(\overline{a}_x), = \overline{\varphi}\,\overline{\psi}(\overline{u}_x) - \overline{\psi}\,\overline{\varphi}(\overline{u}_x) = 0, \\ &\overline{\varphi}(\overline{b}_y) - \overline{\psi}(\overline{a}_y), = \overline{\varphi}\,\overline{\psi}(\overline{u}_y) - \overline{\psi}\,\overline{\varphi}(\overline{u}_y) = 0, \\ \text{et}\qquad &\overline{\varphi}(\overline{b}_z) - \overline{\psi}(\overline{a}_z), = \overline{\varphi}\,\overline{\psi}(\overline{u}_z) - \overline{\psi}\,\overline{\varphi}(\overline{u}_z) = 0. \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$(n_3\overline{\varphi}^3 - n_2\overline{\varphi}^2\overline{\psi} + n_1\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^2 - n\overline{\psi}^3)(\overline{r}) = 0\,; \quad \text{c. q. f. d.}$$

Cette identité constitue une généralisation de l'identité cubique connue

$$m_3\overline{\varphi}^3 - m_2\overline{\varphi}^2 + m_1\overline{\varphi} - m = 0,$$

qui se déduit de la précédente en y faisant $\overline{\psi} = 1$; dans ce cas,

$$\overline{b}_x = \overline{u}_x, \qquad \overline{b}_y = \overline{u}_y, \qquad \overline{b}_z = \overline{u}_z\,;$$

de sorte que

$$\begin{aligned} m_3 &= \overline{u}_x \wedge \overline{u}_y \vee \overline{u}_z \\ m_2 &= \overline{a}_x \wedge \overline{u}_y \vee \overline{u}_z + \overline{a}_y \wedge \overline{u}_z \vee \overline{u}_x + \overline{a}_z \wedge \overline{u}_x \vee \overline{u}_y, \\ m_1 &= \overline{u}_x \wedge \overline{a}_y \vee \overline{a}_z + \overline{u}_y \wedge \overline{a}_z \vee \overline{a}_x + \overline{u}_z \wedge \overline{a}_x \vee \overline{a}_y, \\ m &= \overline{a}_x \wedge \overline{a}_y \vee \overline{a}_z\,. \end{aligned}$$

Remarques. I. La condition $\overline{\varphi}\,\overline{\psi} = \overline{\psi}\,\overline{\varphi}$ est vérifiée, en particulier, toutes les fois que les homographies vectorielles $\overline{\varphi}$ et $\overline{\psi}$ admettent un même système de trois directions unies non coplanaires, réelles ou imaginaires.

II. M. *C. Burali-Forti*, professeur à Turin, m'a fait observer que l'identité en question se déduit sans peine de l'identité cubique connue, pourvu que les deux homographies considérées jouissent de la propriété commutative et admettent les homographies inverses $\overline{\varphi}^{-1}$ et $\overline{\psi}^{-1}$.

En effet, puisque

$$\overline{\psi}\,\overline{\varphi} = \overline{\varphi}\,\overline{\psi},$$

on peut écrire :

$$\overline{\varphi} = \overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi},$$

et, par suite,

$$\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1} = \overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}.$$

On aura donc :

$$(\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1})^2 = \overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1} = \overline{\varphi}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\psi}^{-1} = \overline{\varphi}^{2}\,\overline{\psi}^{-2},$$

et

$$(\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1})^3 = \overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1} = \overline{\varphi}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\psi}^{-1}$$
$$= \overline{\varphi}\,\overline{\varphi}\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\psi}^{-1}\,\overline{\psi}^{-1} = \overline{\varphi}^{3}\,\overline{\psi}^{-3}.$$

Dès lors, en appliquant l'identité connue à l'homographie vectorielle $\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1}$, on obtient :

$$(p_3\,\overline{\varphi}^3\,\overline{\psi}^{-3} - p_2\,\overline{\varphi}^2\,\overline{\psi}^{-2} + p_1\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1} - p) = 0.$$

On en déduit :

$$(p_3\,\overline{\varphi}^3\,\overline{\psi}^{-3} - p_2\,\overline{\varphi}^2\,\overline{\psi}^{-2} + p_1\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^{-1} - p)\,[\overline{\psi}^3\,(\overline{r})] = 0,$$

ou

$$(p_3\,\overline{\varphi}^3 - p_2\,\overline{\varphi}^2\,\overline{\psi} + p_1\,\overline{\varphi}\,\overline{\psi}^2 - p\,\overline{\psi}^3)\,(\overline{r}) = 0.$$

M. Janne fait la communication suivante sur *une nouvelle démonstration de la loi de Biot et Savart de l'Électromagnétisme.*

Soient : L un circuit fermé, traversé par un courant électrique de conduction, constant en intensité et en sens de circulation ($i = \mathrm{c}^{\mathrm{te}}$) ; $d\mathbf{s}_N$ un élément linéaire *orienté*, au point N de L ; P un point géométrique de l'espace à trois dimensions *extérieur à* L ; $\mathbf{r}$ le vecteur P — N, de module r et de vecteur unitaire $\mathbf{r}^\circ$. L'intensité $\mathcal{H}_P$ du champ magnétique, — créé par le courant électrique constant i au point P du milieu, homogène et isotrope au point de vue magnétique, qui entoure L, — est fournie par l'expression suivante :

$$\mathcal{H}_P = \frac{i}{\lambda}\int_L \frac{1}{r^2}\,(d\mathbf{s}_N \wedge \mathbf{r}^\circ),$$

qui traduit la loi bien connue en Électromagnétisme sous le nom de *loi de Biot et Savart.* Dans cette expression le produit vectoriel doit être construit suivant la convention *dextrorsum ;* λ désigne une constante scalaire, indépendante de la perméabilité μ du milieu homogène et isotrope (paramagnétique ou diamagnétique), dont la valeur est fixée par le choix simultané des unités des grandeurs électrique et magnétique ; $\mathcal{H}_P$ est un *vecteur axial* ou, mieux, un *bivecteur.*

On peut faire abstraction des origines expérimentales de cette loi et chercher à la déduire par un raisonnement rigoureux d'autres lois expérimentales. Par exemple, la loi fondamentale de Faraday, relative à l'induction électromagnétique, montre que l'induction magnétique $\mathcal{B}$ est partout sans divergence ; le champ de $\mathcal{B}$ est donc laplacien et même solénoïdal dans le cas envisagé ; $\mathcal{B}$ dérive alors d'un potentiel vecteur $\mathcal{A}$, dont l'expression s'obtient par une intégration vectorielle étendue à sa ligne de tourbillon, qui est ici le circuit L. D'ailleurs la loi fondamentale de l'Électromagnétisme s'écrit, pour la « circulation » de $\mathcal{H}$ le long d'une courbe L′ enlaçant une fois la ligne de tourbillon L,

$$\int_{L'} \mathcal{H} \times d\mathbf{s}' = \frac{4\pi}{\lambda}\, i\,;$$

et il existe entre $\mathcal{H}$ et $\mathcal{B}$ la relation linéaire simple

$$\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}.$$

Nous déduisons immédiatement de ces lois :

$$\mathcal{B}_P = \mathrm{rot}_P\, \mathcal{A}_P,$$

avec

$$\mathcal{A}_P = \mu \frac{i}{\lambda} \int_L \frac{1}{r}\, d\mathbf{s}_N, \text{ où } \mathbf{r} = P - N,$$

puis

$$\mathcal{H}_P = \frac{i}{\lambda}\, \mathrm{rot}_P \int_L \frac{1}{r} \cdot d\mathbf{s}_N = \frac{i}{\lambda} \int_L \frac{1}{r^2} (d\mathbf{s}_N \wedge \mathbf{r}^\circ).$$

C'est la méthode la plus simple et la plus élégante ; toutefois elle suppose connues les propriétés des champs laplaciens et de leur potentiel vecteur.

On emploie parfois la méthode suivante. On commence par montrer l'identité des expressions de deux potentiels scalaires, savoir : 1°) le potentiel scalaire d'une double couche magnétique S, de puissance uniforme π, en un point extérieur P ; 2°) le potentiel scalaire u_P au point P du champ magnétique créé par un circuit électrique, dont la forme est celle de la couche marginale L de la double couche S, dont l'intensité i, constante en grandeur et signe, est égale au produit de $\frac{\lambda}{\mu}$ par la puissance π, enfin dont le sens de circulation est associé à la direction positive de la normale unitaire $\mathbf{n}^\circ$ à la double couche (dirigée des masses magnétiques australes vers les boréales), au point M de S, suivant la convention dextrorsum. [On doit toutefois empêcher la *multiformité* de u_P au moyen d'une coupure-diaphragme s'appuyant sur L]. Ceci n'est autre chose que l'identité bien connue des expressions des potentiels scalaires d'une double couche newtonienne et d'une ligne de tourbillon.

On déduit ensuite l'expression (1) de la loi de Biot et Savart de la valeur

$$u_P = \frac{i}{\lambda} \cdot \int_S \mathbf{n}^\circ \times \mathrm{grad}_M \frac{1}{r} \cdot d\omega_M, \qquad (2)$$

où $\mathbf{r} = P - M$ et $d\omega_M$ est l'élément superficiel de S en M. Dans cette déduction on utilise généralement la notion d'*angle solide* pour repérer la position de P vis-à-vis de la courbe marginale L. Mais, quelque intuitive que soit cette notion, son introduction nécessite des discussions assez délicates sur les signes à donner. Aussi avons-nous recherché une démonstration simple, faisant appel, il est vrai, à des notions peu répandues d'analyse vectorielle, mais évitant de pareilles discussions ; la voici résumée.

Un corollaire du théorème de Stokes, très simple à établir (¹), nous donne :

$$\int_L d\mathbf{s}_N \wedge \mathbf{v} = - \int_S \mathrm{CK} \frac{d\mathbf{v}}{dM} \mathbf{n}^\circ \, . \, d\omega_M, \qquad (3)$$

(¹) Voyez, par exemple, C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Analyse vectorielle générale*, Pavie, Mattei, t. I, 1912, ch. III, n° 60, p. 117, form. [2].

où $\mathbf{v}$ désigne une fonction vectorielle du point M de S, et les symboles C, K représentent les opérateurs respectifs et superposés (entre homographies vectorielles et homographies vectorielles) dénommés « cyclique » et « conjuguée » de l'homographie vectorielle fondamentale $\frac{d\mathbf{v}}{dM}$.

En appliquant ce corollaire au vecteur

$$\left\{ \mathbf{v} = \operatorname{grad}_M \frac{1}{r} = \frac{1}{r^2} \cdot \mathbf{r}^\circ, \right.$$

avec $\mathbf{r} = P - M$ (et en particulier $\mathbf{r} = P - N$, lorsque M est sur L), nous obtenons immédiatement :

$$\mathrm{CK}\frac{d\mathbf{v}}{dM}\mathbf{n}^\circ = -\frac{d \operatorname{grad}_M \frac{1}{r}}{dM}\mathbf{n}^\circ,$$

car $\operatorname{div}_M \operatorname{grad}_M \frac{1}{r} = 0$ en tout point M de S, tant que P reste extérieur à S (¹), puis

$$\int_L \frac{1}{r^2}(d\mathbf{s}_N \wedge \mathbf{r}^\circ) = \int_S \frac{d \operatorname{grad}_M \frac{1}{r}}{dM}\mathbf{n}^\circ \, . \, d\omega_M. \qquad (4)$$

Maintenant, au point P extérieur à L, le champ magnétique $\mathcal{H}_P$ dérive du potentiel scalaire (2). Comme

$$\operatorname{grad}_P \left(\mathbf{n}^\circ \times \operatorname{grad}_M \frac{1}{r}\right) = -\frac{d \operatorname{grad}_M \frac{1}{r}}{dM}\mathbf{n}^\circ,$$

nous obtenons immédiatement, en nous souvenant de (4),

$$\mathcal{H}_P = -\operatorname{grad}_P u_P = \frac{i}{\lambda}\int_S \frac{d \operatorname{grad}_M \frac{1}{r}}{dM}\mathbf{n}^\circ \, . \, d\omega_M = \frac{i}{\lambda}\int_L \frac{1}{r^2}(d\mathbf{s}_N \wedge \mathbf{r}^\circ),$$

ce qui est bien la loi (1) à établir.

(¹) Il suffit que P ne se trouve pas sur L ; car s'il coïncidait avec un point M du diaphragme quelconque S, extérieur à L, il y aurait toujours moyen d'éviter cette coïncidence en changeant la forme de S.

M. Lecat fait connaître le contenu d'un mémoire *sur les déterminants d'éléments x et 1*.

Cette communication sera insérée dans les ANNALES.

Une autre, du même auteur, *sur la psychologie du mathématicien,* est remise à la session suivante, de même qu'une note de M. Goedseels, *sur le terme, dit de correction, dans l'emploi des instruments de mesure et en particulier des chronomètres.*

Deuxième Section

Mercredi 14 avril 1920. — La Section élit par acclamation son nouveau bureau :

Président : M. G. LEMOINE.
Vice-Présidents : M. E. BRANLY et le R. P. V. SCHAFFERS, S. J.
Secrétaire : le R. P. D. LUCAS, S. J.

La question de concours proposée par la Section en 1914, est prorogée jusqu'à la session de Pâques 1921 : *On demande des recherches originales sur les diélectriques solides ou liquides.*

M. A. Witz et le R. P. Lucas font rapport sur le mémoire de M. le Colonel E. Ariès : *Thermodynamique. Propriétés générales des fluides.* Ils ont volontiers conclu à l'impression de ces notes originales. Leur approbation a permis, conformément à une décision du Conseil motivée par l'omission de la session de janvier, de publier aussitôt le mémoire dans nos ANNALES, au troisième fascicule de cette année.

Après avoir entendu les rapports du R. P. de Greeff, S. J. et de M. P. Bruylants sur la note suivante de M. Lecat, la Section en décide l'impression.

Sur la fixation de mercaptans à des hydrocarbures mono- ou dioléfiniques, par M. M. Lecat.

Th. Posner (¹) a constaté, le premier, qu'en général *les mercaptans se fixent aux oléfines pour donner des sulfures.* Cette propriété, que nous avons retrouvée incidemment (²) sans avoir eu connaissance des résultats antérieurs, fournit une importante méthode de préparation de sulfures. Elle nous semble d'application pratique, surtout dans le cas des thiophénols.

Nous avons remarqué que si l'action est peut-être moins aisée que pour les phénols, elle est certainement bien plus facile que pour les alcools.

Suivant Posner, la fixation ne se ferait en général que sous l'influence catalytique d'acides et ce ne serait qu'exceptionnellement (cas du phénylbutadiène, du styrolène et du cyclopentadiène) que l'acide serait superflu ; parfois aussi (notamment pour l'hexylène et le diallyle) il serait nuisible. Le meilleur acide à employer (en général) serait l'acide acétique en solution sulfurique.

Nous ne sommes pas d'accord avec le chimiste allemand. Car, contrairement à ce qui a lieu pour les phénols et pour les alcools, *nous n'avons constaté aucun cas où l'acide serait réellement indispensable comme catalyseur* (³). Il arrive, il est vrai, qu'un acide, notamment les acides camphre- ou toluène-sulfoniques, soit utile (notamment pour des terpènes), mais l'accélération résultant de son intervention, lorsqu'elle est sensible, n'est jamais bien grande.

Pour certains hydrocarbures (styrolène, cyclohexène, cyclohexadiènes 1.3 et 1.4) nous avons observé que l'acide ne modifie pas sensiblement la vitesse de la réaction.

Aux cas signalés par Posner où l'acide entrave l'opération, il

---

(¹) Berichte d. chem. Ges., t. XXXVIII (1905), pp. 646-657.

(²) C'est au cours de nos recherches sur la distillation des mélanges d'hydrocarbures et de mercaptans, que nous constatâmes la réactivité de ces systèmes quand l'hydrocarbure est oléfinique. Et ce n'est qu'après avoir obtenu une grande partie de nos résultats, que le travail de Posner vint à notre connaissance. Nous espérons revenir un jour sur la question, qui est étendue et délicate.

(³) Il se pourrait toutefois que Posner eût raison dans des cas que nous n'avons pas vérifiés.

faut ajouter, suivant nous, ceux de l'isopropyléthylène, du triméthyléthylène (¹), de l'isoprène et du diméthylallène αα.

Quant au mélange acide employé par le chimiste allemand, il a presque toujours le grand inconvénient d'altérer les hydrocarbures non saturés, qu'il polymérise le plus souvent dans une mesure considérable.

Les produits d'addition (sulfures) (²) sont, comme les mercaptans, très oxydables. Posner n'a pas cherché à les obtenir à l'état de pureté. Il les étudie sous la forme de sulfones, résultant de l'intervention de deux atomes d'oxygène. Nous n'avons pas réalisé cette oxydation.

Comme sulfhydrates, Posner a pris l'éthylmercaptan, le thiophénol et le benzylmercaptan. C'est sur les mêmes substances que nous avons travaillé, mais nous avons fait, en outre, quelques opérations avec les mercaptans propylique et isobutylique. Quant aux hydrocarbures, nous en avons choisi d'autres que ceux du chimiste allemand, sauf dans quelques cas.

Posner ne chauffe pas les mixtures qu'il traite et il abandonne les réactions à elles-mêmes, pendant des semaines, voire même pendant des mois s'il y a lieu. Quant à nous, nous commençons toujours par examiner si la réaction marche à froid, plus ou moins rapidement, puis, s'il y a nécessité pour obtenir un résultat en moins d'un jour, nous chauffons jusqu'à ébullition, soit sous la pression ordinaire, soit en tube scellé (comme nous avons fait dans notre étude de la fixation d'alcools sur des hydrocarbures oléfiniques). En vase ouvert, comme il y aurait lieu de craindre une vive oxydation, tant des mercaptans que des sulfures, nous évitons le contact de l'air, grâce à un très lent courant de gaz inerte, le plus souvent d'hydrogène, quelquefois de CO^2, provenant d'une bonbonne.

Ces généralités posées, passons à l'examen de quelques résultats.

(¹) C'est probablement la raison pour laquelle Posner n'a pas réussi à fixer le mercaptan ordinaire sur le triméthyléthylène en présence de son « catalyseur ».

(²) Les sulfures ont une odeur plus tenace que celle des mercaptans et, selon nous, beaucoup plus désagréable encore. Mais les sulfures ne seraient pas toxiques, tandis que les sulfhydrates (nous avons pu le constater maintes fois !) sont dangereux et produisent des troubles divers.

L'*éthylène* ne fixe pas de mercaptan et le *propylène* n'en fixe guère non plus, probablement, suivant Posner, parce que ces gaz sont peu solubles dans les milieux. Mais la symétrie de structure de ces substances doit y être pour quelque chose, car nous avons constaté, pour les mercaptans plus encore peut-être que pour les alcools, que cette symétrie est très défavorable à la fixation.

Le *stilbène* et le *diphénylbutadiène* montrent la même inertie que l'éthylène, dans les conditions les plus diverses, d'où Posner croit pouvoir conclure que, comme dans d'autres genres d'addition, le radical phényle serait défavorable à l'opération. Comme on le verra, avec un seul de ces radicaux la fixation est encore possible (cas du *styrolène* et du *phénylbutadiène*).

Mais, selon nous, ce qui rendrait la réaction difficile ou impossible, ce ne serait pas tant l'existence de deux phényles, en elle-même, que la symétrie qui en résulte pour la structure moléculaire. Nous avons constaté, en effet, que pour les mercaptans bien plus encore que pour les alcools, la symétrie de l'hydrocarbure non saturé est une circonstance très défavorable à la fixation.

Les mercaptans aromatiques sont plus actifs que les sulfhydrates aliphatiques. Ici une question importante se pose. On sait que la fixation des phénols sur les hydrocarbures non saturés donne lieu à des phénols alkylés dans le noyau et non à des éthers phénylalkyliques. La fixation des thiophénols aux oléfines va-t-elle se faire à la manière des phénols, c'est-à-dire, donc à un hydrogène du noyau, ou bien donnera-t-elle lieu à des sulfures, comme la fixation des mercaptans aliphatiques ? L'expérience prouve que c'est la seconde éventualité qui se réalise, ainsi que l'indique Posner.

S'inspirant de la règle de Markovnikov pour la fixation des hydracides (on sait que, suivant cette règle, l'halogène se fixe sur le carbone le moins hydrogéné), Posner démontre, mais indirectement à partir des sulfones, que RS se placerait sur le carbone le plus hydrogéné. Nous croyons que cette règle comporte des exceptions ; l'auteur ne la donne, du reste, qu'en faisant des réserves. Il est à remarquer, il est vrai, que les carbones quaternaires n'ont pas la même importance que dans le cas de la fixation d'alcools.

Suivant Posner, le *triméthyléthylène* refuserait, dans les circonstances les plus diverses, de s'additionner le mercaptan éthylique. Cela est complètement inexact. Car en faisant bouillir le mélange en proportions moléculaires et même en l'absence de tout catalyseur, on constate que la température monte rapidement et dépasse bientôt 140°. Au bout d'un quart d'heure d'ébullition, le rendement en produit d'addition atteint 40 °/₀. Il se forme un sulfure d'éthyle et d'amyle, substance non encore signalée (d'après le *Richter*). Elle bout à 150°. L'acide est nuisible à la réaction.

Avec le mercaptan propylique, la fixation est encore un peu plus aisée. Le sulfure de propyle et d'amyle bout vers 175°.

Mais Posner a réussi à fixer sur la même oléfine le thiophénol et le benzylmercaptan, pour lesquels on obtient un bon rendement, même avec l'amylène brut. Nous avons vérifié que la fixation du benzylmercaptan est très aisée. Il suffit d'une ébullition d'une heure environ, en tube scellé, à une température voisine de 100°, pour que l'action soit presque complète.

L'*isopropyléthylène* se comporte à peu près comme le triméthyléthylène, mais la réaction serait un peu plus lente.

Nous avons constaté nettement que le *cyclohexène* s'additionne les éléments du mercaptan isobutylique, par une ébullition prolongée ; mais on ne peut obtenir un bon rendement, car l'hydrocarbure se polymérise au cours de la fixation. Le benzylmercaptan agit plus aisément, pour donner le sulfure de benzyle et de cyclohexane.

Ainsi que Posner, nous avons observé que le *menthène* donne, avec le thiophénol, le sulfure de phényle et d'hexahydrocymène. En l'absence de catalyseur, même à froid, la réaction est encore sensible.

Posner fixe le benzylmercaptan au *pinène* et le thiophénol au *sabinène,* mais il ne réussit pas à faire cristalliser les produits obtenus. Nous avons fixé le benzylmercaptan aux deux *pinènes :* les produits sont sirupeux et semblent les mêmes dans les deux cas, mais cela exigerait confirmation. La variété β n'a pas donné de rendement (brut) aussi élevé que l'isomère α, probablement à cause de l'impureté plus grande du β que de l'α.

Suivant Posner, *si l'on a affaire à une dioléfine, on constate le plus souvent que les deux doubles soudures se contrarient mutuellement :* des 15 dioléfines qu'il traite, deux seulement, le *limonène* et le *cyclopentadiène*, s'additionnent deux molécules de mercaptan, pour donner des disulfures.

Nous avons constaté qu'il est à peu près impossible de fixer sans catalyseur deux molécules de mercaptan éthylique au *carvène;* avec l'acide camphre-sulfonique, l'action acquiert une vitesse sensible si l'on opère en tube scellé, vers 80°. Mais le rendement est mauvais, autant en mono- qu'en disulfure. Avec le mercaptan isobutylique, la fixation est plus aisée. Le benzylmercaptan se porte aussi sur le carvène, et même plus facilement : il suffit de quelques heures d'ébullition pour obtenir, avec un rendement satisfaisant, le disulfure. Ces produits sont solides et se décomposent à l'ébullition, même sous faible pression.

Suivant Posner, *pour les dioléfines le rendement en monosulfure serait moins bon que quand il n'y a qu'une seule double soudure.* C'est ce que nous avons vérifié dans plusieurs cas. Le fait est comparable à ce qui a lieu pour les alcools.

Il était intéressant de voir si les *cyclohexadiènes* se comporteraient comme le cyclopentadiène. Or, les dihydrobenzols 1-3 (E = 80°4) et 1-4 (E = 85°6) fixent assez aisément le mercaptan isobutylique. L'action, déjà sensible à température ordinaire, devient rapide à l'ébullition. Elle semble un peu moins aisée pour la variété symétrique. Avec l'isomère 1-3, par exemple, on obtient le sulfure de cyclohexène et d'isobutyle. Avec la chaîne pentagonale, il y a, on l'a vu, fixation de deux molécules de mercaptan ; avec la chaîne hexagonale, une telle addition ne semble pas très aisée. Comment se comporterait la chaîne heptagonale (cycloheptadiène) ?

Pour le *diallyle* et le *tétraméthylallène* la fixation serait à peu près impossible, suivant Posner. Nous croyons qu'en l'absence d'acide le diallyle fixe le benzylmercaptan, mais nous n'avons opéré que sur 1,3 gr. d'hydrocarbure et nous n'avons pu identifier le produit de la réaction. Il consiste probablement en monosulfure de benzyle et de butyléthylène normal, substance non encore signalée. Nous n'avons pas eu l'occasion d'opérer sur le tétraméthylallène. La paresse de ces deux dioléfines est due bien certainement à la symétrie de leur structure moléculaire ; à côté de cette circonstance, la position relative des doubles soudures et l'existence de carbones quaternaires semblent n'avoir qu'une influence négligeable. Il est probable que l'*allène,* le *divinyle,* le *diméthylbutadiène* βγ (diosopropényle) ne fixeront pas aisément, même une seule molécule de mercaptan, surtout de la série aliphatique.

Il est vrai que pour le *2-4 hexadiène*, qui est également symétrique, Posner réalise la fixation ; mais il n'obtient qu'un produit très impur, de même que pour l'*isoprène*. Cela n'est pas étonnant, car ces deux hydrocarbures se polymérisent très vite sous l'influence de l'acide extrêmement énergique que cet auteur ne craint pas d'employer. Nous avons constaté que l'isoprène fixe, assez rapidement déjà à température ordinaire, l'éthylmercaptan. Le monosulfure est fort prédominant ; il a 4 isomères possibles, comme pour le disulfure.

En l'absence de substance étrangère, le *diméthylallène* αα s'additionne de même une molécule des mercaptans éthylique ou propylique. A l'ébullition, en tube scellé, vers 100°, l'action est plus vive.

A l'ébullition en vase ouvert, le mercaptan isobutylique se porte sur le *terpinène* (E = 179-181,5). L'acide *p.* - toluène - sulfonique paraît accélérer la réaction, mais il ne permet pas d'obtenir une quantité appréciable de disulfure. Le monosulfure n'a pu cristalliser.

Nous avons fixé le benzylmercaptan au *terpinolène*. L'action est sensible à température ordinaire, plus rapide à l'ébullition, avec ou sans acide. Contrairement à ce qu'affirme Posner, nous croyons qu'il se forme un disulfure ; il est vrai que le monosulfure est fort prédominant : c'est le sulfure de benzyle et de dihydroterpinolène.

Il serait intéressant d'examiner la manière de se comporter d'un hydrocarbure triolétinique, par exemple le *myrsène*. Il est probable qu'à l'ébullition il y aurait addition aisée de deux molécules d'un thiophénol.

M. l'abbé J. Lemaire fait part de quelques réflexions *sur le mouvement local*. Le R. P. Schaffers et M. M. Alliaume en sont nommés rapporteurs.

M. E. Vanderlinden fait la communication suivante : *Sur les conditions météorologiques dans lesquelles le bruit du canon s'entendait le mieux à Uccle (Bruxelles) au cours de la guerre :*

Pendant toute la durée de la guerre, j'ai noté les journées où le bruit du canon venant de l'ouest (front de Flandre) s'entendait particulièrement bien. J'ai négligé les cas où la perception nécessitait une certaine attention. En outre, je n'ai pas tenu compte des derniers combats, très rapprochés, livrés vers l'époque de l'armistice. Les observations ont été faites à l'extérieur, le plus généralement dans le parc de l'Observatoire (plaine, 100 m. d'altitude).

Pour fixer les idées, voici les distances à vol d'oiseau d'Uccle à quelques points de repère : Nieuport 120, Ypres 105, Arras 125, Lassigny 170, Noyon 165, Soissons 175, Verdun 190 km. Comme il s'agissait, dans la majorité des cas, de grondements entendus d'entre W et SW, on peut admettre que la distance du centre sonore a varié le plus souvent entre 105 et 165 km. approximativement.

En mai 1916, j'ai pu entendre maintes fois, et sans difficulté, la canonnade de Verdun.

Les sondages aériens ayant été interrompus pendant la guerre, j'ai dû me borner à considérer, pour ces journées à fort grondement, les particularités constatées dans les couches inférieures de l'atmosphère. J'ai donc étudié les cas au point de vue température, humidité, pression barométrique, direction et vitesse du vent, vents supérieurs d'après la direction des nuages, distribution de la pression, nébulosité, phénomènes accidentels tels que précipitation, brouillard, etc.

J'ai relevé en tout 197 journées, dont 21 en 1914 (d'octobre à décembre), 58 en 1915, 48 en 1916, 31 en 1917 et 39 en 1918.

Leur répartition mensuelle est la suivante :

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
29	20	30	4	8	1	3	4	12	16	19	51

Mes observations établissent tout d'abord, que la grande majorité des journées à grondement intense (165 sur 197) se répartissent sur la partie froide de l'année (semestre octobre-mars). Le trimestre juin-août n'en a fourni que huit. A remarquer cependant, que les deux périodes de grand froid et relativement sèches, survenues pendant les quatre hivers de guerre (22 janvier — 16 février 1917 et 19 décembre 1917 — 9 janvier 1918) furent silencieuses. Elles n'ont présenté en tout que trois journées à fort grondement. Il est à retenir que ces journées avaient un degré hygrométrique élevé (84 à 100). Le 27 décembre 1917, il a aussi un peu neigé.

Les directions de vent à composante W prédominent largement. Cependant, on rencontre aussi pas mal de cas avec composante E, mais coïncidant avec un air humide (brouillard, bruine, neige). La prépondérance des directions à composante W ressort mieux dans les vents supérieurs.

Je ferai remarquer que la canonnade de Verdun fut entendue en mai 1916, par vent le plus généralement d'entre W et NW et vents supérieurs de même direction.

Le ciel était le plus généralement nuageux ou couvert, souvent brumeux, serein dans de rarissimes cas.

Une bonne moitié des journées (103) étaient marquées par des précipitations (pluie ou neige).

Degré hygrométrique toujours élevé (80 à 100).

La distribution de la pression donne lieu aux remarques suivantes :

27 journées avaient un anticyclone sur l'ouest de l'Europe et de basses pressions à l'est.

30 : un anticyclone sur l'Europe centrale, dépressions éloignées.

19 : fortes pressions sur le nord ou le nord-est de l'Europe, dépression dans le sud.

56 : fortes pressions sur le sud ou le sud-ouest, basses pressions dans le nord.

65 : fortes pressions sur l'est ou le sud-ouest, basses pressions à l'ouest.

Il est à remarquer que les inversions thermiques, auxquelles on attribue un rôle capital dans la réflexion du son, se présentent surtout par situation nettement anticyclonique.

Rien de spécial n'est à signaler en ce qui concerne la température et la hauteur barométrique.

Dans la plupart des cas, le vent était modéré (vitesse moyenne de 4 à 5 m. par seconde). La journée la plus venteuse (19 décembre 1914) a donné une vitesse moyenne de l'air de 13 m. (SSW à WSW) et la moins venteuse $0^{m}4$ (17 avril 1918, vent NW).

Dans quatre cas, en août et septembre 1918, le temps était orageux.

En somme, comme facteurs météorologiques de nature à favoriser la propagation du bruit de la canonnade, il y a à retenir, de par mes observations, une forte humidité de l'air, ainsi qu'une nébulosité intense. L'amplitude des variations subies par les autres éléments considérés, semble avoir été trop faible pour affecter visiblement le phénomène.

Je crois devoir rappeler à ce propos, que J. Tyndall (¹) avait déjà constaté que l'air chargé de brouillard est un milieu éminemment favorable à la propagation du son. Le même auteur a aussi insisté sur l'existence de nuages acoustiques invisibles, ayant la propriété de réfléchir et d'intercepter le son. Il s'agit peut-être de couches d'air à inversion thermique qui présentent la même propriété. Ajoutons que les inversions sont plus fréquentes l'hiver que l'été.

Le secrétaire présente une note envoyée par M. E. Charron, *la notion mathématique de l'indicatrice illustrée par les franges des lames minces*. MM. A. Witz et M. Alliaume en feront rapport à la Section.

Le R. P. Schaffers présente une *Note préliminaire sur le bouillant de Franklin et le principe de la paroi froide*. Deux petites boules creuses en verre sont réunies par un tube étroit deux fois coudé à angle droit. On remplit l'appareil au tiers environ d'alcool ou d'éther, on chasse l'air en faisant bouillir le liquide et on ferme au chalumeau. Après refroidissement, si on prend en main une des boules, le liquide se porte rapidement vers l'autre, et au moment où il achève de s'y réunir en totalité, on le voit soulevé de bouillonnements tumultueux comme dans l'ébullition.

Cette expérience présente plusieurs particularités intéressantes sur lesquelles je me propose de revenir dans la prochaine réunion. Je ne m'occuperai aujourd'hui que du principe même du fonctionnement. Il ne laisse pas que d'offrir une réelle difficulté. A quoi est dû l'accroissement de la pression dans la boule chauffée par la main ? Il semble qu'il n'y ait que trois réponses possibles : à l'air résiduel, à la vapeur considérée comme sèche, à la vapeur satu-

---

(¹) *On sound*, 6ᵉ édit., p. 357.

rante. Or, un calcul très simple montre que les deux premières causes sont insuffisantes, et la troisième semble en contradiction flagrante avec le principe de la paroi froide.

Disons d'abord, pour préciser les idées, que l'effet observé est extrêmement rapide. Le contact du bout du doigt ou la simple approche de la main provoquent instantanément le mouvement du liquide. Appliquée de manière à envelopper la boule, la main détermine une dénivellation qu'on peut voir, en inclinant l'appareil, monter facilement jusqu'à 14 cm. Les dimensions de mon tube ne me permettaient pas d'aller plus loin, mais rien n'indiquait que la limite fût atteinte.

Voyons maintenant ce que peut produire l'air. On pourrait se contenter de l'observation générale que l'expérience réussit d'autant mieux que l'air est évacué plus complètement ; mais il est aisé de déterminer approximativement la pression de l'air résiduel sur l'appareil lui-même. Faisons-le fonctionner un grand nombre de fois dans le même sens, en retirant la main après chaque ébullition pour permettre au liquide de revenir en arrière ; la presque totalité de l'air résiduel sera entraîné dans la boule non chauffée, et la différence des niveaux, une fois l'équilibre thermique rétabli, donnera l'excédent de pression dû à l'air. J'ai trouvé 0,5 cm comme moyenne à 16°, avec 0,62 cm comme maximum. C'est évidemment une évaluation par défaut. Prenons la valeur extrême observée. La loi de Gay-Lussac nous fait voir immédiatement qu'entre 16° et 36° la pression d'un gaz ne varie que des 0,07 de sa valeur initiale, donc, dans le cas présent, de 0,0434 cm d'alcool. L'effet de l'air résiduel, même comme appoint, peut évidemment être négligé.

Les vapeurs sèches suivent approximativement la loi des gaz. Ainsi, l'alcool éthylique ayant à 16° une pression de 59,2 cm, la verrait augmenter de 4,1 cm à 36°, l'alcool méthylique ajouterait 8,8 cm à la pression de 127,5 cm qu'il possède à 16°, enfin, l'éther donnerait entre 16° et 36° une augmentation de pression de 47,8 cm d'éther. Dans un bouillant de Franklin à l'alcool éthylique ou méthylique, il est donc totalement impossible d'obtenir par l'accroissement de la pression de vapeur sèche, la dénivellation de 14 cm que nous avons observée. Seule la vapeur d'éther peut la donner. Mais presque toujours c'est l'alcool qui est employé par les constructeurs.

En partant de températures initiales différentes, on arrive à peu près aux mêmes résultats. Ainsi, de 28° à 36°, les accroissements de pression respectifs seraient 3 cm, 6 cm, 28 cm. Vers 30° le fonctionnement s'arrête.

Mais est-il permis de considérer la vapeur comme sèche dans le bouillant de Franklin? Évidemment non, tant qu'il reste du liquide dans les deux boules, puisque la vapeur renfermée dans un très petit volume, s'y trouve au contact d'une surface liquide relativement très grande (au début le tiers environ de la surface de paroi totale, sans parler de l'humidité de cette paroi) et que tous les points renfermés dans le volume sont à très petite distance de cette surface. Mais il n'en va plus de même quand le niveau du liquide descend, de la boule chauffée, à l'intérieur du tube de communication. Dans ces conditions, la surface de contact est très réduite, et de plus, le mouvement de la vapeur se trouve bientôt assez gêné par l'étroitesse du tube pour que l'établissement des pressions de vapeur saturante soit considérablement ralenti. Il importe cependant de remarquer que ce stade est notablement retardé par la présence du liquide qui continue à mouiller les parois de la boule. On ne peut donc l'invoquer que vers la fin d'une expérience, ou plutôt, dans les dernières expériences d'une série ininterrompue. En effet, si on tient la main appliquée sans interruption sur la boule, on voit le liquide, après une première invasion dans l'autre boule, revenir en arrière, puis reprendre son mouvement en avant avec les caractères de l'ébullition, jusqu'à ce qu'enfin, après plusieurs spasmes de violence décroissante, la colonne s'arrête à une position d'équilibre. Ceci s'explique très bien en admettant que les parois se sèchent progressivement en fournissant la vapeur nécessaire pour rétablir la pression après chaque expulsion : et c'est justement quand toute l'humidité de la paroi est évaporée, c'est-à-dire quand la vapeur devient sèche, que la pression devient insuffisante pour refouler le liquide.

De cette analyse il résulte donc qu'il faut nécessairement faire appel à la tension de vapeur saturante. Là, et là seulement, nous trouvons une force suffisante pour rendre compte de la grandeur des effets observés. Ainsi la tension maximum (toujours exprimée au moyen du liquide correspondant) passe de 59,2 cm. pour 16°

à 185 cm. pour 35° dans l'alcool éthylique, de 127,5 cm. à 367,6 cm. dans l'alcool méthylique, et elle augmente bien plus encore dans l'éther. Seulement, il semble absolument impossible d'accepter ces augmentations de pression dans notre cas, parce que le principe de la paroi froide, tel qu'on l'entend habituellement, s'y oppose formellement. D'après ce principe, la vapeur saturante renfermée dans un récipient dont les parois présentent des points à des températures différentes, tendra toujours à prendre la tension maximum correspondant à la température de paroi la plus basse, et elle garde effectivement cette tension quand les mouvements de la vapeur ne sont pas gênés par la longueur et l'étroitesse du récipient ou le peu d'étendue relative de la paroi froide. C'est bien notre cas, et, dès lors, quand on approche la main de la boule, le principe de la paroi froide exige que la tension de vapeur demeure invariable à très peu de chose près, puisque la température du liquide, qui forme ici la paroi froide, n'est pas affectée. Or, on la voit croître instantanément et d'une façon très notable. Pour le moment, je ne vois qu'une issue : il y aurait *sursaturation*, les noyaux de condensation devant disparaître rapidement dans les appareils fermés. Je contrôlerai cette hypothèse sur un appareil qui permette de produire des ions dans la vapeur.

Résumons. Au début de l'expérience, quand le liquide est dans les deux boules, l'augmentation de pression de l'air résiduel est insuffisante pour produire la dénivellation de 1,5 cm. environ qu'il faudrait pour expulser le liquide de la boule chauffée, la vapeur ne peut pas être traitée comme sèche en présence du liquide largement étalé, et le principe de la paroi froide semble interdire de songer à un accroissement sensible de la tension de vapeur saturante.

Quand le liquide a quitté la boule chauffée, on peut, à la rigueur, traiter la vapeur comme sèche, du moins après un certain nombre d'opérations répétées. Mais l'accroissement de pression qu'elle subit reste insuffisant pour rendre compte des dénivellations considérables mesurées. Ce n'est que dans le cas de la vapeur saturante qu'on obtient des pressions suffisantes. Mais cette hypothèse se heurte toujours au principe de la paroi froide, sauf dans le cas particulier où le niveau du liquide a quitté la boule chauffée, tout en laissant ses parois mouillées.

La conclusion de notre examen me paraît être qu'il y a lieu de reprendre l'étude du principe de la paroi froide, qui n'a d'ailleurs pas encore reçu de forme bien précise. J'ai commencé quelques essais dans ce sens. Une revision de ce principe aurait une grande importance. C'est sur lui, en effet, que Regnault et d'autres ont basé leurs mesures des tensions de vapeur saturante de l'eau et de divers liquides dans le voisinage du point de congélation.

M. R. Goubau fait connaître *un nouveau dispositif d'analyse électrolytique rapide.*

Parmi les facteurs qui ont le plus contribué à empêcher les méthodes d'analyse électrolytique de jouir de la faveur que leur élégance et leur précision devaient leur mériter, les plus importants sont certes, d'une part la lenteur avec laquelle les précipitations s'achèvent, d'autre part, surtout, la cherté excessive de l'outillage qu'elles nécessitent. A première vue il semble que la rapidité d'une précipitation électrolytique puisse être augmentée au gré du chimiste par l'emploi de courants de plus grande intensité ; malheureusement l'obligation d'obtenir des dépôts adhérents et compacts oblige aussi de n'employer que des courants de faible intensité.

Cependant, grâce à l'emploi de dispositifs permettant de réaliser une agitation rapide des électrolytes, beaucoup d'auteurs, parmi lesquels il convient de signaler E. F. Smith et Gooch en Amérique, Sand en Angleterre, A. Fischer en Allemagne, sont arrivés à diminuer si considérablement la durée d'une électrolyse qu'on peut considérer, à l'heure actuelle, que le premier des facteurs dépréciant les méthodes électrolytiques a perdu beaucoup de son importance. Grâce à l'agitation rapide des électrolytes, des dépôts qui pour s'achever exigeaient plusieurs heures, sont complets en quelques minutes.

Le plus souvent l'agitation de l'électrolyte se fait à l'aide d'une des électrodes qui tourne au sein du liquide avec une vitesse parfois considérable — jusque 1200 tours à la minute. On conçoit que de telles électrodes doivent être très rigides et par conséquent relativement massives ; il en résulte une dépense considérable en platine. Si on considère qu'il faut en outre disposer de supports et de moteurs spéciaux, on voit que les appareils nécessaires pour réaliser ces électrolyses rapides sont, actuellement surtout, si onéreux que seuls les laboratoires spécialement favorisés au point de vue budgétaire, peuvent s'en payer le luxe.

On a cherché à réduire ces frais en évitant autant que possible l'emploi d'électrodes de platine — électrodes en or pour le dosage du mercure, en argent pour le dosage du chlore, en mercure pour le dosage de divers métaux, etc. — ou en réduisant le poids des électrodes à un minimum.

Le dispositif qui fait l'objet de la présente note permet d'achever très rapidement une analyse électrolytique. Il est extrêmement simple, la dépense en platine y est très réduite, le mouvement du liquide se faisant par un courant gazeux dispense de l'emploi d'un moteur. En outre, il peut se construire aisément et complètement à l'aide de tubes de verre et de déchets de platine que l'on trouve dans tout laboratoire.

Comme dans un appareil décrit antérieurement par F. A. Gooch et F. B. Beyer (ZEITSCHR. FÜR ANORG. CHEM. 58, 65-72), l'électrolyse se fait pendant que l'électrolyte filtre entre deux électrodes; un seul passage entre les électrodes ne suffisant pas pour que le liquide soit épuisé, un dispositif spécial ramène continuellement le liquide entre les électrodes. Comme l'électrode sur laquelle se fait le dépôt est inséparable du récipient dans lequel se fait l'électrolyse et se pèse avec lui, les dépôts ne doivent pas être nécessairement adhérents et il est possible d'employer des courants d'une plus grande intensité.

L'appareil se compose essentiellement de trois parties (v. fig. 1).

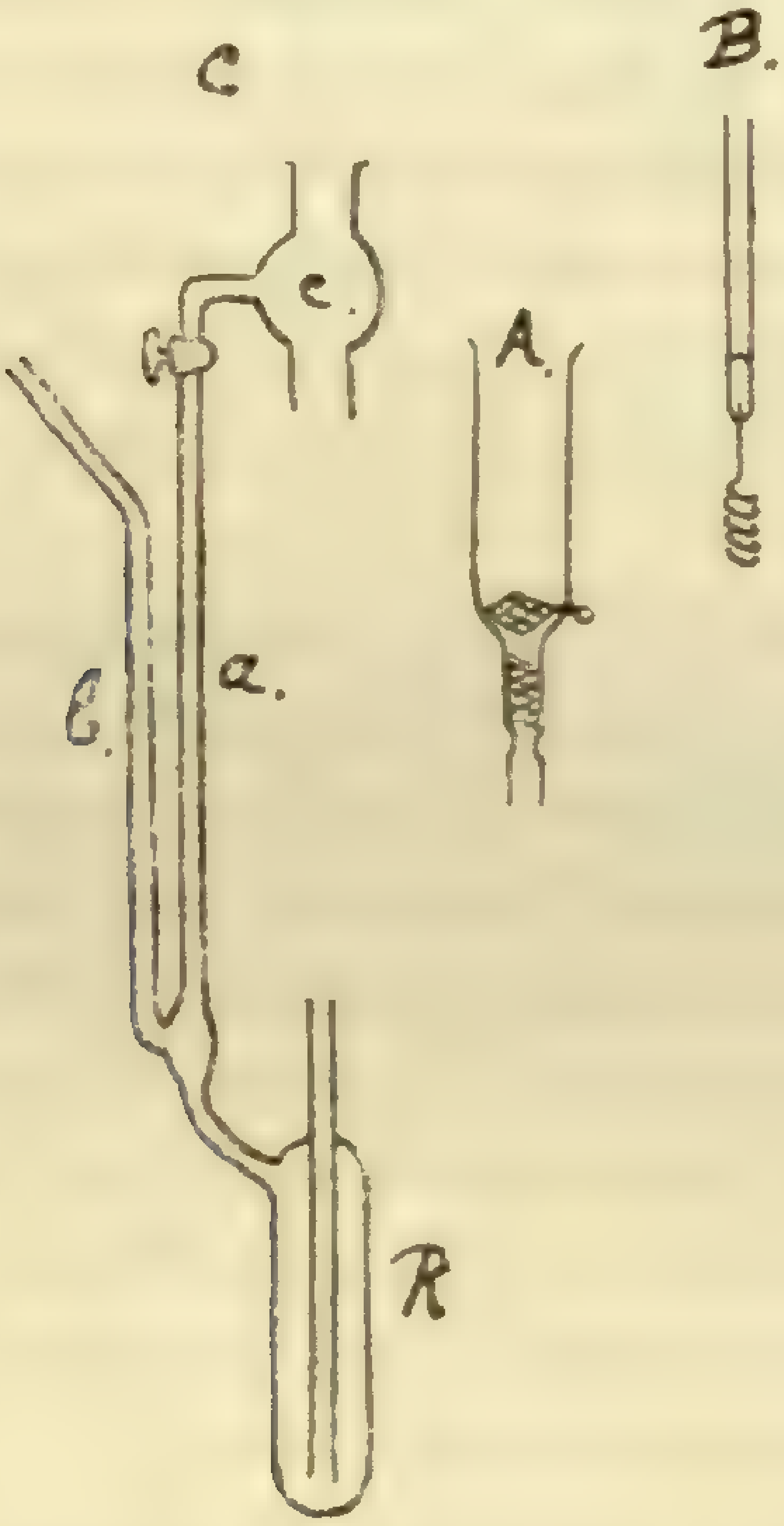
1° Un tube A dans lequel se fait l'électrolyse. Il a un diamètre de 1,5 à 2 cm. et une longueur de 7 à 8 cm. On y a soudé un tube plus étroit muni d'un étranglement. A l'endroit de la soudure pénètre dans le tube un fil de platine auquel est attaché un carré de toile de platine analogue à ceux que l'on trouve dans les tubes déflegmateurs Lebel et Henninger (¹). On placera le carré de platine obliquement et non perpendiculairement à l'axe du tube. C'est sur ce carré de platine que viendra se faire le dépôt à peser.

(¹) Nous avons même réalisé des dosages exacts en substituant à la toile de platine de la toile métallique ou de petits fragments de métal de même nature que celui qu'il s'agissait de doser.

A environ 1,5 cm. sous la toile de platine on dispose sur l'étranglement du tube étroit un petit tampon de laine de verre destiné à retenir les particules du dépôt qui viendraient à se détacher de l'électrode.

2° Un tube B étroit dans lequel se trouve scellé un fil ou une bande de platine servant de seconde électrode.

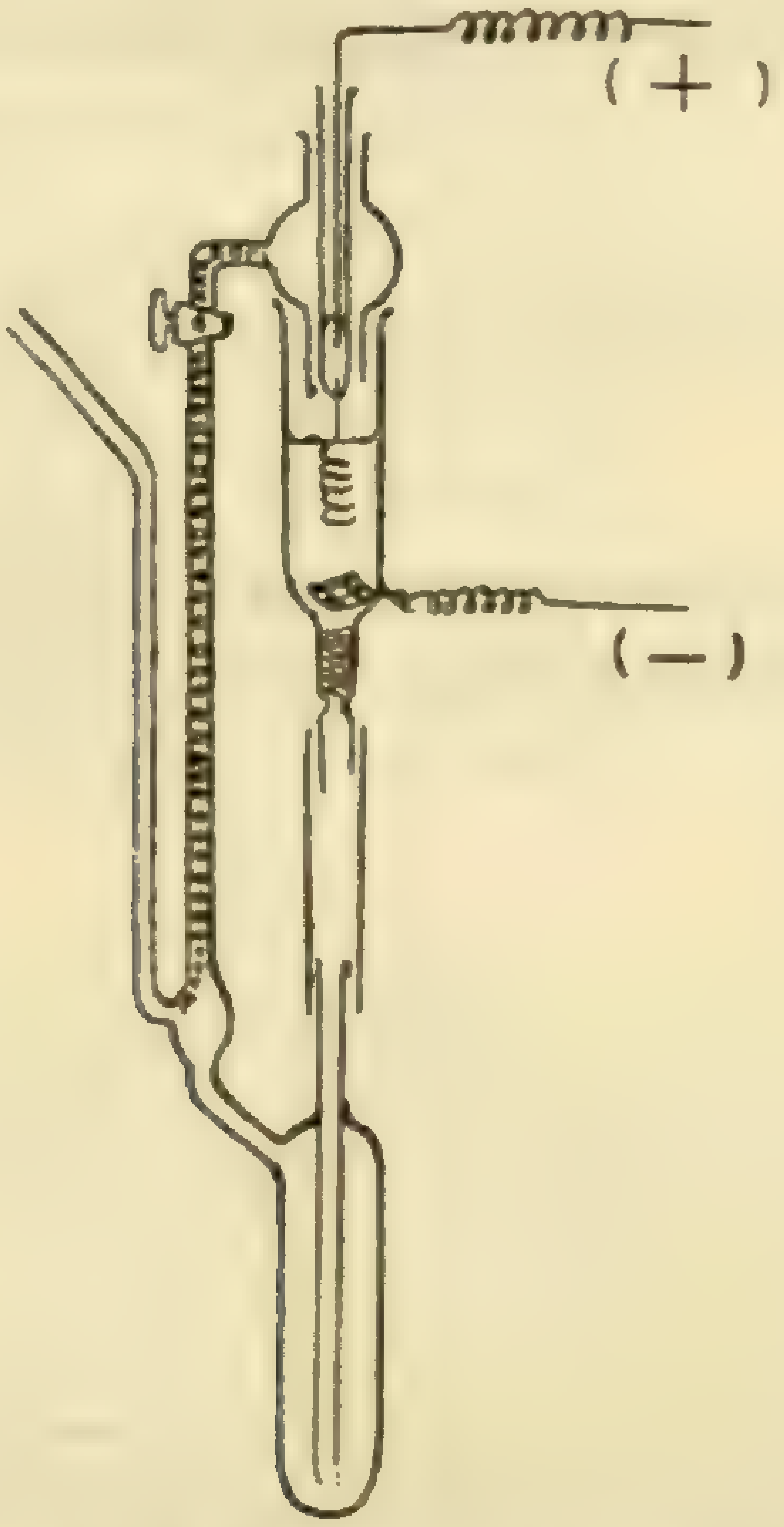
fig. 1.



3° Un dispositif C servant à remonter le liquide de la partie inférieure de A vers la partie supérieure ; il est inspiré du dispositif proposé par Verneuil pour remonter le mercure dans les pompes automatiques à mercure. Il consiste en un tube de verre étroit *a* d'une longueur d'environ 20 cm. portant vers sa partie inférieure un renflement dans lequel débouche un tube latéral *b*, un courant gazeux arrivant par ce tube remonte le liquide. A l'extrémité inférieure de *b*, se trouve soudé le réservoir R auquel on peut donner la forme et la dimension que l'on désire et qui est simplement destiné à augmenter la capacité de l'ensemble de l'appareil. Dans certains cas (dosage du Cu, par ex.) ce réservoir est superflu. L'extrémité supérieure de *a* par laquelle se déverse le liquide remonté débouche dans A par l'intermédiaire d'un tube renflé *c* qui peut se déposer sur A et dont la présence empêche les projections de liquide lors du déversement.

Les différentes parties de l'appareil se raccordent de la manière suivante (voir fig. 2) : le tube C repose d'une part par la partie renflée de son extrémité incurvée supérieure sur le tube A, d'autre part il est relié par un bon caoutchouc à la partie étroite de A. Par l'ouverture supérieure de C on passe la seconde électrode B et on la maintient dans l'axe du tube à une certaine distance de l'autre électrode.

fig. 2



Marche d'une opération. — On pèse le tube A. On monte l'appareil comme il est dit ci-dessus, on fait passer par *b* un faible courant gazeux, puis on verse dans l'appareil l'électrolyte à analyser. Le gaz en pénétrant dans *c* y soulève le liquide et le rejette d'une façon continue dans A. Si l'électrolyse, comme c'est le plus souvent le cas, doit se faire à chaud, on plonge le réservoir inférieur dans un verre contenant de l'eau maintenue en ébullition. On établit les connexions de manière à ce que le dépôt vienne se faire sur l'électrode fixée dans A.

Vers la fin de l'opération, surtout si la densité de courant est très forte, le dégagement d'hydrogène est très vif. La position oblique de l'électrode favorise son élimination. Il arrive que des bulles gazeuses entraînées par le courant liquide viennent gêner ou ralentir la filtration du liquide. On les enlève aisément en pinçant brusquement le tube de caoutchouc, ou en fermant pendant quelques instants le robinet du tube *a*, ce qui a pour effet de renverser momentanément le sens du mouvement du liquide.

Vers la fin de l'opération, lorsque l'on juge que le dépôt est complet, on s'en assure en prélevant une goutte de l'électrolyte que l'on soumet à un essai chimique. Ce prélèvement se fait aisément par l'extrémité inférieure du caoutchouc.

La précipitation étant achevée, on détache le caoutchouc et sans interrompre le courant, on lave à l'eau et à l'alcool. On munit ensuite le tube A séparé du restant de l'appareil d'un bouchon livrant passage à un tube, à travers lequel on envoie un courant gazeux tandis que le tube est maintenu dans une étuve. Après pesée, le nettoyage se fait en versant dans le tube un réactif dissolvant approprié.

Avec cet appareil nous avons pu réaliser, en fort peu de temps, des dosages de cuivre, de zinc (en solution alcaline seulement), de nickel, d'antimoine (même en solution dans acide tartrique), de plomb, d'étain, de mercure (sur électrode en or).

Voici quelques résultats obtenus :

NATURE DU MÉTAL	COMPOSITION DE L'ÉLECTROLYTE	TEMPÉRATURE	INTENSITÉ DU COURANT	DURÉE	MÉTAL DÉPOSÉ	MÉTAL CALCULÉ
Cuivre	Solution de $CuSO_4$ + H_2SO_4	60°-70°	0,5 amp.	45^m	0.2124	0.2123
Nickel	sol. $NiSO_4 + NH_3$	50°	0.5 »	30^m	0.1013	0.1016
Zinc	sol. $ZnSO_4 + NaOH$	60°-70°	0.5 »	60^m	0.1057	0.1060
Antimoine	sol. émétique + ac. tartrique et H_2SO_2	60°-70°	0.7 »	60^m	0.1322	0.1318
Mercure	$HgCl_2$ + excès Na_2S	60°-70°	0.4 »	240^m	0.1956	0.1962

Il est probable qu'en modifiant les conditions des expériences on arrive à des résultats encore meilleurs. Nous déterminons en ce moment les conditions dans lesquelles les séparations les plus usuelles pourraient être réalisées à l'aide de ce dispositif. *(Université de Gand. Laboratoire de chimie analytique.)*

M. M. Alliaume communique les considérations qui suivent *sur la qualité optique dite fidélité d'aspect des images.*

1. Tout système optique réalise (généralement, et à une certaine approximation) la correspondance point par point de deux figures de l'espace, l'*objet* et son *image*. Rapportant l'espace à un système d'axes rectangulaires $O\xi\eta\zeta$, et appelant (X, Y, Z) les coordonnées d'un point de l'objet, (x, y, z) les coordonnées du point correspondant de l'image, on peut écrire, pour tout système donné, trois équations de la forme

$$\begin{aligned} x &= \varphi_1(X, Y, Z), \\ y &= \varphi_2(X, Y, Z), \\ z &= \varphi_3(X, Y, Z), \end{aligned}$$

dont les seconds membres sont des fonctions continues, ainsi que leurs dérivées partielles premières, pour tous les points de l'objet, et telles que le déterminant fonctionnel

$$\frac{d(x, y, z)}{d(X, Y, Z)}$$

ne s'annule pour aucun point de l'objet.

Je ferai usage de la notion d'*échelle* de l'image en un point (x, y, z), le long de telle ligne passant par ce point, grandeur dont on démontre qu'il suffit de dire, pour la déterminer : échelle de l'image en un point (x, y, z), *dans telle direction* issue de ce point. — J'utiliserai aussi la notion de *scalaire* au point (x, y, z), surface lieu des points dont les distances au point (x, y, z) sont égales aux échelles en ce point dans les directions auxquelles ils appartiennent par rapport à ce point. En coordonnées courantes (ξ, η, ζ), et au moyen des paramètres (α, β, γ) liés par l'identité

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1,$$

les équations paramétriques de la scalaire sont :

$$\begin{aligned} \xi &= x + \alpha \frac{dx}{dX} + \beta \frac{dx}{dY} + \gamma \frac{dx}{dZ}, \\ \eta &= y + \alpha \frac{dy}{dX} + \beta \frac{dy}{dY} + \gamma \frac{dy}{dZ}, \\ \zeta &= z + \alpha \frac{dz}{dX} + \beta \frac{dz}{dY} + \gamma \frac{dz}{dZ}, \end{aligned}$$

où il faut considérer les (X, Y, Z) qui entrent dans les dérivées partielles comme remplacés par leurs expressions en fonction de (x, y, z). Cette surface est un ellipsoïde dont le centre est le point (x, y, z). — La considération de l'ellipse d'intersection du plan tangent en un point quelconque d'une surface σ de l'image et de la scalaire en ce point permet d'exprimer simplement la condition pour que la correspondance de la surface σ et de la surface corrélative Σ de l'objet soit conforme, ou équivalente, ou conforme et équivalente.

2. La question de la *fidélité d'aspect de l'image* se pose à propos d'un système optique dont l'œil fasse partie, et l'image dont on y parle est la figure d'intersection de la rétine avec l'image à trois dimensions. Pour ne pas aborder ici l'étude de l'achromatisme du système, supposons que tous les rayons qui atteignent la rétine après passage dans le système formé par l'instrument et par l'œil aient, dans chaque milieu transparent, un même indice de réfraction.

Dans cette hypothèse, quelles sont les qualités que l'on exprime en parlant de la fidélité d'aspect de l'image ?

Cette expression comporte sûrement, d'abord, la condition qu'à toute droite de l'objet corresponde une droite de l'image, c'est-à-dire qu'à tout plan de l'objet corresponde un plan de l'image. Cette qualité constitue l'*orthoscopie* du système optique. Pour que le sytème soit orthoscopique, il faut et il suffit que les équations de correspondance soient de la forme

$$x = \frac{a_1 X + b_1 Y + c_1 Z + d_1}{a_0 X + b_0 Y + c_0 Z + d_0},$$

$$y = \frac{a_2 X + b_2 Y + c_2 Z + d_2}{a_0 X + b_0 Y + c_0 Z + d_0},$$

$$z = \frac{a_3 X + b_3 Y + c_3 Z + d_3}{a_0 X + b_0 Y + c_0 Z + d_0},$$

avec la condition

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & b_0 & c_0 & d_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} \neq 0.$$

On y reconnaît les équations de la correspondance homographique, dont les propriétés principales sont l'indépendance des axes, la réciprocité et la permanence.

Si nous posons :

$$D_i = a_i X + b_i Y + c_i Z + d_i \quad (i = 0, 1, 2, 3),$$

les équations paramétriques de la scalaire sont :

$$\begin{aligned} D_0^2(\xi - x) &= \alpha(a_1 D_0 - a_0 D_1) + \beta(b_1 D_0 - b_0 D_1) + \gamma(c_1 D_0 - c_0 D_1), \\ D_0^2(\eta - y) &= \alpha(a_2 D_0 - a_0 D_2) + \beta(b_2 D_0 - b_0 D_2) + \gamma(c_2 D_0 - c_0 D_2), \\ D_0^2(\zeta - z) &= \alpha(a_3 D_0 - a_0 D_3) + \beta(b_3 D_0 - b_0 D_3) + \gamma(c_3 D_0 - c_0 D_3). \end{aligned}$$

3. Nous pouvons maintenant préciser ce qu'on entend par fidélité d'aspect de l'image. Cette qualité consiste en ce que, pour chacune des configurations du système (orthoscopique) dont l'œil fait partie, la surface rétinienne soit en correspondance conforme et équivalente avec une surface de l'objet ; ou, en d'autres termes, que le plan tangent à la rétine, en un point quelconque de celle-ci, et pour chacune des configurations du système, coupe la scalaire en ce point suivant une circonférence dont le rayon soit le même en tous les points de la rétine.

Pour exprimer cette qualité, ayons recours aux *considérations expérimentales* suivantes :

1° la surface utile de la rétine est assimilable à une surface plane ;

2° pour chaque configuration de l'œil, les points de l'espace dont les images se trouvent sur la rétine assimilée à un plan appartiennent à un plan parallèle à celui-ci.

Ceci admis, adoptons pour l'axe ζ une direction perpendiculaire à ces plans parallèles. Le plan de l'objet qui correspond à un plan de l'image comme

$$z = \lambda,$$

à savoir le plan qui a pour équation

$$a_3 X + b_3 Y + c_3 Z + d_3 = \lambda(a_0 X + b_0 Y + c_0 Z + d_0),$$

est aussi perpendiculaire à l'axe ζ, et son équation est de la forme

$$Z = \lambda'.$$

Pour ceci, il faut et il suffit que

$$a_0, b_0, a_3, b_3 = 0.$$

Les équations de correspondance se réduisent donc à

$$x = \frac{a_1 X + b_1 Y + c_1 Z + d_1}{c_0 Z + d_0},$$

$$y = \frac{a_2 X + b_2 Y + c_2 Z + d_2}{c_0 Z + d_0},$$

$$z = \frac{c_3 Z + d_3}{c_0 Z + d_0}.$$

4. D'après les équations de la scalaire écrites dans le cas particulier actuel, les conditions nécessaires et suffisantes pour que cette surface soit coupée suivant une circonférence invariable par tout plan perpendiculaire à l'axe Z sont :

$$(a_1^2 + b_1^2)(c_3 D_0 - c_0 D_3)^2 = (a_2^2 + b_2^2)(c_3 D_0 - c_0 D_3)^2,$$

$$(a_1 a_2 + b_1 b_2)(c_3 D_0 - c_0 D_3)^2 = 0.$$

Mais la différence $(c_3 D_0 - c_0 D_3)$ ne peut être nulle, car, si elle l'était, le déterminant Δ le serait aussi. Ces conditions sont donc :

$$a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2,$$

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0.$$

Elles sont satisfaites, *en particulier,* par

$$a_1 = b_2,$$

$$b_1,\ a_2,\ c_1,\ c_2 = 0,$$

c'est-à-dire par les équations de correspondance $(k = a_1 = b_2)$

$$x = \frac{kX + d_1}{c_0 Z + d_0},$$

$$y = \frac{kY + d_2}{c_0 Z + d_0},$$

$$z = \frac{c_3 Z + d_3}{c_0 Z + d_0},$$

pourvu que

$$k \neq 0, \quad c_0 d_3 - c_3 d_0 \neq 0.$$

Il existe alors une droite (axe de l'œil, axe du système optique) perpendiculaire à la rétine, telle que deux points conjugués de la rétine et du plan correspondant appartiennent avec cette droite à un même plan. C'est une *correspondance homographique de révo-*

lution autour de cet axe ; en prenant l'axe Z le long de celui-ci, nous réduisons les équations de correspondance à la forme

$$x = \frac{kX}{c_0 Z + d_0},$$

$$y = \frac{kY}{c_0 Z + d_0},$$

$$z = \frac{c_3 Z + d_3}{c_0 Z + d_0}.$$

Parmi tous les modes de correspondance qui assurent la fidélité d'aspect des images, c'est la correspondance homographique de révolution que réalise l'œil, que réalise le système optique dont l'œil fait partie, et que réalise, par conséquent, le système optique dont l'œil est armé. — La scalaire est partout de révolution autour d'une parallèle à l'axe du système (1).

Troisième Section

Mercredi 14 avril 1920. — Sont nommés membres du bureau pour 1920-1921 :

Président d'honneur : M. A. Dumont.
Président : M. Éd. De Wildeman.
Vice-Présidents : M. l'abbé Delépine.
M. le Comte de Limburg Stirum.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

La Section vote l'insertion aux Annales d'une note de M.

---

(1) Dans une note présentée à la deuxième section de la Société scientifique, dans la session de novembre 1919, sur *le grossissement* (relatif) *des lunettes* (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1919-1920, p. 120), j'ai signalé le *grossissement absolu* d'un système optique. La scalaire permet une définition simple de cette notion.

a) Le *grossissement latéral* d'un système est le rayon de la circonférence d'intersection de la scalaire en un point de l'axe et du plan perpendiculaire à l'axe en ce point.

b) Le *grossissement axial*, ou *longitudinal*, ou *en profondeur* d'un système est le demi-axe de symétrie, situé le long de l'axe du système, de la scalaire en un point de cet axe.

A. Renier *sur une dolomie du Westphalien supérieur du bassin de Charleroi*. Cette note aurait dû paraître dans le C. R. de la précédente réunion de la Section.

Le puits d'extraction, dit A, du siège N° 19 (Bas Longs Prés) du charbonnage de Monceau-Fontaine, à Marchienne-au-Pont, a traversé, à la profondeur de 549 mètres, une couche plus ou moins régulière, puissante de 40 à 80 cm., d'après les croquis originaux de M. Philippot, ingénieur divisionnaire, d'une roche grise, compacte, homogène, assez dense, finement cristalline dans la cassure fraîche.

Une analyse chimique de cette roche, exécutée au laboratoire du charbonnage, a donné les résultats suivants :

oxyde calcique	21.80
oxyde magnésique	11.47
oxyde ferrique	7.20
alumine	4.90
anhydride carbonique	31.94
anhydride silicique	21.80
matières organiques	0.60
non dosés et pertes	0.29

Une analyse de contrôle, que je dois à la gracieuse amabilité de M. C. Camerman-Asou, chimiste des mieux entraînés à l'étude des roches calcaires, a fourni les chiffres ci-après :

carbonate calcique	40.82
carbonate magnésique	28.12
oxyde ferreux	4.66
silice et matières argileuses	25.60
non dosés et pertes	0.80

La concordance est assez satisfaisante.

Selon toute vraisemblance, carbonates calcique et magnésique sont associés pour former une dolomie plus ou moins ferrifère. Il y a, d'après l'une et l'autre analyse, excès de carbonate calcique. Néanmoins, d'après la première, la roche renfermerait un peu plus de 50 % de dolomie ; d'après la seconde, quelque 60 %. Il semble donc logique de la qualifier de dolomie.

Ce banc est intercalé dans un complexe de schistes et de grès, qui, d'après leurs caractères paléontologiques, sont d'âge westphalien supérieur. Le banc surincombant renferme quelques coquilles entières d'*Anthracomya* cf. *Adamsi* Salter (sive *modiolaris* Sowerby). Cependant, il ne m'a pas été possible jusqu'ici, d'établir de façon bien précise sa position stratigraphique. Ce dernier point demeurera sans doute, à tout jamais, obscur, car le puits en question a traversé, sur une grande hauteur, une zone failleuse, qui n'est autre, à mon avis, que celle dite du Borinage.

Néanmoins nos connaissances lithologiques sur le Westphalien de Belgique sont encore tellement sommaires, surtout au point de vue chimique, qu'il convient de consigner cette observation. Jusqu'ici la présence de dolomie en roche n'a pas été signalée dans le Westphalien supérieur, encore que les concrétions de veine (*Coal balls*) des couches Petit Buisson et Ste Barbe de Floriffoux soient vraisemblablement dolomitiques, et bien que, d'autre part, dans une note présentée en octobre 1919 à la SOCIÉTÉ BELGE DE GÉOLOGIE, M. X. Stainier emploie, à diverses reprises, l'expression calcaire dolomitique dans la description de calcaires à crinoïdes, qui, sauf dans un massif méridional de la Basse-Sambre, seraient toutefois confinés dans le Westphalien inférieur.

Sur les rapports favorables du R. P. Navas, S. J. et de M. Alph. Proost, la Section propose la publication dans les ANNALES de la Société d'un mémoire de M. l'abbé Kieffer *sur des chironomides nouveaux ou peu connus de la région paléarctique.*

M. le curé Claerhout présente une communication *Sur la Station néolithique d'Ingoyghem.*

La commune d'Ingoyghem fait partie de l'arrondissement de Courtrai et du canton d'Avelghem. Le village est situé au sommet de la crête qui sépare le versant de l'Escaut au Sud de celui de la Lys au Nord, et le territoire de la commune s'étend des confins d'Ooteghem à l'Ouest sur le versant méridional et le versant septentrional et se prolonge sur le versant septentrional en bande étroite, entre les communes de Vichte et d'Anseghem, dans la direction de Waereghem (1).

---

(1) *Ing* signifie en moyen néerlandais *eng*, étroit. On connaît le dicton suivant :

Tieghem berg en dal ;
Ingoyghem lang en smal ;
Ooteghem de fleure van al...

Tieghem s'étend par monts et par vaux ; Ingoyghem est long et étroit ; Ooteghem est le plus joli des trois villages.

Du sommet de la crête jusqu'à la rive gauche de l'Escaut, s'étagent les quatre niveaux de la magnifique vallée de ce fleuve ; le *löss* récent et le *löss* ancien, séparés par un cailloutis, y recouvrent les sables ferrugineux du Diestien, que l'on voit affleurer au Mont de Tieghem.

Le nom d'Ingoyghem s'écrivait autrefois *Ingodeghem*. Cette dernière forme est contractée du vocable *Ingodingenheim* qui signifie l'habitat étroit du lignage franc des *Odingen*, des descendants du guerrier franc Odon. Les Francs y auront succédé aux Belgo-Romains : nous n'avons pas recueilli de vestiges belgo-romains à Ingoyghem, mais le village est situé dans la région de *Cortoriacum* et les souvenirs belgo-romains ne sont pas rares dans les environs, à Tieghem, à Caster et à Kerkhove.

Les Néolithiques ont fondé leurs cabanes sur le territoire d'Ingoyghem et ils ont abandonné leurs outils et les déchets du débitage du silex sur toute l'étendue de la commune.

Nous avons recueilli en tout, depuis le mois de juin 1916, 173 pièces ; une partie de cet outillage a disparu dans la tourmente qui a sévi sur notre région entre le 21 octobre et le 8 novembre 1918.

Nous avons pu conserver 65 pièces et il nous reste un objet excessivement remarquable.

C'est une pointe de flèche triangulaire à base concave.

La pointe de flèche triangulaire à base concave a deux barbelures, mais pas de pédoncule.

Nous croyons pouvoir distinguer trois types de pointes de flèches triangulaires à base concave.

Nous discernons le type ordinaire qui se rencontre dans la plupart de nos gisements européens, sans y abonder cependant. Les barbelures se dessinent à peine et la concavité se profile en arc de cercle, à la base de la pointe de flèche (¹). (Fig. 1)

Nous signalons en second lieu le type égyptien à barbelures verticales, longues et effilées. Les barbelures peuvent mesurer jusqu'à 25 millimètres de longueur. Ce type se voit aussi dans la péninsule ibérique (²). (Fig. 2)

(¹) La fig. 1 est faite d'après une esquisse prise au Musée de Constance.

(²) La fig. 2 représente, d'après le MUSÉE PRÉHISTORIQUE de M. A. de Mortillet (Paris 1903), une pointe de flèche conservée au Musée de Lisbonne. Elle a été trouvée à Alcala, dans la province d'Algarve.

Nous relevons en troisième lieu le type égyptien à barbelures verticales courtes, larges et obtuses. La concavité est plus creusée, l'échancrure est plus profonde que dans notre type européen ordinaire. Quelques rares spécimens de ce troisième type ont été trouvés en France et dans les Iles britanniques. Nous croyons que ce type n'avait pas encore été rencontré en Belgique (¹).

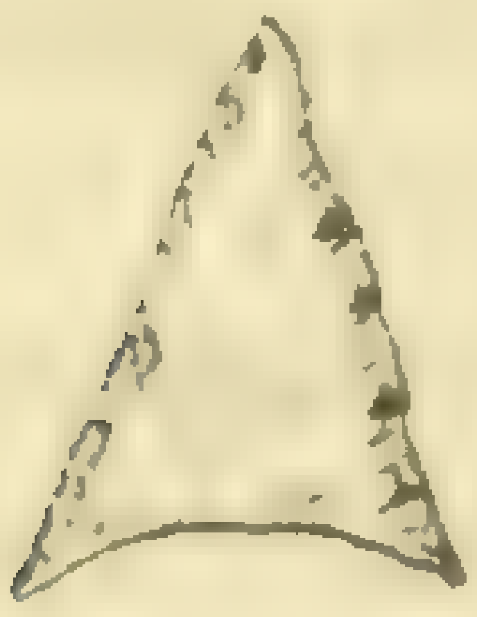


Fig 1

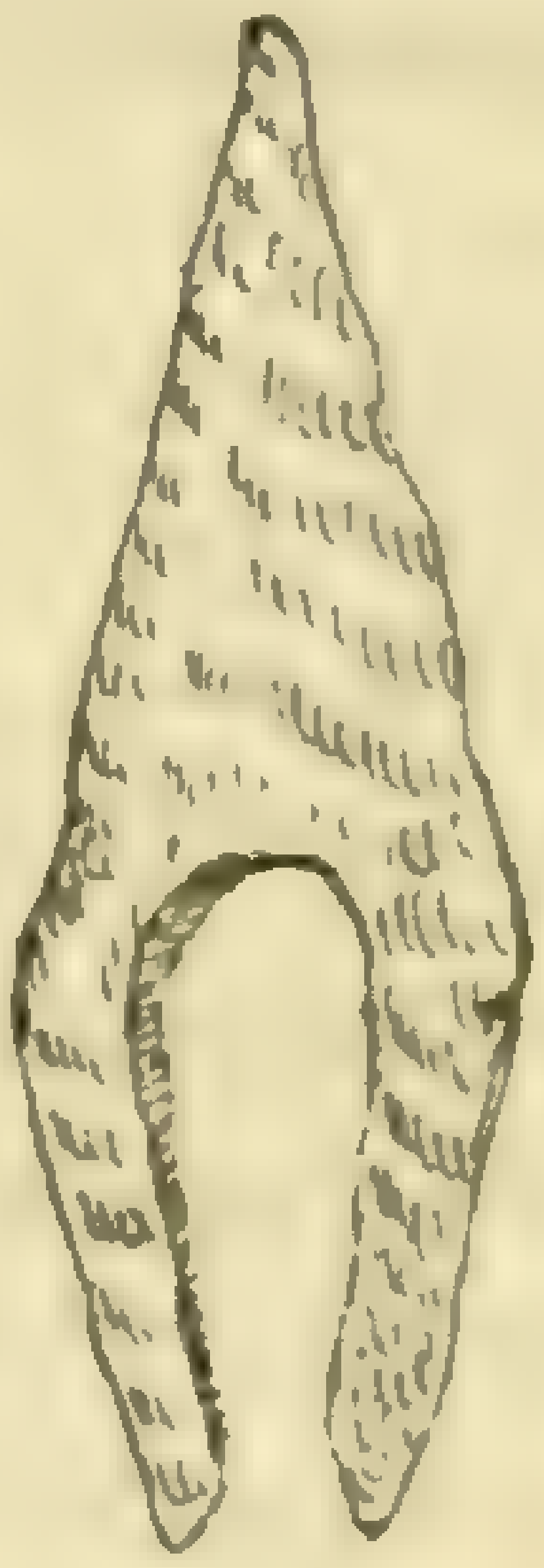


Fig 2

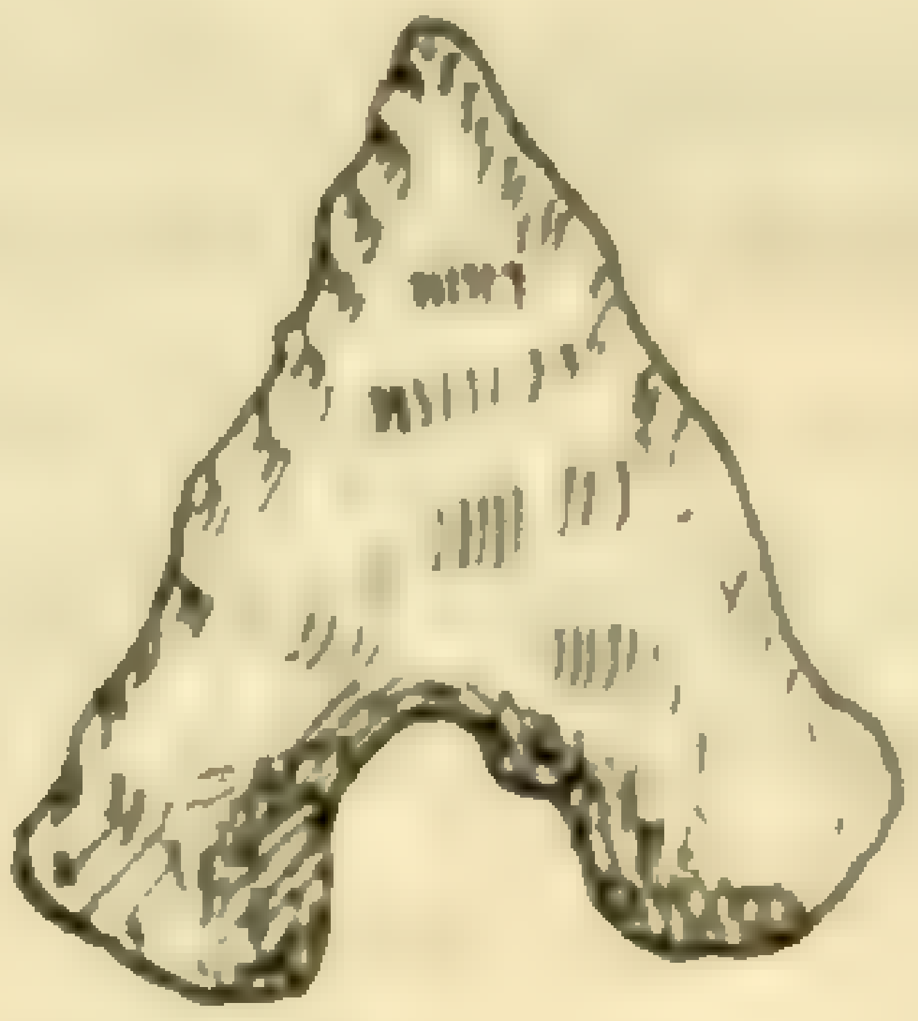


Fig 3

C'est le 15 octobre 1917 que nous avons pu recueillir à Ingoyghem une pointe de flèche de ce dernier type. Elle provient du hameau du *Steenen Molen*, situé dans la section de la commune qui se prolonge dans la direction de Waereghem. La fig. 3 représente notre spécimen en grandeur naturelle.

Nos récoltes comprennent en outre :

1° Une superbe pointe de flèche triangulaire à pédoncule et à ailerons verticaux.

2° Une pointe de flèche cassée à ailerons et pédoncule.

3° Une pointe de flèche triangulaire à base convexe.

4° Deux pointes de flèches triangulaires à base rectiligne. De l'une des deux l'extrémité pointue est enlevée.

5° Un fragment de hache polie.

6° Six grattoirs de formes et de dimensions diverses.

(¹) J. Déchelette, *Manuel d'Archéologie préhistorique, celtique et Gallo-romaine*. I. *Archéologie préhistorique*, Paris 1908, p. 497. — Dʳ Hugo Obermaier, *Der Mensch der Vorzeit*. Berlin-München-Wien 1912, pp. 478 et 494.

7° Deux perçoirs.

8° Une vingtaine de lames. La plupart sont garnies de fines encoches. Une lame a une longueur de 7 centimètres.

9° Deux nucleus et vingt-huit éclats retouchés.

Tous ces objets nous reportent à un lointain passé. Il y a encore à Ingoyghem un souvenir qui date de loin et qui n'est peut-être pas sans relation avec les peuplades néolithiques.

Un simple nom de lieu peut quelquefois fournir les renseignements les plus inattendus.

Il y a entre Ingoyghem et Anseghem un chemin de terre, appelé *Maeterzeelstraat* (¹).

C'est le chemin qui est redevable de son nom à une *sala* franque fondée sur le bord d'un ruisseau appelé autrefois *Materna*. Ce qui prouve que *Maeter* est la forme flamande actuelle du terme *Materna*, c'est que le village de *Maeter*, situé dans le canton d'Audenarde, s'appelait *Materna* dans les vieilles chartes, parce qu'il avait reçu son nom du cours d'eau *Materna*, sur le bord duquel ce village était établi (²).

Materna est un vocable bien intéressant (³). C'est l'équivalent de *Matrona* et la Marne portait autrefois ces deux noms. C'est un nom ligure comme celui de l'Yser, et qui sait si les Ligures n'ont pas occupé nos contrées avant les Celtes et n'y ont pas utilisé le silex et le bronze pour la confection de leurs armes et de leurs outils ?

M. l'abbé F. Demanet présente une communication *sur l'âge des calcaires waulsortiens de la vallée de la Molignée*.

La vallée de la Molignée montre de nombreux affleurements de calcaire de facies waulsortien, localisés dans la région de Mared-

---

(¹) Plans terriers conservés dans les archives communales d'Anseghem.

(²) Ch. Piot, *Cartulaire de l'Abbaye d'Eename*. Bruges 1881, p. 35, aº 1144 : « *Allodium quod est in parrochia de Materna...* »

(³) A. Holder, *Alt-Celtischer Sprachschatz*. T. 2. Leipzig 1904, p. 468 : « *Matrona, nach d'Arbois de Jubainville ligurisch... In pago Parisiaco. unda circumfluente Maternae fluminis...* ». — G. Dottin, *Manuel pour servir à l'étude de l'Antiquité celtique*. 2ᵉ édition. Paris 1915, p. 326 : « Les cours d'eau divinisés Icaunis, Sequana, Matrona portent des noms qui peuvent être antérieurs à l'occupation de la Gaule par les Celtes... ».

sous. La plupart d'entre eux : « récif » du Four à chaux de Maredsous, celui de l'enclos des Moniales, ceux de Maredret-village et de Bonsin, sont d'âge Tournaisien supérieur, comme le démontrent à la fois leur position stratigraphique et leur faune.

D'autre part, à Sosoye, il existe un massif de calcaire à facies waulsortien, dont l'âge a été jusqu'à présent très discuté. Viséen supérieur pour G. Soreil (1891), Tournaisien supérieur pour de la Vallée Poussin (1891), Viséen supérieur pour Dom Grégoire Fournier (1892), Tournaisien supérieur pour le même auteur en 1896, Viséen inférieur pour la Carte géologique (Soreil 1908), il a été rangé par A. Vaughan en 1910 dans la zone C2 du Viséen et en 1914 dans la zone S1.

Nous avons repris, depuis 1911, l'étude détaillée de ce massif et des couches de la région avoisinante, formant une des nombreuses digitations du Calcaire carbonifère du bassin de Dinant.

Dans cette note, force nous est de nous borner à consigner les résultats généraux de nos observations : l'exposé détaillé de nos recherches, avec l'étude critique de la riche faune que nous avons pu recueillir dans cette région, fait l'objet d'un mémoire étendu actuellement sous presse (¹).

Nous présentons à MM. les Professeurs H. de Dorlodot et A. Salée l'expression de notre profonde reconnaissance pour les sages directions qu'ils nous ont données au cours de notre étude. Notre gratitude va aussi à Dom Grégoire Fournier, qui nous a procuré de grandes facilités pour étudier les fossiles conservés à l'École abbatiale de Maredsous.

1. Le « récif » de Sosoye est synchronique du marbre noir de Denée ou de Dinant (V1a de la Carte géologique au 40,000ᵉ).

A. *Argument stratigraphique.*

Le « récif » de Sosoye comprend quatre niveaux superposés, qui sont de haut en bas :

δ : Calcaire massif spathique ;

(¹) Mémoires de l'Institut géologique de l'Université de Louvain, II, 1920 (sous presse).

γ : Calcaire stratifié de teinte claire avec bandes à veines bleues ;
β : Dolomie grisâtre ;
α : Calcaire massif à veines bleues.

Nous avons reconnu que cet ensemble se relève en un anticlinal, orienté de l'Est à l'Ouest, au sein des couches gris-bleu à cherts du niveau V1*b* de la Carte géologique au 40,000e. Sur le plateau de la rive gauche (Est), cet anticlinal est simple et il s'ennoie vers l'Est sous les couches V1*b* ; mais au bas de l'escarpement qui termine à l'Ouest le plateau de cette rive, on voit apparaître, sur le prolongement de l'axe, un synclinal qui partage l'anticlinal en deux branches, très distinctes dans les affleurements de l'autre rive, où ces deux branches sont séparées par un synclinal du calcaire V1*b*.

a) Anticlinal simple de la rive gauche.

Cette disposition anticlinale est mise en évidence par la répétition en série symétrique des couches : calcaire de Neffe à points cristallins V2*a* ; calcaire gris-bleu à cherts V1*b* ; waulsortien δ, γ, β, de part et d'autre d'un noyau waulsortien α. Sur le flanc méridional de cet anticlinal, les couches nous montrent une inclinaison S-S-E ; sur le flanc septentrional les couches se renversent. Cette disposition est très visible le long de la route près du pont du Laid-Trou : inclinées vers le Nord au bas de l'escarpement, les couches se redressent au niveau de la tranchée à flanc de coteau pour prendre une inclinaison nettement Sud, de sorte que, dans cette tranchée, toutes les couches inclinent régulièrement vers le Sud et que les couches waulsortiennes reposent — *mais par renversement* — sur les couches du Viséen supérieur : c'est ce qui avait fait croire à l'âge Viséen supérieur de la formation waulsortienne de Sosoye. Nous avons reconnu d'ailleurs une charnière dans les couches de la dolomie β au sommet de l'escarpement vers le Laid-Trou.

b) Double anticlinal de la rive droite.

La succession des couches sur la rive droite est la suivante à partir du Nord (Fond Balbure) :

1er anticlinal : Calcaire gris-bleu avec cherts V1*b* ;
Waulsortien γ ;
Waulsortien β décrivant une voûte ;
Waulsortien γ ;
Calcaire à cherts V1*b*.

2e anticlinal. Les calcaires à cherts V1*b* décrivent une voûte nette au-dessus des couches waulsortiennes γ entourant un noyau β (1). La position stratigraphique du waulsortien prouve donc que ces formations sont immédiatement inférieures au niveau V1*b*.

Les facies waulsortiens ne se montrent à ce niveau que dans les limites de l'anticlinal que nous venons de décrire. Partout ailleurs dans la région, les couches V1*b* reposent sur des bancs qui présentent les caractères du marbre noir de Dinant V1*a* et qui occupent le niveau stratigraphique de ce marbre. Nous évaluons à 25 mètres environ la puissance des couches waulsortiennes de Sosoye ; elle est supérieure à celle du marbre noir visible au Sud de Sosoye (15 mètres) : ce qui ne doit pas étonner, car les formations de facies waulsortien présentent régulièrement une épaisseur plus considérable que les couches contemporaines à facies normal.

Le calcaire waulsortien de Sosoye occupe donc le niveau stratigraphique du marbre noir V1*a*.

B. *Argument paléontologique*.

La conclusion à laquelle nous sommes arrivé en nous basant sur les données stratigraphiques est singulièrement confirmée par le caractère faunique du « récif ».

On sait que, dans les roches waulsortiennes, les fossiles ne sont pas répartis également dans toute la formation, mais se trouvent accumulés dans des poches parfois très restreintes. L'ancien gîte fossilifère de la première tranchée du chemin de fer en amont de Sosoye est épuisé ; nous en avons découvert un autre, très riche, au sommet de l'escarpement du versant Ouest du Tienne de Sosoye. La faune y est très variée. Nous l'avons comparée avec les listes des fossiles du marbre noir de Denée, telles qu'elles furent publiées d'après les déterminations de P. Destinez et J. Fraipont. Sur 16 formes signalées par ces auteurs dans le marbre noir de Denée, 10 se rencontrent dans le waulsortien de Sosoye. Ayant repris nous-même l'étude de la faune de Denée dans les belles collections de l'École abbatiale de Maredsous, nous avons reconnu que, sur 25 formes déterminées sûrement dans le marbre noir, 18 se rencontrent dans le waulsortien de Sosoye [1]. Vu surtout la différence de facies, cette similitude des faunes est très frappante ; elle confirme pleinement la conclusion que nous avait fournie l'étude stratigraphique sur le synchronisme de ces deux formations.

---

(1) Les couches δ ne sont plus visibles par suite d'une variation latérale des facies.

2. A la base du Waulsortien de Sosoye, et par conséquent à la base du marbre noir de Dinant, intervient une modification importante de la faune.

Nous avons comparé la faune du Waulsortien de Sosoye avec celle du Waulsortien du Four à chaux de Maredsous, qui est d'âge Tournaisien supérieur : niveau du Calcaire d'Yvoir T2*a* et peut-être en partie niveau du Calcaire violacé T2*bl*.

A première vue déjà, la différence est frappante. Qu'il nous suffise d'appeler l'attention sur l'abondance extraordinaire de *Spirifer Konincki* Douglas au Four à chaux et son absence complète à Sosoye ; d'autre part on trouve, à Sosoye, *Productus sublaevis* de Kon. et sa variété *Christiani, Chonetes papilionacea Phil.* et *Daviesiella Llangollensis* Dav. (celle-ci au sommet seulement du facies waulsortien) qui font complètement défaut au Four à chaux. La différence profonde des deux faunes est manifestée par le tableau suivant :

Polypiers : un seul est commun ; 4 sont propres à Sosoye.

Brachiopodes : 19 sont communs, 35 propres au Four à chaux, 40 propres à Sosoye.

Lamellibranches : aucune forme commune, 33 sont propres au Four à chaux, 11 à Sosoye.

Gastropodes : 3 sont communs, 10 sont propres au Four à chaux, 15 à Sosoye.

Trilobites : 1 est commun, 2 sont propres au Four à chaux, 4 à Sosoye.

Cette différence ne peut provenir du facies, puisque le facies du Waulsortien de Sosoye est identique à celui du Four à chaux de

---

[1] Parmi ces dernières, 7 n'ont jamais été citées que dans le Viséen.

Maredsous ; elle ne peut donc dépendre que de l'âge. Elle établit une distinction paléontologique tranchée entre des couches appartenant au Tournaisien supérieur et le niveau stratigraphique du marbre noir de Dinant.

La comparaison de notre faune du Waulsortien de Sosoye avec les listes des fossiles publiés et décrits par De Koninck comme ayant été trouvés dans les régions classiques du Waulsortien de la région dinantaise nous montre une différence si grande que, étant donnée l'identité de facies, non seulement il ne peut être douteux que le Waulsortien de Sosoye soit plus jeune que tous les gisements waulsortiens dont la faune a été étudiée par De Koninck, mais qu'il en résulte évidemment l'existence d'un important « *paleontological break* » entre les niveaux à faune waulsortienne de De Koninck et celui du Waulsortien de Sosoye. Or, au témoignage de M. H. de Dorlodot, qui a levé à nouveau la région dinantaise, plusieurs et même le plus grand nombre des gisements waulsortiens étudiés par De Koninck appartiennent à la partie tout à fait supérieure du Tournaisien. Tels sont ceux de Moniat, Noupré, Dréhance, Pauquys, qui tous, sauf ce dernier, sur lequel on ne voit reposer aucune formation, sont recouverts à peu près immédiatement par le marbre noir. C'est donc à la base du marbre noir qu'il faut placer cette importante limite paléontologique.

3. **A la limite paléontologique dont nous venons de parler doit être tracée la limite entre le Tournaisien et le Viséen.**

La comparaison de notre faune de Sosoye avec celles de Tournai et de Visé montre que ses affinités avec la faune de Visé sont bien plus grandes qu'avec la faune de Tournai (¹). C'est ce qui nous permet de conclure qu'il convient de faire coïncider la limite du Tournaisien et du Viséen avec cette importante limite paléontologique.

On s'était appuyé déjà sur la faune du marbre noir pour établir cette conclusion, confirmée par l'étude que nous avons reprise de cette faune ; mais la richesse incomparablement plus grande de celle de Sosoye nous met à même d'établir cette affirmation sur

---

(¹) Cf. note, page 246.

des bases beaucoup plus solides. La présence à Sosoye de fossiles caractéristiques de la zone C2 de A. Vaughan (¹) ainsi que des niveaux d'autres régions de la Belgique, que M. G. Delépine rapporte à cette zone (calcaire crinoïdique à *Chonetes papilionacea*, calcaire oolithique à *Productus sublaevis*) nous permet aussi de confirmer le synchronisme de ces couches avec le marbre noir de Dinant. Mais comme la faune de Sosoye est, pensons-nous, la faune la plus riche de ce niveau, son étude comparée avec les faunes des niveaux tournaisiens sous-jacents, d'une part, et avec la faune de Visé, d'autre part, rend beaucoup plus évidente l'opportunité de placer à ce niveau la base de l'étage viséen. Ce n'est pas à dire sans doute que la faune de Sosoye soit en tout identique à celle de Visé, celle-ci étant située à un niveau stratigraphique notablement plus élevé.

Nous ne pouvons indiquer ici toutes les caractéristiques de la faune viséenne, telle que nous la concevons et qui s'observent dès le niveau de Sosoye. Nous nous bornons à en indiquer quelques-unes.

Les *Carcinophyllum* n'ont jamais été signalés que dans le Viséen ; de même le genre *Carruthersella*. Les *Cyathophyllum* n'apparaissent dans le Carbonifère qu'à partir de la base du Viséen.

Les *Syringopora* du type *ramulosa* sont exclusivement viséens. Quant aux Brachiopodes, tous les *Productus* de Sosoye se rencontrent dans le Viséen de la Belgique ; la plupart d'entre eux ne descendent pas plus bas ; quelques-uns se trouvent cependant dans les niveaux supérieurs du Tournaisien. Les *Chonetes papilionacea* ne se rencontrent en Belgique que dans le Viséen. Les Spirifers sont viséens pour la plupart.

En résumé, notre étude nous permet d'énoncer les conclusions suivantes :

La limite inférieure du Viséen doit être placée à la base du marbre noir de Dinant et des couches à *Chonetes papilionacea* et à *Productus sublaevis* du bassin de Namur et de l'Est du Condroz. Par conséquent, les couches inférieures à ces niveaux et notam-

---

(¹) Notamment *Cyathophyllum φ Vaughan, Carruthersella compacta Garwood, Carcinophyllum simplex Garwood, Productus sublaevis de Koninck*.

ment le calcaire violacé de Dupont et le calcaire noir de Paire, ainsi que les roches waulsortiennes, qui dans la région dinantaise gisent sous le marbre noir, appartiennent encore à l'étage tournaisien.

C'est aussi entre les niveaux C1 et C2 qu'il convient de tracer, dans les Iles Britanniques, la limite entre le Tournaisien et le Viséen.

Laboratoires de Géologie et de Paléontologie
de l'Université de Louvain.

Le R. P. Navas, S. J. envoie un mémoire *Sur des névroptères nouveaux ou critiques,* deuxième série, faisant suite au mémoire publié dans les ANNALES 1920, 2^d fasc., p. 27. Ce travail sera inséré parmi les mémoires.

Jeudi 15 avril 1920. — La Section propose : 1°) de maintenir à l'ordre du jour, les questions de concours sur *la structure microscopique et l'origine des cherts du calcaire carbonifère de la Belgique ;* 2°) de présenter, comme nouvelle question de concours, *une contribution à l'étude anatomique des plantes fossiles de la Belgique.*

Elle émet le vœu qu'un relevé des questions de concours figure chaque année aux ANNALES de la Société scientifique.

M. Maes expose des considérations *Sur la métallurgie chez les populations du lac Léopold II.*

M. É. De Wildeman présente un mémoire *Sur les Bambous en Afrique.*

La Section propose l'insertion de ces deux travaux dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES et décide l'impression au BULLETIN de la séance d'une note de M. É. De Wildeman sur le résultat de ses recherches relatives à *la distribution des bambous sur le continent africain.*

Contrairement à une opinion émise encore récemment en France, les bambusées, et même les bambous de haute taille sont plus répandus qu'on ne le croit en Afrique.

Déjà on peut y signaler les espèces de la liste ci-dessous et il est plus que certain que les explorations méthodiques permettront d'ajouter à cette liste bien des noms nouveaux, car les plantes signalées en bien des stations n'ont pas été rapportées en Europe et par suite n'ont pas été définies scientifiquement.

ÉNUMÉRATION DES BAMBUSÉES AFRICAINES

ARUNDINARIA *Mich.*

Arundinaria alpina *K. Schumann* in *Engler*, Pflanzenw. Ost-Afr. C (1895), p. 116 ; *De Wild.* Études Fl. Bas- et Moyen-Congo II (1906), p. 223, pl. LXXXI-LXXXIII ; *Engler*, Pflanzenw. Afrikas, I, p. 363, fig. 311 et II, p. 129, pl. VI et fig. 110 ; *Camus*, Les Bambusées (1913), p. 48, pl. XXI, fig. B.

Afrique orientale allemande : Kikuyu (Fischer) ; Rungwe (v. Goetze).

Congo belge : env. de Mja-Kibuti, Luvungi.

Arundinaria Fischeri *K. Schumann* in *Engler,* Bot. Jahrb. XXVIII (1900), p. 352 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 48.

Afrique orientale anglaise : Leikipia Plateau.

Arundinaria tessellata *(Nees) Munro,* Monog. (1866), p. 31 ; *Rivière,* Les Bambous, p. 18 ; *Stapf,* in Flora Cap. VII, p. 748 et in Kew Bull. 1909, p. 59 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 32, pl. XII, fig. B ; *Hooker,* Icon. pl. X (1911), pl. 2930.

Nastus tessellatus *Nees ; Th. Dur.* et *Schinz,* Consp. Fl. Afr. V, p. 944.

Chaumes de 1,50 m. à 7 m. de haut.

Afrique australe : Montagnes et Queenstown et Stockenstrom. Div. Drakensbergen ; Table Mountains (Drège) ; Stockenstrom, Katberg (Drège) ; Winterberg (Ecklon) ; Aliwal North, Wittebergen (Drège) ; Basutoland (Cooper) ; Natal (Wood, Schlechter).

Arundinaria Tolange *K. Schumann* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXVIII (1900), p. 351 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 48.

Chaumes de 4-6 m. de haut.

Afrique orientale allemande : Lukwangule Plateau (Uluguru) (v. Goetze, 2300 m.).

MICROCALAMUS *Franchet* (1)

Microcalamus barbinodis *Franchet* in *Morot,* JOURN. DE BOT. (1889), p. 282, c. fig. ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 66, pl. XXXVIII ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas II, pp. 129, 143 ; *Stapf* in FLORA OF TROP. AFRICA IX, p. 491.

Chaumes de 25-50 cm. de haut.

Ogoue : Forêts de Djobe (Thollon).

Microcalamus Aspidistrula *Stapf* in HOOK. ICON. PL. sub., tab. 3070 et in FLORA OF TROP. AF. IX (1919), p. 492.

Cameroun : Forêts près Bipinde (Zenker).

Gabon : Sierra del crystal (Mann).

Microcalamus convallarioides *Stapf* in HOOK. ICON PL. tab. 3070 et in FLORA OF TROP. AFR. IX (1919), p. 493.

Gabon : Forêts de la Como (Bates).

Microcalamus glaber *Stapf* in FLORA OF TROP. AF. IX (1919), p. 494.

MICROCALAMUS ASPIDISTRULA *Stapf* in HOOK. ICON. PL. sub. tab. 3070, p. parte.

Cameroun : Bipinde (Zenker).

OREOBAMBOS *K. Schumann*

Oreobambos Buchwaldii *K. Schum.* in NOTIZBL. KÖNIG. BOT. GART. Berlin, aug. 1896, n. 5, p. 178 ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas II, p. 130.

Chaumes atteignant 5 m. de haut (Fleuris en 1895).

Usambara : Handeigebirges, entre Karita et Konebola (Buchwald, n. 233).

---

(1) Ce genre est rappelé ici pour mémoire, puisque d'après les études de M. le Dr O. Stapf du Jardin botanique de Kew (FLORA OF TROP. AFRICA, vol IX [1919], p. 490), il se range dans le groupe des Panicae.

ATRACTOCARPA *Franchet*

Atractocarpa olyraeformis *Franchet* in BULL. SOC. LINN. DE PARIS (1887), p. 675 et REV. GÉN. DE BOT. II (1890), p. 465, pl. XXV ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 151 *(Olyraefolia)*, pl. LXXXII, fig. A ; *Mildbraed* in Ad. von Mecklenburg Deut. Zentral Afrika-Exped., 1907-1908, vol. II (1910), p. 50, pl. IV ; *De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUXELLES V (1916), p. 133

Atractocarpa congolensis *Durand* et *Schinn,* Consp. Fl. Afric. V (1894), p. 945 (en col.).

Chaumes d'env. 30 cm. de haut.

Congo français : Env. de Brazzaville (Thollon).

Congo belge : Kutu, 1913 (De Giorgi, n. 1256) ; env. de Likimi, 1910 (Malchair, n. 253).

BAMBUSA *Schreb*

Bambusa Balcooa *Roxb.* Hort. Beng. (1814), p. 25 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 122, pl. LXXIII, fig. B ; *Stapf* in FLORA CAP. VII (1900), p. 749.

Chaumes de 50-70 pieds de haut et 3-6 pouces de diam.

Afrique australe : Tulbagh Div. : Winterhoel (Burchell), George district (Ecklon) ; Uitenhagen Div. : près du Zwartkops river (Ecklon).

OXYTENANTHERA *Munro*

Oxytenanthera abyssinica *(A. Richard) Munro* in TRANS. LINN. SOC. XXVI (1868), p. 127 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 144 ; *Th. Dur.* et *Schinz,* Consp. Fl. Af. V, p. 945 ; *A. Chevalier,* Études Flore de l'Afrique centrale française, t. I (1913), p. 378 ; *Rivière,* Les Bambous, p. 44 ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas II, p. 130, pl. VII, fig. III ; *Engler,* Pflanzenw. Ost-Afrika C, p. 117 ; *Rendle,* CAT. WELW. AF. PLANTS II, I (1899), p. 156.

Bambusa abyssinica *A. Richard* Tent. Fl. Abyss. II (1851), p. 439.

Chaumes de 7-15 m. de haut et 7-15 cm. de diam.

Abyssinie : Schire, Aderbati (Quartin-Dillon, Petit).

Afrique centrale (Schweinfurth, n. 501).

Afrique française : Route de Timbo au Niger, entre Timbo et Faranah, entre Tenfili et Tagania (A. Chevalier).

Soudan : Gouma (A. Chevalier).

Congo français : Dans la brousse du Fort Crampel à la Moyenne Koddo (A. Chevalier).

Angola. — Pungo-Andongo : Abondant près des rivières dans la forêt primitive, entre Pungo-Andongo et Candumba, près Mangue, Mutollo, Candumba et près de la rivière Quiambrengo (Welwitsch).

Gazaland (Swynnerton).

Beira (Mozambique).

Usaramo (Stuhlmann).

Oxytenanthera Borzii *Mattei* in BOLLET. R. ORTO BOT., Palerme VIII (1909), p. 36, tab. I et X (1910), p. 64 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 144 ; *Fiori,* in AGRIC. COL. IV (1910), p. 289, fig. XXXIII.

Chaumes de 8-15 m. de haut et de 4-5 cm. de diam.

Erythrée : Région de Barca, du Mareb et de l'Anseba (Baldrati) ; M. Aresechia près Elaberet (Dembesan) (Senni).

Oxytenanthera Braunii *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXXIX (1909), p. 601.

Chaumes de 8-10 m. de haut (Fleuris en 1906).

Nyassa-Land : Neu Langenburg, Ukinga, Upanga-Ubena, Rupia (Braun, n. 1347).

Oxytenanthera macrothyrsus *K. Schum.* in *Engler,* Pflanzenw. Ost-Afrikas C (1895), p. 117 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 145.

Chaumes de 5-8 m. de haut.

Afrique orientale allemande : Kisserewe, Kasi (Stuhlmann). — 200 m. au-dessus du niveau de la mer.

Oxytenanthera ruwensoroensis *Chiovenda* in ANNALI BOT. ROMA VI (1907), p. 147 ; *L. A. de Savoie* Il Ruwenzori vol. I (1909), p. 473 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 150.

Arborescent de 5-6 cm. de diam.

Ruwenzori : Vallée de Mobuku entre Nakitawa et Kiciuciu, 1906 (Exped. Princ. de Savoie).

Obs. — Indiqué par erreur en Érythrée par M. Camus.

GUADUELLA *Franchet*

Guaduella densiflora *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXX (1901), p. 123.

Chaumes d'env. 70 cm. de haut.

Cameroun : Bantango (Dinklage, n. 1343).

Guaduella foliosa *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. LIV (1910), p. 211.

Chaumes d'env. 40 cm. de haut.

Cameroun : entre Babong et Bakata (Ledermann, n. 1177).

Guaduella Ledermannii *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXXXIII (1909), p. 387 ; *Rendle* in Catalogue of the Plants collected by *Talbot* in Oban district, South Nigeria (1913), pp. 116 et 150.

Chaumes de 13-20 cm. de haut.

Nigeria : Oban district (Talbot, n. 956).

Cameroun : Nkolebunde, Malende-Ufer (Ledermann).

Guaduella marantifolia *Franchet* in BULL. SOC. LINNÉENNE PARIS (1887), p. 676 (¹) ; *R. Schlechter,* West-Afrik. Kantschut. — Exped. Berlin (1900), p. 269 ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas, II, p. 130.

Chaumes atteignant 60 cm. de haut.

Muni-River, Corisco Bay (R. Schlechter, n. 12827).

Gabon (R. P. Duparquet).

Guaduella Mildbraedii *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. LI (1914), p. 422.

Chaumes de 20 cm. env. de haut.

Cameroun : entre Ebolowa et Kampa (Schultze, coll. Mildbraed, n. 6182).

Guaduella Zenkeri *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXXXV (1910), p. 211 ; *Rendle* in Catalogue of the Plants collected by Talbot in Oban district, South Nigeria (1913), pp. 116 et 150.

Chaumes d'env. 40 cm. de haut.

Nigeria : Oban district (Talbot, n. 957).

Cameroun : Bipinde (Zenker).

(¹) Err. cal. *Guadella.*

PUELIA *Franchet*

Puelia acuminata *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXX (1901), p. 125 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 151.

Chaumes de 15-18 cm. de haut.

Cameroun : Barombi (Preuss, n. 277) ; Kribi (Dinklage, n. 1035).

Puelia ciliata *Franchet* in BULL. SOC. LINN., PARIS (1887), p. 674 et in REV. GÉN. DE BOT. II (1890), p. 465, pl. XXV ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas II, p. 130 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 150, pl. LXXXXIV, fig. A.

Herbacé d'env. 30 cm. de haut.

Cameroun : Bipinde (Zenker).

Congo français : Baugui (Chevalier).

Côte d'Ivoire : Bassin du Cavally (Chevalier) ; entre Grabo et Tate (Tepos) (Chevalier).

Gabon (Griffon de Bellay).

Puelia Dewevrei *De Wild* et *Th. Dur.* in ANN. MUSÉE CONGO sér. II (1899), p. 77 ; *Dur.* Syll. Congol., p. 649 ; *De Wild.* Études Fl. Bas- et Moyen-Congo III (1910), p. 162 et (1912), p. 387 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 150.

Herbacé.

Congo belge : Entre Léopoldville et Sabuka (M. Laurent) ; Sabuka (Ém. et M. Laurent) ; Kimuenza (J. Gillet) ; Lemfu (R. P. Butaye) ; Lokandu (Dewèvre) ; Ibaka (Ém. et M. Laurent).

Puelia Schumanniana *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXX (1901), p. 126 ; *Camus,* Les Bambusées (1913), p. 150 ; *Engler,* Pflanzenw. Afrikas II, p. 130 et 134 fig. 107.

Chaumes de 50-70 cm. de haut.

Cameroun : Bipinde, Bakuko-Bergen (Zenker, n. 2074).

Puelia subsessilis *Pilger* in *Engler,* BOT. JAHRB. XXX (1901), p. 124 ; *Camus,* Les Bambusées (1918), p. 151.

Chaumes de 30-40 cm. de haut.

Cameroun : Bipinde (Zenker, n. 991).

Puelia sp., *A. Chevalier,* Études Fl. Afrique française I (1913), p. 378.

Congo français : Baugui (A. Chevalier).

Dans toute l'Afrique, là où l'altitude est élevée, où n'existe donc pas de vraie forêt tropicale, mais bien une forêt brumeuse et relativement humide, on peut espérer rencontrer des bambous de haute taille, et on en trouve même en dehors de ce genre de stations.

Cette question mérite d'attirer l'attention des chercheurs, car à côté d'un grand intérêt géo-botanique, elle présente des aspects économiques dont l'importance est considérable tant pour l'avenir des peuplades indigènes que pour le commerce européen.

M. Alph. Proost envoie la note ci-dessous :

Je crois devoir rappeler l'attention de la Section sur les communications que j'ai faites en 1900 et 1901 sur la *sidération,* c'est-à-dire la fixation de l'azote atmosphérique par les plantes cultivées et leur enfouissement en vert pour introduire dans les sols stériles l'azote et l'humus qui leur manquent.

J'ai fait mes premiers essais à Postel, chez le baron de Broqueville père, en 1867. A cette époque le monde savant n'admettait pas la théorie formulée par Georges Ville, professeur au Muséum de Paris.

Boussingault et ses disciples la contredisaient et lorsque en 1885, pour la démontrer j'instituai au jardin botanique de Louvain ses cultures dans le sable, feu Damseaux, professeur à Gembloux, plaisantait volontiers mon enseignement sur ce point qui intéresse si fort notre agriculture *extensive* parce que la sidération permet de mettre en valeur des sables stériles.

Depuis lors, la preuve est faite par de nombreux agronomes belges et étrangers. A ce propos, je rappelle à la Section l'article que j'ai publié dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, l'année de ma présidence en 1901, quand j'ai dirigé l'excursion dans la vallée de la haute Dyle, à Ottignies, Mousty et environs (¹).

(¹) Tome XX, 2e série, p. 307 et suiv.

M. Arm. Renier entretient les membres de la Section de la *découverte d'échantillons fossiles d'Omphalophloios anglicus Sternberg sp.* (¹).

1) Le genre *Omphalophloios* D. White 1908 représenté jusqu'ici par une seule espèce dénommée, *Omphalophloios anglicus* Sternberg sp. 1824, a été créé par des restes de végétaux qui, typiquement, sont des axes généralement simples, parfois divisés dichotomiquement ou encore suivant une disposition spiralée, et dont la surface est ordinairement divisée en coussinets subrhomboïdaux, disposés en spirale et encore alignés en files sensiblement longitudinales, parfois mal ou même non délimités, mais ordinairement séparés par des sillons sinusoïdaux plus ou moins longitudinaux, très déliés, tantôt indépendants, les coussinets d'une même file longitudinale étant confluents, tantôt se rejoignant directement ou par des travées, les coussinets se trouvant ainsi individualisés. La surface des coussinets est régulièrement convexe, sans carène ou sillon longitudinal, sauf sur les échantillons déformés. Vers le milieu du coussinet, broche une cicatrice ou saillie triangulaire aussi large que haute, à base concave disposée transversalement, et marquée, en son milieu, d'une cicatricule ponctiforme ou ovalaire. L'écorce, d'apparence lisse, est finement chagrinée par des ponctuations, qui, parfois alignées, convergent alors vers la cicatrice centrale du coussinet.

Cette esquisse de diagnose, limitée aux seuls traits indiscutés, caractérise assez classiquement le genre en question. Nous aurons l'occasion de la compléter dans la suite.

2) Ainsi que le fait déjà ressortir cette diagnose, ces axes sont d'ornementation polymorphe.

Aussi les a-t-on rapportés, durant longtemps, soit au genre *Lepidodendron* Sternberg 1820, ç'a été le cas de Sternberg et de Lesquereux, ou encore à sa variante *Aspidaria* Presl 1838, soit au genre *Stigmaria* Brongniart 1822, ainsi que l'ont admis Bron-

---

(¹) Pour la bibliographie antérieure à 1912, cf. R. Cambier et A. Renier : Observations sur *Cyclostigma Macconochiei* Kidston sp. et *Omphalophloios anglicus* Sternberg sp. — Ann. Soc. géol. Belgique. Mém. in-4°, 1911-1912, pp. 33-35 et encore W. Jongmans : Lycopodiales. I. *in* Fossilium catalogus. II. Plantae, editus a W. Jongmans. Pars I. — Berlin. W. Junk, 1913.

gniart et M. Kidston. La forme rhomboïdale plus ou moins allongée longitudinalement qu'affectent les coussinets de certains échantillons d'*Omphalophloios* justifie un rapprochement avec les *Lepidodendron ;* les coussinets d'*Omphalophloios* deviennent-ils peu distincts, la plante a un faux air de *Stigmaria.*

Ce fut M. D. White, qui établit l'indépendance générique des *Omphalophloios,* et de façon si nette qu'elle fut tout aussitôt unanimement admise.

3) On n'a dénommé jusqu'ici qu'une seule espèce d'*Omphalophloios.* Si la dénomination spécifique admise par M. White pour le génotype est *Omphalophloios cyclostigma* Lesquereux 1879, il convient, comme l'a proposé M. Kidston, d'y substituer celle d'*Omphalophloios anglicus* Sternberg sp. 1824, car les deux formes ne présentent pas de différences sensibles.

4) *Omphalophloios anglicus* est une espèce rare du Carboniférien moyen ou, plus exactement, du Westphalien supérieur.

Elle a été découverte en Angleterre, dans le seul bassin du Somersetshire, qui semble n'en avoir fourni que des formes lépidodendroïdes, dont les cicatrices sont assez déformées.

Elle a été récoltée ensuite aux États-Unis. Les échantillons étudiés par M. D. White établissent très nettement le polymorphisme.

Les récoltes ont été particulièrement abondantes en Belgique où l'espèce n'est pas d'une rareté excessive. Aux principaux gîtes déjà signalés dans l'étude monographique que j'ai publiée avec la collaboration de M. Cambier, il faut ajouter : Puits n° 10 de Griseuil, toit de la couche n° 10, à 1100 m. ; Charbonnages de Marcinelle-Nord : Siège n° 10 (Cerisier), toit de la Veinette sur Grand Mambourg, à 165 m. et, peut-être, Charbonnage de Forte Taille : Siège Espinoy, toit de la couche dite Léopold, à l'étage de 700 m. Hormis un seul cas où le gîte semblait être autochtone, on n'a rencontré que des lambeaux d'écorces gisant isolés et d'une détermination difficile.

Plus récemment, l'espèce a été signalée à Sarrebrück au sondage Velsen II, à un niveau qui correspondrait à la limite entre les zones à houilles grasses et à houilles flambantes (1).

---

(1) Oscar Hörich : Ein in Deutschland gefundenes Stück von Omphalophloios anglicus. — JAHRB. PREUSS. GEOL. LANDESANST. für 1915 ; Bd. XXXVI, Teil II, Heft I, 1915, Seit. 90-101, Taf. 3.

5) La rareté des restes fossiles d'*Omphalophloios* explique jusqu'à certain point les incertitudes des paléobotanistes.

La disposition spiralée des cicatrices porte à considérer ces débris comme étant ceux d'une lycopodinée ; d'autre part, leur disposition régulière a fait conclure que ces axes avaient été, non pas des racines, mais des tiges. Les avis étaient toutefois partagés sur le point de savoir s'il s'agissait de tiges aériennes ou de rhizomes.

D'ailleurs la constitution des cicatrices foliaires était obscure.

C'est surtout sur l'élucidation de ce dernier point que se sont portés nos premiers efforts. Nous avons pu mettre nettement en évidence sur les échantillons belges que le champ circulaire, qui accompagne la saillie triangulaire sur tous les échantillons anglais et certains spécimens américains, est accidentel, ainsi que l'avait déjà entrevu M. D. White, et qu'il est dû à la persistance d'un organe extérieur à la tige. Nous avons cru pouvoir considérer que cet organe n'était autre que la base de la feuille, interprétation contre laquelle on ne nous fit pas d'objection, bien qu'à la réflexion elle nous apparaisse aujourd'hui vraiment exceptionnelle, étant donné que, chez toutes les autres lycopodinées, la déhiscence des feuilles est totale. En outre, pour admettre cette interprétation, il fallait inverser l'orientation proposée par M. Kidston et par M. D. White. Nous crûmes pouvoir ne pas nous arrêter à cette objection, parce que seul un échantillon nettement bifurqué eût permis de décider de l'orientation naturelle des axes. Or, si M. Kidston avait eu l'occasion d'étudier jadis semblable échantillon, il ne l'avait pas figuré et ignorait d'ailleurs ce qu'était devenue la collection de M. Georges West, de Camerton, dont il faisait partie. D'autre part, M. White avait déclaré douteuse la bifurcation d'un des spécimens par lui étudiés : il se pouvait qu'il n'y eût qu'apparence de bifurcation par suite de superposition. Nous maintînmes donc notre interprétation. La suite des recherches a prouvé que nous avions eu tort.

6) En septembre 1913, à l'occasion d'une visite au Musée national des États-Unis à Washington, j'ai pu, grâce à l'amabilité de M. D. White, examiner l'échantillon (U. S. Nation. Museum 5636) considéré par lui comme un exemple douteux de bifurcation. Après examen approfondi, j'en suis arrivé à la conviction, —

que M. White m'a d'ailleurs déclaré partager, — que cet échantillon est réellement bifurqué. Mais, accident fréquent, il s'est produit au cours du tassement des sédiments, qui enrobent ces débris d'axe, un mouvement qui a provoqué un peu de chiffonnage à l'endroit même où la bifurcation contrariait l'étalement.

Un premier point est donc hors de doute : l'orientation admise par M. Kidston et par M. White est correcte.

Dans ces conditions, quelle peut être la nature de cet organe qui, accolé à la cicatrice foliaire proprement dite, provoque la formation du champ circulaire généralement considéré comme en faisant partie intégrante ?

Puisque ce ne peut être la base de la feuille, ce doit être un sporange : telle fut la conclusion qui m'apparut évidente.

Il est d'ailleurs à remarquer, que la cicatrice foliaire étant orientée correctement, sa base légèrement concave tournée vers le haut, est normalement surmontée d'une plage plus étroite de forme ogivale qu'il est plus logique de supposer libre que recouverte, ainsi qu'il fallait l'admettre dans l'hypothèse que l'empreinte circulaire représentait la base de la feuille. M. Kidston avait déjà suggéré l'idée que la trace ogivale est en rapport avec la ligule.

Les échantillons américains sont tous de trop piètre conservation pour permettre une vérification, car semblant provenir de fouilles assez superficielles, ils sont fortement altérés et peu ou point charbonneux.

Sur certains de nos échantillons au contraire, la pellicule charbonneuse du champ circulaire, nettement distincte de celle de la cuticule de l'axe, apparaissait épaisse, résistante.

Nous y avions déjà relevé des stries concentriques, qui pouvaient n'être que le résultat de froissements.

Un nouvel examen de toute la série dont je disposais me fit constater la preuve cherchée sur un échantillon figuré sous le n° 9 et consistant en lambeaux isolés de cuticule.

La photographie publiée, ayant été exécutée dans l'ignorance de ces détails, ne les reproduit toutefois qu'imparfaitement. Elle montre cependant de façon assez nette que le champ circulaire noté *f* est loin d'être aussi lisse que ceux désignés par la même lettre sur l'axe de vingt centimètres de diamètre représenté par les figures 1 et 5. A la loupe, on y remarque trois impressions circulaires contiguës, d'un millimètre environ de diamètre et accolées comme des mégaspores développées en tétrade. Des détails analogues se remarquent sur des cicatrices voisines.

Ayant alors fait part de cette constatation à mon collaborateur, je reçus en retour un dernier échantillon de la série récoltée dans le toit de la couche Cinq Paumes du puits Résolu.

De tous, c'était presque le plus beau et, en tout cas, le plus important.

Cet échantillon est un axe de 9 cm. de largeur, très affaissé, et réduit à sa cuticule qui enserre un noyau d'argile de remplissage, au milieu duquel se retrouve la trace du ligneux.

La face supérieure de l'axe est peu déformée ; aussi est-il remarquable que les coussinets foliaires n'y soient pas délimités. Les cicatrices, dont l'écartement, de 6 mm. au bas, n'est plus que de 4 mm. au haut, font cependant saillie nette ; leur champ triangulaire broche, dirigé vers l'extérieur et vers le haut, délimitant ainsi une assise horizontale au milieu de laquelle est disposée la trace ogivale. C'est là une attitude toute nouvelle, inconnue jusqu'à ce jour. C'était certainement l'attitude naturelle de jeunesse. De-ci de-là, on aperçoit au-dessus de la cicatrice foliaire l'indication d'un champ circulaire concave de 5 à 6 mm. de diamètre.

La face inférieure de l'axe, c'est-à-dire, celle sur laquelle il s'est couché, est beaucoup plus remarquable. Ici encore, quelques cicatrices assez saillantes quoique déjà écrasées. Ailleurs, mêmes cicatrices avec pellicule brillante recouvrant le champ circulaire. Sur la plus grande partie de l'échantillon, macrospores charbonneuses de 1 mm. de diamètre, encore en position dans les champs circulaires, nettement développées en tétrades, à raison d'au moins deux tétrades de mégaspores par sporange. Les sporanges étant contigus à la façon de ceux de l'échantillon (négatif) représenté planche X, fig. 8, l'échantillon semble littéralement saupoudré de mégaspores. Un essai d'isolement des spores à l'aide de réactifs oxydants n'a pas donné de résultat : la pellicule charbonneuse a été quelque peu glissée et est trop nettement clivée.

7) Ces observations nouvelles conduisent à considérer comme définitivement tranchées certaines questions encore pendantes.

Les *Omphalophloios* représentent bien des végétaux autonomes. Tant que ces axes pouvaient être considérés comme des rhizomes, on pouvait se demander s'ils ne représentaient pas les organes souterrains de lycopodinées déjà connues par leurs organes aériens, mais d'aspect tout différent : ainsi en est-il des *Stigmaria* par rapport aux *Lepidodendron*.

Les *Omphalophloios* étaient des lycopodiales arborescentes dont les tiges atteignaient un diamètre de 20 centimètres. Elles possédaient d'ailleurs, à en juger par l'empreinte de leur *medulla*, un bois secondaire très développé.

Les *Omphalophloios* étaient, d'après leur mode de fructification, de gigantesques Sélaginelles, ou, si l'on veut attacher une importance réelle à la disposition des feuilles, des lycopodinées arborescentes du type *Lycopodium selago*. C'étaient donc des lycopodinées éligulées, voisines des *Cyclostigma* (y compris *Pinakodendron*).

Touchant la diagnose, il y a lieu à remarques nouvelles en ce qui concerne et la cicatrice foliaire et le coussinet foliaire.

Les *Omphalophloios* avaient la cicatrice foliaire constituée d'une surface triangulaire, qui, chez le génotype, était aussi large que haute et marquée en son milieu d'une seule cicatrice vasculaire en forme d'œillet allongé transversalement. La cicatrice foliaire était *surmontée* d'un champ ogival ou en fer à cheval, divisé longitudinalement en trois parties par une bande médiane.

Toutes les feuilles paraissent avoir été garnies à leur base d'un sporange volumineux et dont la membrane a souvent persisté après la chute des feuilles, même sur des tiges atteignant un diamètre de 20 centimètres.

Le champ circulaire concave résultant du développement du sporange, ou encore la persistance de sa membrane, ont provoqué dans la plupart des cas, une oblitération des caractères réels de la cicatrice foliaire, au cours de la fossilisation.

Les *Omphalophloios* ne possédaient pas de coussinet foliaire défini. Sur les tiges jeunes, les cicatrices foliaires faisaient une saillie progressive sur l'écorce.

Le bombement était régulier. La cicatrice triangulaire bordait extérieurement une plage presque horizontale, sur laquelle s'étalait la cicatrice ogivale. Cette plage servait d'appui au volumineux sporange.

La distinction des coussinets, souvent lépidodendroïdes, était cependant rapide dans certains cas, même sur des rameaux très jeunes.

Le polymorphisme est encore plus grand qu'on ne l'a indiqué jusqu'ici.

Enfin, au point de vue éthologique, la rareté des gîtes autochtones d'*Omphalophloios* semblerait témoigner du fait que ces végétaux n'avaient pas un habitat aussi marécageux que celui des *Lepidodendron*.

8) La forme découverte par M. F. F. Mathieu dans le toit de la couche Richesse des Charbonnages du Nord de Charleroi et que nous avons figurée dans notre première étude sur *Omphalophloios anglicus* (pl. XI, fig. 11-13) comme *Omphalophloios* sp., est certainement distincte du génotype, bien que, comme nous l'avons déjà annoncé, elle ne possède pas de strobiles définis.

Il est cependant, aujourd'hui plus qu'hier, facile d'établir l'homologie des deux formes, sur la base des détails de l'écorce et surtout de la constitution de la cicatrice foliaire, en sorte que cette seconde forme doit, à mon sens, être maintenue dans le genre *Omphalophloios*.

Je proposerai la dénomination *Omphalophloios Deltenrei* en souvenir de l'ami qui a contribué pour une si large part au progrès des études paléobotaniques du terrain houiller de la Belgique.

J'espère pouvoir consacrer à cette espèce une étude plus approfondie.

9) Enfin il conviendrait d'examiner si le genre *Omphalophloios* a une valeur définitive.

Nous avons, M. Cambier et moi, déjà attiré l'attention sur ses analogies avec le genre *Asolanus* Wood 1860, qui n'est encore représenté que par *Asolanus camptotaenia* Wood.

En ce qui concerne la cicatrice foliaire, ces analogies étaient particulièrement évidentes, alors que nous assignions aux *Omphalophloios* une orientation inverse de leur attitude naturelle. Mais comme les *Asolanus* n'ont, à ma connaissance, été jusqu'ici observés qu'à l'état d'axes non bifurqués, on peut se demander si on ne s'est pas mépris sur l'orientation réelle des *Asolanus*. Ce genre mal connu mériterait, en tout cas, de faire l'objet de récoltes méthodiques.

Quatrième Section

Jeudi 15 avril 1920. — La Section s'est réunie, le jeudi 15 avril, à l'issue de l'Assemblée générale, sous la présidence de M. le Dr Van Keerberghen.

M. le Dr Boine (Louvain) présente à la Section un mémoire où il étudie, en se basant sur de nombreuses recherches et observations personnelles, *le traitement du goitre exophtalmique ;* il insiste sur le traitement radiothérapique dont il expose les indications et les avantages qu'il en a retirés.

Un échange de vues s'établit ensuite sur les conclusions de l'auteur. MM. Goris, Morelle, Matagne, Van Ysendyck y prennent part. M. le Dr Goris, qui fait autorité en cette matière, émet des avis et considérations d'un vif intérêt quant aux indications de l'intervention chirurgicale et aux résultats qu'on en peut attendre ; il n'hésite pas à considérer l'opération comme contre-indiquée pour les cas invétérés ; les cas débutants, en revanche, guérissent par l'intervention opératoire, au moins au sens clinique du mot. Le Dr Matagne s'est bien trouvé de l'emploi de la Radiumthérapie.

Cet important travail sera, selon la règle en vigueur, soumis à l'examen de deux membres de la Section, auxquels est laissé le soin de décider sa publication parmi les mémoires insérés aux ANNALES(1).

L'ordre du jour appelle, ensuite, une communication de M. le Dr Schockaert, professeur à l'Université de Louvain, ayant pour titre : ***Tuberculose et puerpéralité.***

La question de l'influence qu'exerce la puerpéralité, envisagée dans son sens le plus large : grossesse, accouchement, allaitement, sur la tuberculose, et particulièrement sur la tuberculose pulmonaire, est une de celles auxquelles la guerre a donné une importance considérable, par suite de l'hypo-alimentation qui a affligé non seulement les populations ouvrières, mais aussi, et peut-être plus, surtout à l'heure présente, les classes bourgeoises. Conséquence funeste de la guerre mondiale, la tuberculose a fait des ravages dans tous les pays impliqués dans le cataclysme. Aussi nous semble-t-il utile d'exposer brièvement l'état de la question, dans l'intérêt des pauvres malades atteintes du fléau et aussi dans celui du praticien qui est si souvent appelé à donner son avis au sujet d'un mariage projeté ou à soigner des tuberculeuses ou prétuberculeuses en état puerpéral.

---

(1) Ce mémoire paraît dans la 2e partie du présent fascicule.

Et d'abord, la grossesse est-elle capable de faire éclore à elle seule la tuberculose pulmonaire chez des personnes issues de souche tuberculeuse, mais indemnes jusque-là, ou du moins chez des personnes en état de tuberculose latente, c'est-à-dire à lésions anciennes guéries ?

A priori on peut répondre affirmativement à cette question lorsqu'il s'agit de personnes prédisposées ou en état de tuberculose latente présentant de sérieux troubles digestifs imputables à la gestation : anorexie, nausées, vomissements. La dénutrition qui en résulte donne un coup de fouet aux foyers anciens ou met la personne en état de résistance moindre vis-à-vis de la contagion extérieure. Mais, abstraction faite des troubles de nutrition, on comprend aisément que la décalcification propre à la grossesse, la gêne de la respiration provoquée par le développement progressif de l'utérus, le surplus de travail imposé au cœur et à tout l'organisme de la femme peuvent faire naître la tuberculose chez des femmes prétuberculeuses ou à foyers tuberculeux éteints.

Toutefois il y a de nombreuses exceptions à la règle, et il est bon de s'en souvenir lorsqu'on est consulté dans une question de mariage : assez souvent des femmes à antécédents familiaux et même personnels de tuberculose se voient raffermir leur santé par une grossesse, notamment lorsque l'appétit est augmenté du fait de la gestation et que, bien nourries, elles ne sont pas astreintes à de grandes fatigues corporelles. Les conditions sociales et hygiéniques dans lesquelles elles vivent ont ainsi une grande importance.

Quant à la tuberculose établie avant ou survenant pendant la gestation, elle s'aggrave en général du fait des modifications physiologiques que celle-ci entraîne dans l'organisme de la femme et que nous venons de signaler, surtout si la femme est affligée d'anorexie, de nausées, de vomissements ou d'un mauvais fonctionnement d'un quelconque de ses émonctoires. Alors les lésions pulmonaires s'aggravent notablement et peuvent prendre une marche rapide, presque galopante : phtisie galopante, granulie, généralisation. Mais encore y a-t-il ici des exceptions à la règle : l'action de la tuberculose sur la grossesse est parfois nulle ou même bienfaisante, notamment lorsque la femme enceinte, ne présentant qu'un début de tuberculose à marche lente, gagne meilleur appétit et voit se relever sa nutrition générale. On comprend qu'une bonne direction de l'hygiène de la grossesse et l'absence de fatigues corporelles, malheureusement peu réalisables dans les classes pauvres, contribuent pour une grande part à cette amélioration de l'état général et par conséquent à l'atténuation des lésions pulmonaires.

J'ai soigné à ma consultation gratuite une pauvre femme qui, atteinte de lésions pulmonaires graves, a mené à terme deux grossesses et a l'air de se porter parfaitement.

Quelle est maintenant l'influence de l'accouchement proprement dit, des suites de couches et de l'allaitement, sur la tuberculose pulmonaire ?

L'accouchement comme tel peut avoir une influence néfaste sur les lésions pulmonaires. En effet les efforts de l'expulsion, par suite de l'augmentation de la tension vasculaire qui les accompagne, peuvent, à un moment donné, provoquer un pneumothorax ou des hémoptysies graves, parfois mortelles, soit par leur abondance dans un organisme déjà affaibli et à bout, soit par la gène de la respiration, en souffrance du fait du grand volume de l'utérus.

Le post-partum constitue l'époque critique des tuberculeuses : la fatigue et les hémorragies qui ont accompagné l'accouchement, l'épuisement des suites de couches entraînent très souvent une aggravation subite et rapide des lésions pulmonaires, qui jusque-là avaient eu une évolution lente ou avaient même présenté une atténuation pendant la grossesse, du fait du relèvement de l'état général. C'est surtout dans le post-partum qu'on assiste à la généralisation de la tuberculose ou granulie, véritable septicémie tuberculeuse, qui peut être prise pour une infection puerpérale et qui entraîne la mort en quelques jours.

A cette occasion je tiens à appeler l'attention sur l'importance de l'énumération des globules blancs.

L'infection puerpérale s'accompagne généralement d'une leucocytose marquée. Dans de nombreux cas d'infection génitale post-partum ou post-abortum, l'examen du sang nous a révélé de 35 000 à 50 000 leucocytes, alors que dans un cas de granulie survenue à la suite d'une fausse couche, il n'y en avait que 3400 et puis 2500. Dans les cas douteux d'infection survenant pendant le post-partum l'hyperleucocytose est donc un signe plaidant en faveur de l'infection puerpérale banale, alors que la leucopénie est un signe d'infection tuberculeuse.

L'allaitement comme tel constitue également une cause aggravante de la tuberculose pulmonaire par suite de l'affaiblissement qui en résulte et peut-être de la décalcification qui est plus intense pendant cette période que pendant la grossesse.

Passons maintenant en revue quelques autres formes de tuberculose plus ou moins fâcheusement influencées par la gravidité.

La localisation de la tuberculose qui s'aggrave le plus du fait de la grossesse est la phtisie laryngée. Que celle-ci ait débuté avant ou qu'elle se manifeste pendant la gestation, elle a généralement une évolution très rapide et se termine dans 90 % des cas par la mort avant la fin de la grossesse. La raucité de la voix, la douleur, les quintes de toux, la difficulté de la déglutition et même des crises d'asphyxie se succèdent rapidement. Dans ce dernier cas la trachéotomie peut devenir nécessaire pour conjurer le danger imminent de mort.

On peut expliquer l'influence néfaste que la grossesse exerce sur la tuberculose laryngée, par le fait que la gravidité produit certains troubles trophiques dans la muqueuse du larynx. En effet, chez les trois quarts des femmes enceintes on constate de la rougeur et du gonflement des fausses cordes vocales, par suite d'un œdème sous-muqueux et de l'épaississement de l'épithélium.

La méningite tuberculeuse pendant la grossesse mérite une mention spéciale. Les premiers symptômes : vomissements, constipation, céphalée, sont souvent considérés comme des troubles sympathiques de la grossesse ; l'agitation et les crises qui surviennent ensuite font penser à l'éclampsie. On arrivera à faire le diagnostic par l'aspect général, la fièvre, le commémoratif, l'absence d'albumine dans les urines, la ponction lombaire et l'examen du liquide céphalo-rachidien, où il y aura prédominance des lymphocytes en cas de méningite tuberculeuse.

La péritonite tuberculeuse pendant la grossesse doit être assez rare ; en effet, je considère que dans le cas de péritonite tuberculeuse en dehors de la grossesse, les trompes sont le plus souvent, si pas toujours, atteintes elles-mêmes ; je crois même que la tuberculose abdominale débute presque toujours par les trompes, qui communiquent en quelque sorte avec l'extérieur par l'intermédiaire de la cavité utérine. La fréquence de la tuberculose tubaire peut seule expliquer la prédominance de la péritonite tuberculeuse chez la femme, qui en est cinq fois plus souvent atteinte que l'homme. Ce qui corrobore encore ma manière de voir, c'est que la simple laparotomie pour péritonite tuberculeuse n'a généralement pas guéri mes malades, alors que l'extirpation de l'utérus et des annexes, qui, comme je viens de le dire, sont presque toujours atteintes de lésions tuberculeuses, a été suivie de superbes guérisons.

Je sais que la plupart des auteurs admettent que, contrairement à l'infection gonococcique qui suit une marche ascendante, l'infection tuberculeuse envahit les organes génitaux du dedans, c'est-à-dire par voie descendante ou hématogène, en suivant les vaisseaux sanguins après dissémination des bacilles de foyers primaires désagrégés, surtout des ganglions bronchiaux. On pense encore que la tuberculose peut se propager à la sphère génitale par l'intermédiaire des intestins, de la vessie, de la séreuse péritonéale. On n'admet guère que les bacilles de Koch, dépourvus de mouvements propres, puissent suivre la voie ascendante en cheminant le long de la muqueuse génitale contre le courant des sécrétions utérines et tubaires et contre les mouvements de dedans en dehors des cils vibratiles qui tapissent la matrice et les trompes.

Et pourtant le fait, que dans nombre de cas on n'a trouvé en dehors des foyers génitaux aucun autre foyer tuberculeux et que l'extirpation des organes génitaux atteints de tuberculose m'a donné de superbes guérisons, me semble prouver que la tuberculose génitale est plus souvent isolée qu'on ne le pense et que par conséquent la propagation par voie ascendante ne peut être mise en doute.

Voici quelques modes de propagation exogène de la tuberculose aux organes génitaux.

La poussière des rues emportant des crachats desséchés de tuberculeux, les doigts, les instruments, les linges, la masturbation sont toutes causes pouvant amener à la sphère génitale des bacilles de Koch, pouvant s'inoculer dans quelque plaie ou érosion externe. Cette plaie infectée peut constituer le foyer primaire ou plus souvent une porte d'entrée qui, tout en ne réagissant pas et ne présentant pas d'ulcération, permet aux bacilles d'envahir l'utérus, les trompes ou les ovaires, le long des vaisseaux lymphatiques.

Le sperme d'un homme atteint de tuberculose testiculaire semble être également une cause d'infection : en effet, les spermatozoïdes peuvent entraîner des bacilles dans la profondeur de la sphère génitale.

Signalons enfin une cause d'infection peu connue, mais qui me paraît réelle. Souvent, à la place de vaseline, l'homme du peuple emploie comme substance lénifiante sa propre salive ; si cette salive est infectée de bacilles, on conçoit le danger de contagion pour la femme. Tout ceci pour dire que, dans le cas de péritonite tuberculeuse, les trompes sont très souvent atteintes, et ont même constitué la voie de propagation des bacilles au péritoine, et que par conséquent la péritonite tuberculeuse doit se compliquer rarement de grossesse.

Il y a, comme en dehors de la gestation, deux formes de péritonite tuberculeuse : la forme ascitique et la forme sèche.

Dans la première, on observe, outre l'ascite, des douleurs, de la fièvre, de la dyspnée, une altération profonde de l'état général. L'augmentation rapide du ventre peut faire songer à l'hydramnios. La grossesse est souvent interrompue.

Dans la forme sèche, les adhérences que l'utérus en voie de développement a contractées avec les organes voisins entraînent fréquemment des douleurs, des nausées, des vomissements. Lors du travail, les contractions utérines sont très douloureuses et souvent faibles.

Quant aux autres localisations bacillaires, notamment aux organes génitaux en dehors de l'utérus et des annexes, aux reins, à la vessie, aux seins, aux os et articulations du bassin (coxalgie, sacro-coxalgie), elles sont généralement aggravées par l'état puerpéral, sans doute par suite d'une vascularisation plus active dont ces divers organes sont le siège du fait de la grossesse.

Les tuberculoses cutanées et surtout le lupus subissent également une aggravation pendant la gravidité.

Pour ce qui regarde les autres localisations tuberculeuses, osseuse, articulaire ou ganglionnaire, en dehors de la sphère génitale, elles ne semblent guère être influencées par la grossesse. Pinard n'a jamais vu un cas de tuberculose osseuse aggravé par le fait de la gestation. Il n'a jamais non plus constaté un réveil de tuberculose chez des femmes coxalgiques ou cyphotiques par mal de Pott.

Étudions maintenant l'influence que la tuberculose pulmonaire exerce sur la grossesse et sur le fœtus.

D'une part, la tuberculose pulmonaire peut troubler l'évolution de la grossesse. Elle provoque souvent l'accouchement avant terme par suite de la mort primitive de l'enfant, intoxiqué ou infecté par les bacilles, ou bien par suite de l'apparition de contractions utérines due à la fièvre prolongée, aux accès de toux ou aux troubles de la circulation dans le cas de lésions pulmonaires étendues. Certains auteurs attribuent même à la tuberculose un grand nombre d'avortements de cause inconnue. Cette opinion me semble exagérée, mais elle est en tout cas à retenir. Par contre, on observe de nombreux cas où la tuberculose n'influence pas la grossesse, au point que celle-ci évolue sans incident jusqu'à terme et que l'enfant naît bien développé et vigoureux, sans avoir le moins du monde souffert de la maladie de sa mère. Cela s'observe surtout lorsque la tuberculose n'a débuté que pendant la gestation et n'a pas entraîné de troubles digestifs ou d'auto-intoxication maternelle. D'autres fois l'enfant, né vivant à terme, est chétif et souffreteux et succombe fréquemment dans les premiers jours de sa vie.

Ici se pose la question : L'enfant peut-il être atteint de tuberculose congénitale ?

Jusque dans ces derniers temps on a admis que le fœtus ne naît pas tuberculeux, n'hérite pas les bacilles de sa mère, l'hérédité paternelle étant exclue ; mais il naît tuberculisable, c'est-à-dire prédisposé à contracter plus facilement la tuberculose par contagion extérieure ; il n'y a pas hérédité de graine, mais hérédité de terrain ou hérédo-prédisposition. C'est ainsi que les enfants issus de mères tuberculeuses peuvent très bien ne pas contracter la tuberculose s'ils sont mis à l'abri de la contagion, à peu près certaine dans le milieu familial, et si, placés à la campagne dans d'excellentes conditions hygiéniques, ils trouvent de quoi modifier avantageusement leur tare héréditaire.

Faisons toutefois remarquer que dans ces dernières années on a publié assez bien de cas où l'on a trouvé des bacilles de Koch dans le foie, les poumons, la rate et les ganglions bronchiaux des nouveau-nés, de sorte que la transmission transplacentaire des bacilles, l'hérédo-contagion par voie placentaire, ou la tuberculose congénitale, ne constitue plus une éventualité tout à fait exceptionnelle.

Conduite à tenir.

Avant le mariage. — Lorsque le médecin est consulté au sujet du mariage d'une jeune fille à facies tuberculeux ou que des antécédents héréditaires semblent prédisposer à la tuberculose, il ne doit pas lui défendre d'une façon absolue le mariage, d'une part parce que ce n'est pas l'interdiction du médecin qui arrêtera les projets d'une jeune fille désireuse de se marier, et d'autre part parce que nombre de femmes à prédisposition tuberculeuse se fortifient, acquièrent une santé plus florissante en se mariant et en devenant enceintes, surtout si les conditions sociales sont favorables. Dans ce cas, la femme, devenue mère d'un enfant bien portant, ne manquerait pas d'incriminer le médecin trop sévère qui a froissé son amour-propre et dont elle se flatte de ne pas avoir suivi les conseils.

Lorsqu'on est en présence d'une jeune fille qui a été soignée pour des lésions manifestes de tuberculose pulmonaire, et qui, grâce à un traitement adéquat, semble réellement guérie, la question ne peut plus être tranchée d'une façon aussi catégorique. Voici ce que Rudaux dit à ce sujet :

« De nombreux facteurs doivent dans ce cas être passés en revue : le degré des lésions, la forme qu'a présentée l'affection, la rapidité de la guérison, l'époque à laquelle remonte cette dernière, la situation sociale de l'intéressée, son état de santé actuel. Il est certain que, si les lésions ont été très minimes, si la guérison a été obtenue rapidement et si elle remonte à plusieurs années, si la jeune fille a la facilité de prendre du repos, de vivre à la campagne, de faire de la suralimentation, on peut autoriser le mariage ou la grossesse, mais en ayant la précaution d'exposer à la famille les dangers possibles ; en tout cas, il nous paraît prudent de déconseiller l'allaitement d'abord, les grossesses répétées ensuite.

» Sommes-nous en présence d'une jeune fille ou d'une femme ayant eu des lésions accusées dont la guérison n'a été obtenue qu'avec beaucoup de difficultés, quelle que soit l'époque à laquelle elles remontent, quelle que soit sa situation sociale, quelque florissant même que soit son état de santé actuel, il est sage de suivre le conseil de Tarnier et de déconseiller le mariage ou la grossesse ».

Nous ajoutons toutefois que, même dans ce cas, il est prudent de se réserver une porte de sortie, parce que, comme nous l'avons dit, la grossesse n'amène pas toujours le réveil d'une tuberculose ancienne.

Lorsqu'il s'agit d'une femme en pleine tuberculose pulmonaire, il est évident que le médecin doit lui interdire sévèrement le mariage, en lui faisant entrevoir, pour la consoler et lui faire prendre patience, la réalisation de ses vœux après sa guérison.

Dans le cas de localisations tuberculeuses en dehors des poumons, l'attitude du médecin sera en général moins sévère, du moins si ces lésions semblent guéries. Il serait difficile, en effet, d'interdire le mariage à toutes les femmes qui ont eu une tumeur blanche, une coxalgie, une carie, des ganglions suppurés, etc.

La tuberculose rénale me semble comporter, au point de vue qui nous occupe, une attitude plus sévère que les autres localisations, parce qu'elle devient facilement bilatérale. Toutefois, si après l'extirpation d'un rein malade, l'état général se relève et si rien ne fait supposer des lésions de l'autre côté, à plus forte raison, si l'examen fonctionnel de ce rein indique qu'il est normal, on peut permettre le mariage, le rein sain pouvant très bien faire face, grâce à une hypertrophie compensatrice, au surcroît de travail qui lui sera imposé par une grossesse éventuelle. J'ai observé un cas typique à ce point de vue.

Pendant la grossesse. — Dans ces dernières années la question du traitement à instituer dans le cas de tuberculose compliquant la grossesse a été beaucoup discutée : « Faut-il traiter une femme enceinte tuberculeuse comme en dehors de l'état gravide, ou bien faut-il interrompre la grossesse ? »

Au point de vue purement scientifique, donc abstraction faite de la morale catholique, il y a des interventionnistes et des abstentionnistes.

Certains interventionnistes se basent sur l'aggravation fréquente de la tuberculose à la suite de la grossesse, de l'accouchement et du post-partum pour pratiquer systématiquement l'avortement médical avant quatre mois dans tous les cas de tuberculose pulmonaire donnant le moindre espoir de guérison. D'autres en sont même arrivés à préconiser l'hystérectomie totale chez les femmes enceintes tuberculeuses, l'hystérectomie partielle, c'est-à-dire l'excision de la portion de la paroi utérine sur laquelle est inséré le placenta, ou du moins la stérilisation temporaire ou définitive après l'évacuation de la cavité utérine !

Les abstentionnistes se contentent d'instituer le traitement purement médical en considérant, d'une part, que rien ne dit que la grossesse précipitera la marche de la tuberculose et que l'avortement médical en arrêtera l'évolution et ne l'accélérera même pas, et d'autre part, que l'interruption de la grossesse sacrifie de parti pris un enfant qui a beaucoup de chances de naître vivant et bien portant. Et qu'on ne fasse pas de distinction entre les premiers mois de la grossesse et les derniers, entre les cas de tuberculose au début et les lésions plus accusées et graves. En effet, si d'après certains interventionnistes, il ne faut intervenir qu'au début de la gestation et lorsque la tuberculose est au début, « quel est le médecin, quel est le gynécologue, quel est l'accoucheur, qui, en présence d'une femme en état de gestation depuis deux ou trois mois, et atteinte de tuberculose au début, pourra affirmer aujourd'hui que la tuberculose évoluera, restera stationnaire ou guérira ?

» Alors, sans indication précise, obéissant à l'influence du milieu, aux désirs des intéressés, on pratique l'interruption de la grossesse !

» J'avoue, Messieurs, que ceci n'est plus pour moi de la médecine, ce n'est pas l'avortement thérapeutique que l'on pratique, mais bien la prophylaxie de la naissance » (Pinard).

Si les lésions tuberculeuses sont plus graves, l'évacuation de l'utérus ne les arrêtera probablement pas ; on constate en effet souvent une marche plus rapide de ces lésions après l'avortement ou l'accouchement et le simple espoir, très sujet à caution, de prolonger un peu la vie à une malade qui est condamnée, ne légitime pas la suppression d'un fœtus. Nous approuvons hautement la parole du professeur Pinard : « dès que l'être humain est procréé, quel qu'il soit, et quel que soit son âge, il nous est sacré ».

Ajoutons à l'exemple de Bar que le problème de l'avortement médical dans le cas de tuberculose constitue une question très grave au point de vue social : c'est la voie ouverte à la pratique de l'avortement criminel « justifié par l'existence de lésions pulmonaires vagues, un état général complaisamment estimé mauvais ».

Nous pouvons donc nous ranger la tête haute dans la catégorie des abstentionnistes comme Pinard, Budin, Bouchard, Rudaux, etc.

Les raisons scientifiques s'allient harmonieusement dans cette question à nos principes catholiques. En présence d'une femme tuberculeuse en état de gestation, il faut par conséquent, comme le dit si bien Pinard, « soigner la tuberculose par tous les moyens possibles, afin de prolonger et la vie de la femme et l'évolution de la gestation ». D'une part, en soutenant les forces de la malade par la suralimentation (œufs, corps gras, pâtes alimentaires, fromage, sucre, purées, etc.), la cure de repos, le grand air, l'observance de toutes les règles hygiéniques, l'arsenic, une cure spécifique éventuelle, au besoin les lavements nutritifs en cas d'inappétence et de troubles gastriques, et d'autre part, en combattant par des potions appropriées les accès de toux pouvant entraîner l'avortement ou l'accouchement prématuré, on permettra à la gestation d'évoluer jusqu'à terme ou du moins jusqu'à une époque où le fœtus est parfaitement viable ; le médecin soignera ainsi et les intérêts de l'enfant et les intérêts de la mère et s'acquittera de sa noble mission qui consiste, non pas à supprimer la vie, mais à la conserver.

Si l'avortement médical est à condamner dans la tuberculose de la femme enceinte, il n'en est pas de même, dans certains cas, de l'accouchement prématuré artificiel. Celui-ci doit parfois être pratiqué dans les derniers mois de la grossesse, non pas dans l'intérêt de la mère, dont la vie ne serait plus qu'une question de jours, mais bien dans l'intérêt de l'enfant, lorsque la profonde intoxication ou l'asphyxie menaçant sa mère met sa propre vie en danger.

La césarienne de la femme morte ou agonisante ne donne guère de chance de sauver l'enfant, parce que dans ce cas celui-ci meurt généralement avant sa mère succombant par suite de son profond épuisement, de sa fièvre prolongée, de l'insuffisance de sa fonction respiratoire.

Pendant le travail. — Lorsque le travail s'est déclaré spontanément ou à la suite d'une manœuvre quelconque destinée à le provoquer dans l'intérêt de l'enfant, on évitera ou abrégera à la malade les efforts et les fatigues de la période d'expulsion, afin de prévenir des crises de suffocation, un pneumothorax, des hémoptysies. C'est ainsi que l'on fera l'extraction manuelle ou instrumentale de l'enfant dès que la dilatation du col le permettra, fût-ce même sous chloroforme. La dilatation méthodiquement rapide du col pourra rendre des services dans certains cas.

Quant à la délivrance, d'après le prof. Landouzy, il y aurait avantage chez les nouveau-nés de mères poitrinaires particulièrement atteintes, à lier immédiatement le cordon, afin d'éviter l'inoculation du fœtus avant la délivrance. En effet, dans le cas où il y aurait de la tuberculose placentaire, de la bacillisation du placenta, le malaxage du placenta lors de son décollement par l'utérus pourrait libérer des îlots de bacilles de Koch, qui infecteraient alors directement le fœtus.

Pendant le post-partum. — Le post-partum ne réclame aucune thérapeutique spéciale. Le traitement général sera continué, la femme sera entourée de tous les soins que réclame son état et ne pourra pas nourrir son enfant, quelque minimes que soient ses lésions. En effet, l'épuisement qui résulte de l'allaitement est nuisible à la guérison de la mère et des bacilles pourraient passer à l'enfant par le lait ; en outre, si les lésions sont ouvertes, l'enfant risque de s'infecter d'une façon plus directe encore. Dans ce dernier cas il convient même de l'éloigner du milieu familial, afin de le mettre à l'abri de la contagion. La tuberculose congénitale étant assez rare, l'enfant aura ainsi toute chance d'échapper à la maladie, surtout si une alimentation rationnelle, la vie au grand air, l'observance des règles générales de l'hygiène lui fournissent les moyens de modifier avantageusement son « hérédité de terrain », sa prédisposition à contracter la tuberculose au milieu des multiples causes de contagion qui nous entourent tous.

M. le Dr Van Ysendyck (Bruxelles) fait part de recherches patientes et minutieuses auxquelles il s'est livré, en vue d'établir une méthode rationnelle d'évaluation du régime alimentaire normal de la première enfance, basée sur les besoins calorimétriques de l'enfant et ses facultés organiques d'adaptation. Ces recherches font partie d'un travail d'ensemble, auquel notre collègue met en ce moment la dernière main ; elles témoignent du très louable souci de l'auteur de mettre fin à une pratique de l'alimentation où domine encore un empirisme éclairé seulement de données expérimentales incomplètes et trop peu éprouvées. Il s'attache, à cet effet, à mieux fixer la valeur nutritive des aliments destinés à l'enfant, en tenant compte des éléments d'appréciation fondamentaux énoncés ci-dessus. Ce travail important sera inséré parmi les mémoires.

M. le Dr Vervaeck (Bruxelles) fait savoir qu'il se propose de présenter à la Section, pour être publié dans les ANNALES, un mémoire ayant pour titre : « *Recherches sur les conditions de la robusticité constitutionnelle et étude de la méthode de Pignet, utilisée en partie ou en totalité, dans certains pays, pour le recrutement de l'armée* ».

Le bureau remercie M. le Dr Vervaeck ; il est décidé que la Section s'en remet aux rapporteurs, qu'elle désigne, du soin de conclure, après examen, à cette publication.

La question suivante est désignée pour être mise au Concours : *fixer par des recherches personnelles, les règles qui doivent présider à un établissement rationnel du régime alimentaire de la première enfance.*

Avant de se séparer, l'assemblée procède à l'élection du Bureau. Ont été élus :

Président : M. le Dr GORIS.
Vice-Présidents : M. le Dr SCHOCKAERT.
M. le Dr DELÉTREZ.
Secrétaire : M. le Dr WARLOMONT.

Le 16 avril, M. le Dr Matagne, a réuni dans son service, à l'Institut du Cinquantenaire, rue de Linthout, les membres de la Section, et leur a fait part des résultats qu'il a obtenus par l'emploi thérapeutique du Radium et par l'électro-coagulation, celle-ci intervenant souvent avec une remarquable efficacité dans les cas où le Radium est impuissant (Doyen, Goldsmith, Béclère). Il définit l'action du Radium employé contre les tumeurs malignes, telles que le cancer. Il ne se produit pas ici — comme on le pense souvent à tort — une destruction de la cellule, à l'instar d'une cautérisation ; le Radium n'est pas un caustique, mais un agent ayant la propriété d'abolir le pouvoir karyokynétique des cellules ; celles-ci, ne se multipliant plus, deviennent une substance étrangère, livrée à la phagocytose.

A l'encontre du cancer des cavités muqueuses, qui y est généralement réfractaire, le R influence favorablement les épithéliomes qui atteignent la peau seule, sans avoir dépassé les limites du derme (épithéliome de la face, du nez... application de R à 25 %, filtration d'un demi-millimètre) ; à noter qu'il subsiste peu de cicatrice. Contrairement à la technique de beaucoup de praticiens, il faut se borner à une séance unique, de 24 heures.

Dans le domaine de l'ophtalmologie, des résultats très favorables sont obtenus, l'œil supporte bien le R ; c'est ainsi que M. Matagne a triomphé d'un épithéliome mélanique épibulbaire pour lequel l'énucléation avait été proposée, d'un épithéliome ayant envahi la conjonctive bulbaire, et d'un papillome angiomateux étendu à toute la conjonctive oculaire et palpébrale. L'épithéliome papillaire de la langue, les chéloïdes, la leucoplasie linguale (ici séances nombreuses), la maladie du sein de Paget, le nœvus vasculaire plan, le nœvus saillant et la tumeur pigmentaire du nez (Wickham et Degrais) sont également justiciables du R ; des planches photographiques mettent sous nos yeux, comme pour les cas qui sont signalés ci-après, la transformation curative obtenue par le traitement. Très suggestif est un cas de lupus des lèvres et d'une partie de la face, après une rhinoplastie, mené à bien par une application du traitement tous les 3 mois, pendant deux ans ; les narines furent, ensuite, restaurées par voie opératoire. Même résultat avantageux dans un cas de parotidite tuberculeuse double qu'on avait tenté d'opérer, à Liége, mais sans oser aller jusqu'au bout de l'intervention.

Les affections dermatologiques peuvent aussi se trouver bien d'applications, en séries, du R (prurits, eczéma chronique *bien* *localisé*, psoriasis et acné...). Mais c'est surtout dans le domaine de la gynécologie que cette thérapeutique a toute son efficacité : dans le cancer et le fibrome, M. Matagne a obtenu des réparations remarquables (dans les cas de fibromes, arrêt des hémorragies après quelques semaines, disparition du néoplasme après quelques semaines ou un an).

Un cas de *goitre exophtalmique* a été traité par notre confrère en 1914 par des applications graduées de R ; il s'agit d'une jeune fille, qui nous est présentée : le goitre a disparu, il subsiste seulement un peu d'exophtalmie à droite, et d'hypertrophie du thymus ; quelques particularités intéressantes se sont produites pendant le traitement.

Le Radium échoue cependant, comme il a été dit, dans des cas de néoplasmes diffus et envahissants, dans les épithéliomes des cavités muqueuses, le cancer de la langue, les néoplasmes malins rongeants de la face, et en général les épithéliomes qui ont pénétré sous la région du derme. C'est ici qu'intervient l'*électro-coagulation,* préconisée et employée par Doyen, puis par Laforêt, Nagelschmidt et D'Halluin, notre collègue de Lille, surtout, à laquelle on peut joindre l'action du *cautère froid* (Laforêt), ainsi nommé parce qu'il ne rougit pas, mais qui, actionné par le courant électrique, sectionne net, employé sous la forme cutellaire, les tissus entrepris, sans amener d'hémorragie. Cette dernière technique s'applique très bien au cancer de la langue ; des sujets traités de la sorte depuis plusieurs semaines, nous sont présentés (épithéliome de la pointe et de la base); les tissus se détergent, les ganglions disparaissent. Nous assistons aussi à la réparation d'un épithéliome du nez (électro coagulation il y a un mois, après échec du R, employé ailleurs). Mais voici deux sujets opérés ces jours derniers : un homme (57 ans) qui avait subi l'énucléation de l'œil droit en 1913 pour un épithéliome de l'orbite (récidive) et une femme (59 ans) dont le néoplasme a rongé dans ses profondeurs la région nasale, on voit l'eschare blanche qui s'éliminera vers le 15ᵉ jour.

M. le Dʳ Matagne procède ensuite, devant nous, à des applications du traitement électro-coagulant, sous chloroformisation : un épithéliome de la face (sous-mentonnier) a été opéré chirurgicalement il y a quelques semaines, bourgeonnement récidivant : cautérisation par électrode olivaire montée sur manche isolateur en bois; un cancer double de l'orbite, chez un homme de vingt-huit ans a débuté par un épithéliome des deux caroncules lacrymales, le Radium a arrêté la marche du néoplasme d'un côté, mais l'autre côté, plus infiltré, a exigé une énucléation, puis, une électro-coagulation (novembre 1918); une repullulation se produit, réclamant une nouvelle intervention ; c'est un cas peu avantageux, non désespéré cependant.

Les membres de la Section ont été vivement intéressés par cet exposé et ces démonstrations, et en savent gré à leur laborieux collègue, qui s'est acquis dans le domaine de l'étude et du traitement des néoplasmes de nature maligne une autorité incontestée.

La question de la cure de ces tumeurs, et particulièrement du cancer, conserve une douloureuse actualité, et les efforts tentés pour l'obtenir, ne sauraient être trop encouragés. Le Radium et l'électricité, sous des formes d'applications particulièrement intensives (fulguration, électro-coagulation), viendront-ils en aide à la chirurgie pour amener ce résultat ? M. le D^r Matagne le pense, et il s'est attaché, avec une judicieuse opiniâtreté, à explorer ce terrain.

Il semble bien, d'après les faits déjà acquis, et d'après ses constatations et les démonstrations très probantes qu'il nous a données, que des indications se précisent, de plus en plus, pour une application fructueuse de ces méthodes. Parmi les restaurations qu'il nous a relatées, il en est du reste — à côté de récidives — qui remontent à une époque assez éloignée pour qu'il soit permis de croire à une cure définitive. Nous continuerons à suivre avec le plus vif intérêt les recherches de notre collègue ; il voudra bien continuer à mettre la Section au courant des résultats qu'il aura obtenus.

Cinquième Section

Jeudi 15 avril. — La Section procède à la constitution de son bureau. M. Éd. Van der Smissen, secrétaire, prie la Section de le décharger de ses fonctions qu'un surcroît d'occupations ne lui permet plus de remplir. Sont nommés :

Président : M. Morisseaux.
Vice-Président : M. J. Dechamps.

La Section charge son président de désigner un nouveau secrétaire.

La parole est donnée à M. M. Hauptmann pour une communication *sur le rôle de l'étalon monétaire dans le chaos économique actuel.*

Dans une communication que nous avons faite le 4 juillet 1917 à la Société Belge d'Économie Sociale, sous le titre *L'Organisation du Crédit après la Guerre*, nous avons notamment annoncé la prolongation de la crise économique intense que nous subissons actuellement.

Nous disions :

« Il est bien certain qu'après la guerre nous vivrons dans un » ordre économique tout différent de celui que nous avons connu » jusqu'ici. Ce n'est certes pas une raison pour l'envisager avec » pessimisme ; mais c'en est une peut-être pour oser regarder en » face *le bouleversement qui se prépare,* et pour en étudier avec » sang-froid les conséquences jusqu'en ce qu'elles pourraient avoir » de plus extrême. »

La confirmation malheureusement trop éclatante que les événements actuels donnent à nos prévisions d'il y a près de trois ans, nous ramène forcément à un sujet qui s'est placé à l'avant-plan de nos préoccupations.

Il nous suffira pour caractériser en peu de mots le chaos qui règne non seulement dans la réalité brutale des faits, mais aussi chez les meilleurs esprits, de signaler qu'au cours d'une conférence faite récemment devant une société savante, à Bruxelles, un professeur très distingué a cru pouvoir proclamer rien moins que la *faillite de la loi de l'offre et de la demande.*

Or, de ce que cette loi ne fasse pas momentanément sentir ses effets bienfaisants, il ne s'ensuit nullement qu'on puisse la reléguer au rang des hypothèses défuntes, bonnes désormais à enrichir le musée des antiquités scientifiques : annoncer cette faillite serait, à notre sens, aussi peu raisonnable que proclamer celle de la loi de l'attraction universelle, sous prétexte que la lune ne tombe pas sur la terre.

En effet, sous peine de verser dans le communisme, il faut admettre que la loi de l'offre et de la demande est un principe fondamental, un axiome de la science économique, puisqu'il forme la base même de la notion de *valeur*, qui en est elle-même l'objet essentiel.

Loin donc de condamner la loi qui peut paraître actuellement en défaut, il convient bien plutôt, croyons-nous, de rechercher les facteurs qui entravent son action, afin de s'efforcer d'y porter remède.

Or, faute d'examiner les choses d'un point de vue suffisamment objectif et scientifique, on a peu songé, jusqu'ici, qu'à côté des causes premières, bien qu'accidentelles, les destructions et les ravages de la guerre, et de la dépréciation du papier-monnaie à cours forcé, qui en est la suite inéluctable, il pourrait exister des causes secondes, mais profondes et systématiques, du mal dont nous souffrons. La prolongation et la généralisation universelle du phénomène de la *vie chère*, qu'il s'agisse des peuples neutres, des ex-belligérants privilégiés, des pays victorieux mais ravagés, ou des nations vaincues, sont pour nous des preuves certaines de l'existence de ces causes profondes. La difficulté, pour ne pas dire l'impossibilité où l'on se trouve de remonter le courant en est une autre plus évidente encore.

C'est l'étude de la plus grande importance, à nos yeux, de ces causes profondes qui fera l'objet de la présente communication.

Nous voulons parler de la conception de l'étalon monétaire, en général, et particulièrement de celle de l'étalon d'or, qui nous paraissent entachées toutes deux d'une erreur systématique. Celle-ci réside en ce que l'étalon monétaire, considéré comme unité servant à mesurer *les valeurs*, a été à tort assimilé d'une façon trop absolue aux autres unités de mesure. Pour distinguer ces dernières de l'étalon monétaire, nous les appellerons les unités de mesure des grandeurs *stables*, parce que ces dernières unités restent toujours comparables à elles-mêmes, comme aussi les grandeurs qu'elles servent à mesurer. Cette stabilité facilite singulièrement le choix des étalons théoriques et l'emploi des étalons pratiques appropriés.

De plus, parmi ces grandeurs stables, les unes, telles que les dimensions, la surface, la capacité, le poids, la force, sont des notions suffisamment *simples* et purement *objectives*, sur la définition desquelles tout le monde tombe facilement d'accord. D'autres, comme la masse et l'électricité, sont moins simples à concevoir ; mais du moins restent-elles purement *objectives*.

La valeur, au contraire, est une conception *extrêmement complexe*. Non seulement elle comporte de nombreuses acceptions, mais chacune de celles-ci est sujette à des interprétations diverses. Elle exprime, en effet, d'une façon générale, un rapport difficile à définir entre des éléments irréductibles, qui sont : l'objet considéré, et son utilité vis-à-vis de celui qui le considère, c'est-à-dire entre un élément *objectif* et un élément *subjectif*. Bien plus, *ce rapport, loin d'être stable*, est tout le contraire, aussi bien dans le temps que dans l'espace : pour un voyageur égaré dans le désert, la valeur de l'eau est de loin supérieure à celle de l'or ; d'autre part, ce métal n'avait pas, dans les temps reculés, la valeur qu'il présentait avant la guerre. Cette instabilité de la valeur s'explique en grande partie par la variation de l'utilité qui en constitue l'un des éléments essentiels.

Or, avant la guerre mondiale, cataclysme sans précédent dans l'histoire, qui, nous en sommes convaincu, marquera la limite de deux ères économiquement et socialement fort différentes, le monde a connu une période très longue de stabilité économique *relative*, au cours de laquelle les variations des valeurs des objets, assez considérables cependant, paraissaient en somme peu sensibles parce que réparties sur un grand nombre d'années.

Abusé par cette stabilité *apparente*, l'on a été amené à agir comme si la valeur était une *entité réellement stable*, et l'on a cru pouvoir la traiter comme telle au point de vue mesure. C'est pourquoi, presque partout, en fait sinon en droit, l'on a été amené peu à peu à choisir comme étalon monétaire la valeur d'un poids d'or déterminé, qui paraissait elle-même offrir les garanties de stabilité considérées à tort comme indispensables.

De fait, l'étalon d'or, malgré ses défauts bien connus des défenseurs du bi-métallisme, présentait en temps normal de grands avantages dans des pays civilisés, où la production, les transports et la consommation étaient bien équilibrés.

La guerre, en bouleversant profondément ces facteurs de l'économie mondiale a modifié pour longtemps, sinon pour toujours, les rapports des valeurs entre elles : toute illusion de stabilité a disparu, nous ne le savons que trop, et le chaos économique est tel qu'il n'est pas exagéré, pensons-nous, de comparer notre situation actuelle vis-à-vis du métal jaune, à celle des assoiffés du désert dont nous parlions plus haut, ou à celle de nos ancêtres de l'âge de la pierre : en présence de la pénurie universelle intense de stocks d'objets nécessaires à l'existence, et des difficultés inouïes que rencontre la répartition de ceux-ci aussitôt après leur production, l'or a perdu, pour la plus grande partie du genre humain, l'utilité, donc, la valeur dont il bénéficiait auparavant. Ce phénomène désormais incontestable et qui commence à être moins méconnu, nous l'avions prévu dès le début de 1917 et signalé à la Société d'Économie Sociale de Bruxelles, le 4 juillet de cette même année, à une époque où toutes les relations extérieures étant interrompues, il nous était cependant difficile de nous rendre un compte exact de ce qui se passait dans le monde entier.

Nous disions notamment :

« Parmi les conséquences de la guerre, et malgré certaines » apparences, nous croyons qu'il faut envisager une diminution » considérable du rôle économique de l'or.

» En effet, sans vouloir dénier au métal jaune ses grandes qua- » lités en tant qu'étalon, remarquons qu'il est généralement » admis que celles-ci reposent, en temps normal, beaucoup plus » sur sa *puissance libératrice ou valeur d'échange,* que sur *sa* » *valeur intrinsèque ou d'usage.*

» Il est intéressant de se demander ce que deviendra cette

» *valeur d'échange*, pierre angulaire de tout le système actuel, » lorsque les événements que nous subissons auront pris fin.

» Du train dont vont les choses, étant donné surtout le resser» rement actuel dans la production utilitaire générale, et la » disparition de tous les stocks et réserves qui fera sentir ses » effets, non seulement à la fin de la guerre, *mais encore pendant* » *de longues années après celle-ci*, on peut, croyons-nous, consi» dérer comme certain que l'or sera en excès par rapport aux » autres marchandises en général, et c'est là que gît le danger.

. . . .

» Il est évident que la diminution considérable de la production » utilitaire générale, due aux événements actuels, doit avoir » forcément et exactement les mêmes effets, au point de vue de la » *cherté de la vie*, qu'une forte augmentation dans la production » de l'or, si redoutée naguère des économistes.

. . . .

» En faisant la part de ce que la situation militaire peut avoir » eu d'influence... on peut admettre que la *rupture d'équilibre*, » entre les valeurs respectives de l'or et des marchandises en » général, persistera longtemps après le cataclysme actuel.

. . . .

» Il est certain que la dépréciation du papier-monnaie, par » rapport à l'étalon d'or, si elle venait à se superposer à celle de » ce métal étalon par rapport aux autres articles, ferait tomber la » valeur du seul instrument d'échange qu'il sera possible d'envi» sager pour longtemps peut-être, au-dessous de tout ce que l'on » pourrait imaginer.

» C'est, par conséquent, une question vitale que de rechercher » au plus tôt le moyen d'atténuer les effets désastreux de pareille » situation.

» Au point de vue social,... le peuple, les ouvriers, les petits » employés, la bourgeoisie modeste, dont les ressources manquent » d'élasticité, ont déjà trop souffert, souffrent trop et pourraient » souffrir trop longtemps encore du prolongement d'un état de » choses qui diminuerait considérablement le pouvoir d'achat de » leurs maigres salaires ou des petites rentes qu'ils doivent à leurs » économies.

» Et que l'on ne croie pas que le remède, à ce point de vue, se

» trouvera tout naturellement dans le relèvement général des » salaires, ou des traitements, qui ne manquera pas de se produire » après la guerre ; car il est évident que le premier effet de ce » relèvement sera d'augmenter les prix de revient des matières » premières et des produits fabriqués et, par conséquent, les prix » de vente, donc, en définitive, d'augmenter le coût de la vie.

» L'on tournerait simplement dans un cercle vicieux.

» Si, du point de vue social, nous passons au point de vue » économique, que de conséquences irréparables pour le commerce et l'industrie ne suivraient pas, dans tous les domaines, » la chute d'autant plus profonde du papier-monnaie qu'elle serait » la conséquence de la double dépréciation à laquelle nous venons » de faire allusion ? »

Les événements ont confirmé trop pleinement nos prévisions d'alors pour que nous croyions utile de les justifier longuement par des chiffres : il suffit pour évaluer la diminution de valeur de l'or, de comparer par rapport au billet, d'une part la prime que fait le métal jaune, et d'autre part l'augmentation du coût de la vie dans les pays, fort rares encore, où le marché de l'or est libre (1).

Qu'adviendrait-il si cette liberté, *indispensable* au nivellement des changes, se généralisait ? Ce serait l'effondrement complet de la valeur du métal jaune, et par conséquent une augmentation nouvelle et formidable du prix de la vie, une nouvelle catastrophe économique qui atteindrait le monde tout entier. De toute évidence donc, nous nous trouvons actuellement dans une situation telle que les inconvénients et les dangers de l'étalon d'or font plus que compenser les avantages qu'il présentait avant la guerre. Comme il constitue le fondement même de tout l'ordre économique et social moderne, la nécessité s'impose d'examiner s'il n'est pas possible de lui substituer un étalon présentant des garanties plus sérieuses.

---

(1) Le 8 avril 1920, l'or cotait à Londres 103 2, le pair étant 77,9. L'augmentation de l'or par rapport au billet était donc d'environ 32 70 %, alors que l'augmentation du prix de la vie pour l'Angleterre vers la même date est évaluée à 140 %.

Si le prix de l'or et celui de la vie avant la guerre sont représentés par 100, le premier vaut donc aujourd'hui 132 70 et le second 240.

Il s'ensuit que par rapport au coût de l'ensemble de ce qui est indispensable à la vie, le prix de l'or a diminué dans la proportion de 240-132 70 soit de 107 30 pour 240, ce qui donne pour l'or une dépréciation de 44 7 %.

C'est donc une grave erreur, qui est encore très répandue, que d'attribuer uniquement à la dépréciation du billet le coût exorbitant de la vie. L'étalon d'or *à lui seul* est responsable de 50 % environ de cette augmentation, le reste étant imputable à l'inflation des billets.

Pensant qu'on peut répondre affirmativement, nous nous proposons d'explorer, dans les lignes qui vont suivre, la voie dans laquelle on peut espérer découvrir une nouvelle unité monétaire, capable de faciliter le rétablissement d'un ordre normal dans le domaine économique.

Au préalable, un rapide coup d'œil sur l'ensemble du système des mesures nous permettra de planter les jalons qui nous guideront ensuite, lorsque nous passerons de l'emploi simple des unités de mesure des grandeurs stables à l'utilisation extraordinairement complexe de l'étalon monétaire, comme instrument de mesure aussi bien que d'échange.

⁂

Chacun le sait, l'unité fondamentale du système général des mesures est l'unité de longueur. Pour nous, c'est le mètre, base de toutes les autres unités du système métrique. L'unité *théorique* se définissait au moment où elle fut adoptée : la quarante-millionième partie de la longueur du méridien terrestre. Bien que cette définition ne soit plus tout à fait exacte, la longueur théorique du mètre peut être considérée comme absolument stable, puisque tout se passe autour de nous comme si elle l'était. L'unité *pratique* est figurée par un étalon de platine iridié déposé au pavillon de Breteuil, à Sèvres, près de Paris. Sa longueur à 0° centigrade est l'unité légale de longueur. On la représente couramment par des objets en bois ou en métal dont la longueur varie peu sous l'influence des changements de température ou de pression. Comme les dimensions de la plupart des corps auxquels cet étalon pratique peut être appliqué varient à leur tour assez peu dans des conditions normales, il en résulte que l'usage du mètre est à la fois simple et pratique.

Les remarques qui précèdent s'appliquent également bien aux unités *théoriques* et *pratiques* d'entités stables telles que la capacité ou le volume, et le poids.

Si nous en envisageons de plus complexes, telles que la *force*, la *masse*, l'*électricité*, leurs unités théoriques sont encore faciles à déterminer, soit qu'elles s'expriment par un rapport entre des quantités connues d'éléments plus simples, soit qu'elles soient basées sur l'observation de certains effets produits. Pour les unités *pratiques*, la difficulté est plus grande, car on ne peut les *matérialiser*. Mais comme leurs éléments ou leurs effets sont eux-mêmes aisément mesurables, cette matérialisation est inutile.

Si nous en arrivons maintenant à considérer la *valeur*, rapport entre une certaine *quantité* d'une matière quelconque et l'*utilité* que cette matière présente pour nous, nous voyons qu'il n'est possible de mesurer ni directement, ni indirectement le second élément du rapport : l'utilité. De là dérive toute la difficulté du problème, car cet élément subjectif introduit dans la notion de la valeur l'*instabilité* et l'*imprécision* qui la différencient si profondément des autres entités mesurables.

Jusqu'ici, et sauf de très rares exceptions, sur lesquelles nous ne pouvons nous étendre, les solutions proposées ou adoptées ont été purement empiriques : théoriquement et pratiquement on s'est efforcé de fixer et de matérialiser le premier élément du rapport, en négligeant trop complètement le second : l'utilité.

La question qui se pose est donc de savoir comment, dans l'impossibilité où nous sommes de la fixer et de la matérialiser, nous pourrons cependant en tenir compte d'une manière satisfaisante, dans la détermination de l'étalon.

Afin de sérier les difficultés que soulève la réponse, difficultés qui résultent, nous l'avons vu, des éléments d'*instabilité*, et surtout d'*imprécision* de la notion de valeur, nous nous voyons obligé de formuler ici une *hypothèse*, ou plutôt une fiction, qui aura pour objet d'éliminer le facteur *imprécision* pour nous permettre de raisonner uniquement en tenant compte de l'élément *instabilité*.

Nous examinerons donc ce que devrait être l'*unité de longueur* si elle se trouvait dans des conditions d'*instabilité* pareilles à celles que nous avons reconnues pour l'unité de valeur. Puis, constatant qu'à la faveur de notre hypothèse l'élément *subjectif* s'introduit de lui-même dans la notion de l'unité de longueur, nous établirons un parallèle entre cette fiction et la réalité dans laquelle nous nous débattons au sujet des valeurs. Par induction, nous serons amenés ensuite à étendre à l'unité de valeur les conclusions auxquelles nous serons arrivés dans notre fiction pour l'unité de longueur.

Pour en arriver donc à notre hypothèse, nous supposerons que, par suite d'un cataclysme soudain et imprévu, tous les corps qui nous entourent voient leurs coefficients de dilatation portés à un ordre mille ou dix mille fois plus élevé qu'ils le sont en réalité. C'est-à-dire, qu'au lieu de subir des allongements de l'ordre de quelques dix-millièmes par unité de longueur pour des différences de température de 0 à 100°, ces allongements soient de l'ordre de quelques dixièmes, ou même de quelques unités.

Comme les nouveaux coefficients seraient assez différents d'un corps à l'autre, il s'ensuivrait que de grandes variations de volume absolues et relatives se produiraient au moindre changement de température.

Admettons, comme cas particulier, et pour servir de point de départ à notre raisonnement, que nous soyons amenés dans ces conditions à mesurer, d'abord à la température de *x degrés,* puis à celle de *x plus 10* degrés, le volume d'un bloc de matière dont le coefficient de dilatation linéaire serait 0,10 (c'est-à-dire dont les dimensions seraient augmentées d'un dixième pour une élévation de température d'un degré). Sous l'influence d'un accroissement de température de 10 degrés seulement, ce bloc se dilaterait donc en réalité 10 fois plus dans tous les sens, donc du simple au double, et son volume, par le fait même, deviendrait huit fois plus considérable.

Plusieurs cas peuvent être envisagés suivant les valeurs respectives du coefficient de dilatation des corps utilisés pour représenter l'unité de mesure, désigné par α, et de celui du corps à mesurer, supposé égal à 0,10.

1^er^ Cas. — $\alpha = 0{,}10$. Les coefficients de l'instrument de mesure et du corps à mesurer sont égaux : Le volume paraît *ne pas s'être modifié ;* il s'exprimera par les mêmes chiffres à toutes les températures, et le volume paraîtra donc invariable.

2^me^ Cas. — $\alpha > 0{,}10$. Le coefficient de l'instrument de mesure est plus grand que celui du corps à mesurer : Le volume paraît avoir *diminué.*

3^{me} *Cas.* — $0 < \alpha < 0{,}10$. Le coefficient de l'instrument de mesure est plus petit que celui du corps à mesurer ; tout en restant supérieur à zéro : Le volume paraît avoir *augmenté*, mais moins que dans la réalité.

4^{me} *Cas.* — $\alpha = 0$. Le coefficient de l'instrument de mesure est égal à *zéro* : Le volume paraît avoir *augmenté de la même façon que dans la réalité.*

5^{me} *Cas.* — $\alpha < 0$. Le coefficient de l'instrument de mesure est plus petit que zéro, donc négatif : Le volume paraît avoir *augmenté plus encore que dans la réalité.*

Dans les quatre derniers cas envisagés, les chiffres servant à exprimer le volume *varient* avec la température.

Si l'on fait donc abstraction de toutes considérations étrangères à l'opération envisagée, l'étalon à choisir, parce que le plus commode, est celui du premier cas.

Les autres, même celui qui présente une stabilité absolue (coefficient 0) conviennent moins bien ; mais le cinquième est de loin le plus mauvais de tous, puisqu'il exagère les variations absolues déjà considérables par elles-mêmes. Nous verrons plus loin que c'est précisément le cas de l'étalon d'or.

Mais, pour juger dans toute son ampleur de la complexité déconcertante du problème de l'unité de longueur dans notre fiction, il faut se rappeler ici que, dans les conditions imaginées, tous les corps dont il pourrait être nécessaire de mesurer le volume, en y comprenant le corps de l'homme lui-même, auraient des coefficients de dilatation fort différents les uns des autres. Or, tout naturellement, l'homme serait amené dans ces conditions *à se considérer comme seul élément réellement stable* au point de vue des dimensions au milieu de l'univers chaotique qui l'entourerait et se modifierait profondément au gré de la température.

Ce qu'il s'agirait pour lui de mesurer dans ce cas, ce seraient, non pas les dimensions absolues des objets, lesquelles échapperaient du reste à toute mesure de ce genre, faute de pouvoir déterminer un étalon fixe, mais les rapports existant entre ces dimensions et les nôtres, c'est-à-dire les dimensions apparentes de ces objets par rapport à nous-mêmes.

Et nous voyons ainsi que l'*élément subjectif*, si troublant dans la réalité lorsqu'il s'agit de la valeur, s'imposerait de lui-même dans notre hypothèse avec la même acuité pour la question des dimensions.

Ainsi, la longueur mesurable d'un objet ne serait plus qu'un rapport entre sa longueur absolue et celle des différentes parties de notre corps, et ce rapport, loin d'être stable, varierait pour chaque corps envisagé, suivant les conditions extérieures de température. Dès lors, l'unité de mesure des longueurs devrait servir, *non seulement à chiffrer les dimensions apparentes des divers objets à un moment quelconque, mais aussi leurs variations dans le temps et dans l'espace, tout comme l'étalon monétaire sert à chiffrer non seulement des valeurs à un moment quelconque, mais aussi les variations de ces valeurs dans le temps et dans l'espace.*

Or, pour que l'homme puisse vivre dans les conditions imaginées, il faut nécessairement qu'il existe autour de lui des matériaux tels que leurs coefficients de dilatation soient, à peu de chose près, égaux au sien propre, afin notamment qu'il puisse se nourrir, s'habiller, se construire des habitations, etc.

Ces matériaux, il les reconnaîtra facilement ; et, de toute nécessité, c'est en eux qu'il devra chercher la base de son étalon de mesure des longueurs, puisqu'il ne peut se servir de soi-même, et puisque la seule chose qui lui importe, c'est de comparer aux siennes propres les dimensions variables des objets qui l'entourent. En effet, des mesures établies sur une autre base ne lui fourniraient que des renseignements incohérents et sans signification utile. Par suite, elles ne pourraient que jeter le trouble dans les esprits et aggraver l'état chaotique au milieu duquel il deviendrait plus difficile encore de s'orienter. Nous verrons plus loin que c'est ce qui existe actuellement dans le domaine de l'économie.

Si, convaincu de ce qui précède au sujet de la nécessité pour l'homme de rapporter à soi-même les dimensions des objets et leurs variations, le lecteur veut bien se reporter au point de départ de notre raisonnement, aux cinq cas envisagés, et aux conclusions que nous en avons tirées en faisant abstraction, nous l'avons dit, de toutes considérations étrangères à l'opération de mesure considérée, il admettra aisément que le meilleur étalon ne sera plus nécessairement le premier, comme il nous était apparu tout d'abord : ce sera, parmi les quatre premiers, celui dont le coefficient se rapprochera le plus du coefficient humain. Le dernier est à exclure, car, par hypothèse, nous supposons que le coefficient humain est positif, pour des raisons que nous verrons plus loin.

Qui ne s'est aperçu depuis quelque temps déjà de l'analogie saisissante existant entre la conception de l'unité de longueur dans notre fiction, et celle de l'unité de valeur dans la réalité ?

La seule différence résulte de ce que la notion de longueur, même dans le cas d'instabilité imaginé, reste plus claire que celle de valeur. C'est pourquoi nous avons cru devoir raisonner en nous basant sur cette hypothèse, afin de ne pas risquer d'être arrêté à chaque pas par des doutes qui pourraient surgir au sujet de la nature de la valeur.

Mais, la difficulté de définir cette dernière ne peut pas nous faire reculer devant la nécessité inéluctable de choisir, entre les différents étalons possibles, celui qui satisfait le mieux aux conditions de notre existence : n'a-t-on pas mesuré depuis longtemps des entités dont on ne connaît pas la nature, et connaît-on du reste la nature de rien ?

D'autre part, les effets désastreux des variations trop brusques des valeurs nous sont actuellement suffisamment connus pour que nous ayons hâte de choisir, pour les chiffrer avec le maximum de précision que comporte ce genre d'opération, l'étalon monétaire qui en réduira l'amplitude, par rapport à nous-mêmes, au strict minimum.

Dès lors, nous pouvons admettre que la seule base théorique acceptable de l'unité de valeur, c'est *l'homme lui-même*, ou mieux l'ensemble de tout ce qui est nécessaire à sa subsistance, non seulement comme aliment, mais aussi comme habillement, chauffage, habitation, etc,... et que nous désignions déjà en 1917 en raccourci par l'expression de *Ration humaine normale.* C'est évidemment la valeur de celle-ci qui doit être considérée comme stable à nos yeux, si nous voulons sortir enfin du chaos dans lequel nous nous débattons.

Malheureusement, en serrant la solution de plus près, nous constatons qu'une nouvelle difficulté surgit immédiatement. Si nous examinons, à chacun des deux points de vue envisagés, les différents éléments qui constituent la base théorique de l'étalon à choisir, nous constatons que leurs coefficients respectifs en dimensions et en valeur, étant différents entre eux, et également par rapport à l'homme, aucun corps, même parmi ceux qui répondent le mieux aux conditions requises, ne peut isolément servir de substratum à l'*unité pratique*. Il faudra donc les considérer en bloc et prendre une moyenne.

Mais, la « Ration » elle-même, qui constitue ce bloc au point de vue valeur, est difficile à déterminer et varie dans de fortes proportions d'une race et même d'un individu à l'autre ! Grave complication, qui ne nous paraît toutefois pas absolument insoluble.

Ce n'est, en tous cas, pas une raison suffisante pour nous faire abandonner les conclusions logiques auxquelles nous sommes arrivé jusqu'ici !

Or, on doit bien admettre que la valeur de l'or, loin d'être stable comme on l'a cru erronément, — ce qui nous aurait placés tout au plus dans le quatrième des cas envisagés plus haut, — diminue forcément quand la valeur de la « Ration » augmente. Son coefficient est donc *négatif,* par rapport au coefficient humain considéré comme positif, et pour cette raison, le choix de l'étalon d'or s'identifie en tous points avec le cinquième des cas envisagés plus haut, celui-là même qui donne et ne peut donner que les résultats les plus éloignés de la *Vérité relative* qui nous importe avant tout.

Mais, chose bien plus grave encore, pour une fraction importante de l'humanité, le métal jaune qui constituait presque partout l'étalon théorique et pratique avant la guerre, est détrôné lui-même de nos jours en tant qu'instrument d'échange : il a été remplacé par le *billet à cours forcé,* c'est-à-dire par un papier-monnaie dont la valeur est censée représenter celle de l'or, mais qui, en réalité, lui est bien inférieure encore (¹).

Quoi d'étonnant, dans ces conditions, que la situation, très difficile certes, paraisse inextricable ? Les vides sont immenses

---

(¹) L'or ayant perdu de 40 à 50 °/₀ de sa valeur par rapport aux objets nécessaires à la vie (voir note p. 285) et le billet ayant à son tour perdu de sa valeur par rapport à l'or, la cherté de la vie à l'heure actuelle résulte de cette double dépréciation dont nous annoncions les effets désastreux en 1917 (conférence citée).

dans la réalité, et nous les *amplifions* démesurément en mesurant les valeurs devant servir à les combler (travail et marchandises) avec une unité pratique qui diminue automatiquement d'autant plus qu'ils augmentent, et qui, en fait, il faut le dire, ne représente plus rien que l'on puisse se représenter aisément, ce qui contribue singulièrement à accélérer se dépréciation.

Ce serait certes commettre une erreur grossière que d'imputer à l'étalon d'or la plus grande partie des maux dont nous souffrons. Ce qui nous paraît indiscutable, c'est qu'il aggrave dans des proportions considérables la hausse vertigineuse des prix, qu'il s'agisse des salaires, des matières premières, ou des transports. C'est d'autant plus vrai que, dans les pays à inflation exagérée, donc à papier-monnaie avarié, le rétablissement si indispensable des paiements à l'étranger et de la convertibilité est radicalement impossible en se basant uniquement sur les maigres encaisses or des banques d'émission. Nous ne pourrions malheureusement nous étendre sur ce point d'une importance énorme sans sortir du cadre de cette communication.

Nous croyons cependant avoir justifié notre façon de voir au sujet de l'impérieuse nécessité d'examiner sérieusement la possibilité de remplacer l'étalon d'or, considéré par beaucoup jusqu'ici comme l'une des conquètes les plus remarquables et les plus définitives de la civilisation, par une unité nouvelle plus conforme aux véritables besoins de l'humanité.

Notre conclusion, nous la formulions déjà, avec une nuance dubitative il y a trois ans, et en ces termes, dans la communication précitée :

« Nous nous demandons si l'on ne doit pas envisager sérieuse-
» ment l'hypothèse où ce système (l'étalon d'or), le meilleur certes
» dans les conditions anciennes, pourrait devoir être abandonné,
» tout au moins momentanément, comme insuffisant pour répon-
» dre à la situation nouvelle créée par la guerre mondiale. »

Depuis lors, notre conviction n'a fait que s'affermir : nous sommes actuellement convaincu de ce que l'abandon définitif de l'étalon d'or s'impose et de ce qu'un essai tenté serait décisif.

Nous avons, au surplus, constaté avec plaisir dans ces tout derniers temps que, dans divers pays, on commence à se rendre compte du rôle de l'étalon d'or dans la crise actuelle ; c'est le cas en Amérique notamment.

Plus près de nous, M. G. Vissering, président de la Banque Néerlandaise, dans un tout récent ouvrage (¹), propose à son tour d'abandonner, au moins momentanément, l'étalon d'or dans les transactions internationales.

Nous ne pouvons pas cependant le suivre lorsqu'il propose de le remplacer par un *étalon purement fictif,* analogue à ceux qui ont vu le jour au cours des périodes troublées de l'histoire sous les noms de Banko Mark, Bankguilder ou autres, et qui devrait, d'après l'auteur, servir de base à un système de *troc* dont il préconise l'organisation. L'étalon fictif de M. Vissering présente avec l'étalon du système de M. Solvay ce caractère commun, qui doit les faire condamner l'un et l'autre, de n'avoir plus *aucun substratum réel*, et ce ne serait là, à nos yeux, qu'un expédient passager.

La vraie solution, qui cette fois serait *définitive*, parce que *perfectible*, nous l'avons également indiquée déjà théoriquement dans notre communication à la Société Belge d'Économie Sociale, en juillet 1917, sous la dénomination d'*étalon moyen*, concept qui peut se traduire par : *la valeur moyenne de certaines quantités de matières, convenablement choisies, de préférence parmi celles qui sont le plus indispensables à la vie de l'homme.* La perfectibilité de cet étalon résulterait de ce que de nouveaux éléments de base pourraient être introduits au fur et à mesure des nécessités et du progrès humain, afin de lui donner la *stabilité relative* qui importe tant à celle de l'ordre social.

Ce serait allonger encore, et cette fois démesurément, la présente communication que d'exposer ici nos idées sur la réalisation pratique de cet étalon ; du moins, aurons-nous atteint le but modeste que nous nous y proposions si nous avons réussi à démontrer l'erreur systématique qui entache la conception de l'étalon monétaire en général ; à faire admettre les inconvénients et les dangers de l'étalon d'or en particulier, et à montrer, tout au moins théoriquement, la possibilité de remplacer ce dernier par une unité plus logiquement déterminée et plus apte à aider

---

(¹) *International Economic and Financial problems*, Amsterdam, J. H. de Bussy, 1920.

le genre humain à sortir du chaos dans lequel il s'enfonce de plus en plus.

A la suite de cette communication, un échange de vues très intéressant a lieu. En voici le résumé :

M. Lagasse de Locht se demande si le système de M. Hauptmann n'aurait pas, comme celui de M. Solvay, pour défaut d'enlever à l'étalon monétaire le substratum qui lui paraît indispensable.

M. Hauptmann répond qu'au contraire l'un des objectifs principaux qu'il poursuit est de renforcer le substratum de l'étalon monétaire, qui est devenu insuffisant par le fait du cours forcé accompagné de l'inflation ; et cela en rétablissant la convertibilité.

Il s'est abstenu d'aborder le côté pratique dans la note qu'il vient de communiquer. Il lui paraissait, en effet, préférable de présenter d'abord ses idées au point de vue théorique, pensant qu'il vaut mieux logiquement se mettre d'accord sur la théorie avant d'aborder l'application pratique.

Le premier résultat qu'il espère de cette communication, c'est de se rendre compte si sa théorie est justifiée. Quant au côté pratique, si l'auteur n'en a pas fait mention dans sa note, il n'en a pas moins fait l'objet de ses études.

Il rappelle qu'à la séance de la Société Belge d'Économie Sociale du 4 juillet 1917, que M. Lagasse de Locht présidait, il a indiqué dans les grandes lignes la façon pratique dont il concevait la réalisation de ses vues.

Il y aurait lieu, d'après lui, tout en introduisant comme base du nouvel étalon les éléments nouveaux qu'il propose, d'y maintenir l'or et l'argent comme éléments secondaires qui pourraient alors être rendus à leur véritable destination : les payements extérieurs, dont ils sont actuellement détournés.

Quant à la façon d'introduire les nouveaux éléments compris dans l'expression générale « la ration humaine », il faudrait, selon lui, représenter ces différents éléments par des titres d'établissements de différentes natures qui feraient des prêts garantis par ces éléments : sociétés de banque, de crédits hypothécaires, et même par des actions industrielles telles que charbonnages, chemins de fer, etc....

Ces titres, portant intérêt ou donnant des dividendes, serviraient de garantie au remboursement des billets à l'intérieur, laissant ainsi l'or et l'argent à leur destination principale : les payements à l'extérieur.

Ils remplaceraient, selon l'auteur, très avantageusement les effets de commerce et surtout les bons de trésor dans le portefeuille des banques d'émission.

M. Jolly demande à l'auteur si son système n'exigerait pas une entente internationale.

M. Hauptmann répond qu'évidemment il serait utile d'en arriver là ; mais il pense que les pays à change avarié auraient le plus grand intérêt à adopter isolément la réforme, celle-ci devant avoir notamment pour effet de renforcer considérablement la base de l'unité monétaire et, par conséquent, de raffermir la confiance de l'étranger dans la monnaie du pays.

Il remarque, au surplus, que l'adoption presque généralisée de l'étalon d'or, qui constitue une entente internationale de fait, sinon de droit, a été obtenue successivement et que le même processus pourrait, à son avis, être appliqué au nouvel étalon.

M. Cuylits pense que M. Hauptmann fait une distinction capitale entre l'étalon monétaire considéré comme unité de mesure de la valeur et comme instrument d'échange.

M. Hauptmann dit qu'il l'a considéré principalement comme unité de mesure dans l'exposé qu'il vient de faire, et cela parce qu'il a traité principalement de l'étalon théorique, alors que c'est l'étalon pratique qui sert d'instrument d'échange. Mais il est évident que le second dérive du premier et qu'il est influencé par ses variations.

Dans son esprit, le nouvel étalon théorique serait représenté pratiquement par des billets, tout comme l'étalon d'or l'est actuellement, avec cette différence toutefois que les billets, dans son système, seraient garantis effectivement et convertibles, alors qu'actuellement ils ne le sont pas et ne le seront pas de longtemps.

M. Cuylits remarque encore que les variations de valeur ont une amplitude exagérée par rapport aux différences de production, en ce sens que si la production de certains produits diminue d'un pourcentage relativement minime, le pourcentage d'augmentation de valeur qui en résulte est beaucoup plus considérable.

M. Hauptmann répond que cette remarque est très juste et que le but principal qu'il se propose est précisément de réduire l'écart entre les fluctuations de la production et de la valeur.

M. Morisseaux, revenant à l'une des observations présentées par M. Cuylits, insiste sur la distinction qu'il y a lieu d'établir entre l'étalon considéré comme unité de mesure et comme instrument d'échange.

Il estime que l'un des caractères principaux de la crise actuelle, c'est la perversion de la monnaie en tant qu'instrument d'échange, perversion qui provient de l'avilissement du papier-monnaie, par suite des émissions exagérées des gouvernements, en vue de satisfaire aux besoins de la guerre. Le papier-monnaie représente en fait en ce moment des richesses détruites au cours de la conflagration.

M. Hauptmann est parfaitement d'accord avec M. Morisseaux, mais il pense qu'une base plus rationnelle de l'étalon aurait pour effet de faciliter considérablement le rétablissement d'une situation normale.

Pour le démontrer, il faudrait entrer dans des considérations extrêmement étendues qui rentrent dans le cadre des questions d'application pratique.

M. Jolly exprime l'avis que la crise doit être résolue surtout par l'augmentation de la production et la réduction de la consommation et que les autres remèdes cherchés ont relativement peu d'importance.

M. Hauptmann lui répond qu'évidemment ce sont là les deux moyens principaux de restaurer la situation économique ; mais, pour produire, il faut payer les producteurs. Les ouvriers augmentent constamment leurs prétentions parce qu'ils espèrent qu'une augmentation de salaire leur permettra de vivre dans d'aussi bonnes conditions qu'avant la guerre, ce qui est momentanément impossible, vu la pénurie d'objets nécessaires à la vie.

En présence des aléas que ces prétentions toujours renouvelées de la main-d'œuvre leur font encourir, et étant donnée la confiance de moins en moins grande que les producteurs ont dans la monnaie d'échange, ils se voient obligés d'élever eux-mêmes leurs prix suivant un pourcentage plus considérable que le pourcentage d'augmentation que l'on doit prévoir pour la main-d'œuvre. Cela résulte d'une cause semblable à celle signalée précédemment par M. Cuylits ; il s'ensuit ainsi une augmentation exagérée du coût de la vie et, par ce fait, une dépréciation de plus en plus grande de la monnaie d'échange. Comment sortir de ce cercle vicieux qui nous entraîne au gouffre des assignats ?

La première chose à faire est de rendre confiance, à l'intérieur, aux producteurs intellectuels, industriels ou agricoles, dans notre monnaie d'échange contre laquelle ils vendent leurs produits, confiance qu'ils ont perdue parce que le billet est inconvertible. La solution proposée résout ce problème ; alors seulement le producteur rassuré sur la valeur de l'instrument d'échange pourra se contenter d'une marge de bénéfice infiniment moindre, et, par conséquent, vendre ses produits moins cher. De même, il faut pouvoir reprendre au plus tôt les payements à l'extérieur en or, en argent ou en titres (puisque les titres étaient en fait le seul moyen de payement extérieur employé par la Belgique avant la guerre). Du coup, les changes s'amélioreraient considérablement.

C'est par là qu'il faut chercher à sortir du cercle vicieux, car dès que les prix des produits baisseront, l'ouvrier pourra se contenter de salaires moindres et l'on pourra entrevoir alors une normalisation de la situation.

Pour conclure, M. Morisseaux émet l'avis que les idées de M. Hauptmann sont neuves, originales et intéressantes, mais qu'elles ne pénétreront aisément que si l'on peut en entrevoir la mise en pratique.

Il engage donc l'orateur à faire un effort de réalisation et à apporter, en conclusion de sa note d'aujourd'hui, qui n'est en somme qu'un préambule, des indications précises quant à l'application de ses idées.

Sixième Section

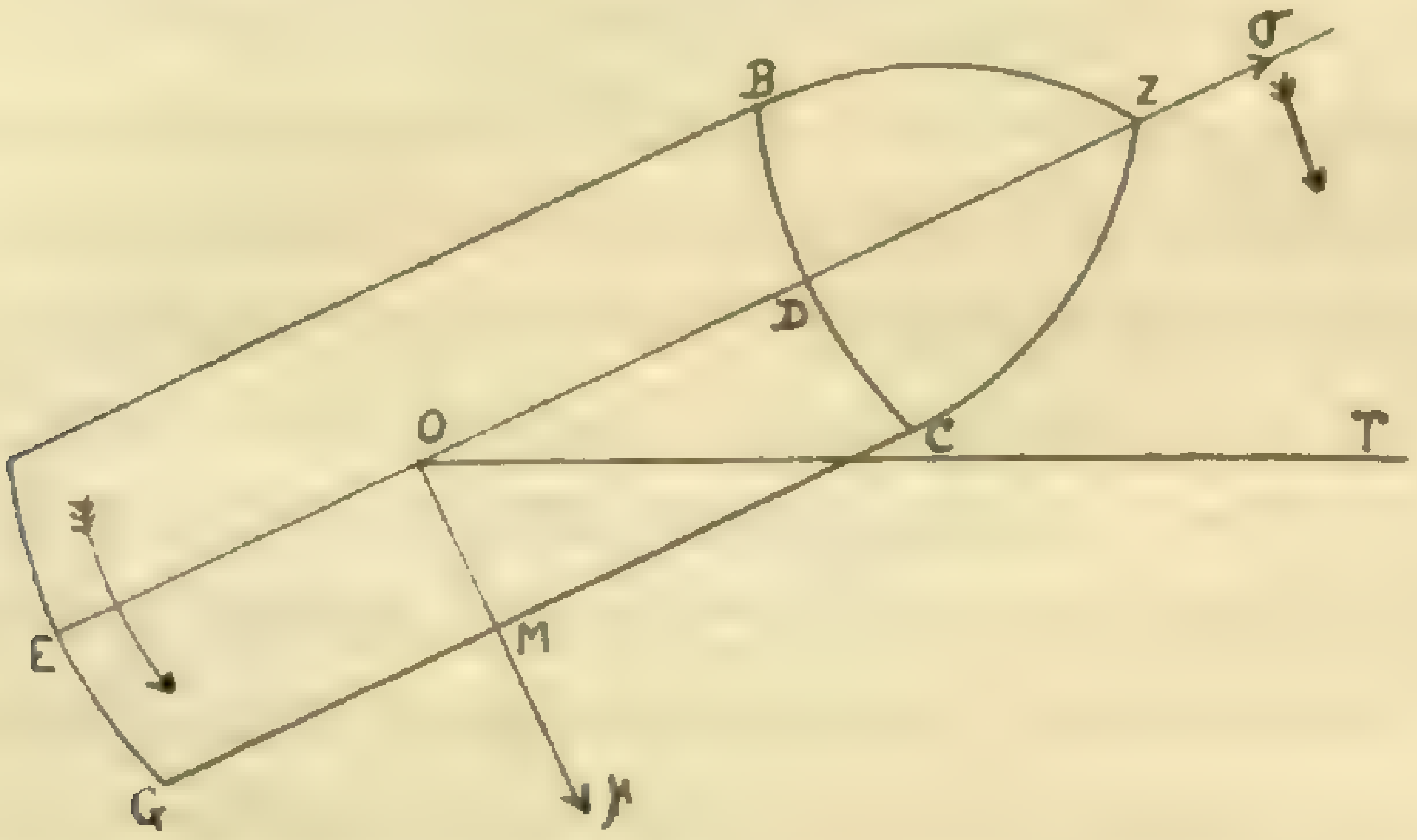
La Section procède à la constitution du Bureau pour l'année 1920-1921. Sont élus :

Président : M. le B^on^ DE BÉTHUNE.
Vice-Présidents : MM. J. CARLIER et C. BEAUJEAN.
Secrétaire : M. R. VAN DER MENSBRUGGHE.

La parole est donnée au R. P. Willaert pour une communication sur *le problème de l'autostabilisation des projectiles.*

Dans le tir du projectile oblong, l'axe de figure du projectile tend, pour différents motifs, à s'écarter — et de fait s'écarte — de la tangente à la trajectoire de son centre de gravité. Cette déviation nuit évidemment à la précision du tir, tant en portée qu'en direction.

Soient O le centre de gravité du projectile, OZ, son axe de figure, OT, la tangente à la trajectoire du centre de gravité. Le projectile est dit *stabilisé* lorsque l'angle TOZ ne peut dépasser une certaine valeur, suffisamment petite. C'est la seule stabilisation du projectile qu'on ait étudiée avant la guerre.



Pendant la campagne, les artilleurs ont été amenés à envisager une solution meilleure du problème et à chercher le moyen, non seulement de maintenir l'angle TOZ dans des limites étroites, mais de le ramener automatiquement à zéro, chaque fois que, pour une cause quelconque, se serait produite une déviation. C'est ce qu'on peut appeler l'*autostabilisation* du projectile.

Il est utile et intéressant de bien préciser la différence entre les deux genres de stabilisation.

Grâce au jeu combiné du mouvement de précession du projectile et de l'inflexion de la trajectoire, l'angle TOZ reste petit, pourvu que la courbure de la trajectoire ne soit pas trop forte. Il peut même être ramené périodiquement à zéro, mais ensuite, pour *la même cause,* l'axe du projectile s'écarte de nouveau de la tangente à la trajectoire. Ce n'est pas là de l'*autostabilisation*. Il faut réserver ce nom à des actions qui tendent, à chaque instant, à réduire l'écart, quelle que soit la forme de la trajectoire, même lorsque la trajectoire est rectiligne, par exemple, en tir vertical. Cette dernière condition constitue un critère qui distingue nettement la *stabilisation* de l'*autostabilisation*.

Nous ne traiterons pas la question de la simple stabilisation. Elle a été étudiée suffisamment pour qu'on en ait tiré à peu près toutes les conséquences utiles à la pratique du tir, surtout depuis qu'on a fait usage des coiffes légères, que la théorie fait prévoir comme très favorables à la stabilisation ; car, en reportant vers l'avant du projectile le point d'application de la résistance, sans modifier sensiblement la position du centre de gravité, elles augmentent le couple tendant à renverser le projectile (1), et, partant, aussi la vitesse du mouvement de précession, d'où résulte une stabilisation meilleure.

Quant à l'*autostabilisation*, son étude analytique n'a pas même été amorcée. Rien d'étonnant : les données physiques numériques du problème font totalement défaut. Ce qu'on peut faire, c'est d'indiquer qualitativement, dans l'état actuel de nos connaissances, les causes physiques capables de produire l'autostabilisation.

En fait, comme nous le montrerons, la forme de certains projectiles assure, dans une certaine mesure, leur autostabilisation ; mais on peut chercher, par des dispositifs pratiques, à rendre plus efficace et plus rapide l'action stabilisatrice.

Rappelons le théorème du moment cinétique. Soit le vecteur $O\sigma$, *moment résultant des quantités de mouvement* du système par rapport au centre de gravité O ; le vecteur $O\mu$, *moment résultant des forces appliquées* au système par rapport au même point ; la vitesse du point σ est égale au moment résultant $O\mu$ (2).

Appliqué au cas d'un solide de révolution animé d'une rotation rapide autour de son axe de figure, ce théorème est susceptible d'un énoncé plus simple qui caractérise le *régime gyrostatique*.

Lorsqu'on néglige tout mouvement de rotation du solide autre que son mouvement de rotation autour de l'axe de figure, le moment cinétique $O\sigma$ est dirigé suivant l'axe de figure OZ. C'est donc le point σ *de l'axe de figure* qui possède à chaque instant une vitesse égale au vecteur moment des forces appliquées.

---

(1) Il est assez piquant de voir appelé ce couple *couple perturbateur*, alors que c'est lui qui assure la bonne tenue du projectile sur sa trajectoire.

(2) Une fois pour toutes, nous supposons les *vecteurs moments* dirigés du côté d'où l'on voit le vecteur, dont on considère le moment, dirigé dans un sens de rotation inverse de celui des aiguilles d'une montre.

On voit donc que l'axe de figure tend à se déplacer parallèlement à l'axe du moment résultant des forces appliquées. C'est la loi appelée *loi de parallélisme des axes.*

Elle est susceptible de cet autre énoncé, qui nous sera plus avantageux : pour imprimer un déplacement angulaire à l'axe d'un gyroscope, il faut faire agir sur lui un couple dont l'axe est situé dans le plan du déplacement, normalement à l'axe du gyroscope et dans le sens du déplacement à produire.

Le projectile d'artillerie animé d'un mouvement de rotation rapide (de l'ordre de 150 tours/seconde) peut être assimilé à un gyroscope en régime gyrostatique. Les traités de balistique, quand ils traitent la question qui nous intéresse, font tous cette assimilation d'une manière plus ou moins explicite.

Pour ramener l'axe $O\sigma$ du projectile vers la tangente à la trajectoire OT, il faut, d'après la loi que nous venons d'énoncer, faire agir sur le projectile un couple d'axe $O\mu$. La force à mettre en jeu pour produire ce couple est donc une force perpendiculaire au plan de la figure et tendant à entraîner le sommet Z de l'ogive *en avant de ce plan.*

Quelles sont, dans les conditions physiques du problème, les forces qui pourraient produire cette action ?

Après avoir quitté l'âme de la pièce, le projectile n'est plus soumis qu'à deux actions : la pesanteur et la pression de l'air dans lequel il se déplace. La première force, appliquée au centre de gravité, ne peut fournir de couple. D'autre part, la résistance du milieu, *si le projectile ne tournait pas,* se réduirait, par raison de symétrie, à des forces agissant dans le plan TOZ. Il s'ensuit que le couple stabilisateur cherché ne peut être dû qu'aux pressions dissymétriques par rapport au plan TOZ *résultant de la rotation propre du projectile.*

La répartition des pressions sur un solide de révolution tournant autour de son axe et situé dans un vent relatif a été étudiée expérimentalement, mais dans des conditions très restreintes.

L'effet Magnus est connu depuis longtemps : une sphère en rotation et soumise à un vent relatif subit une pression oblique dont la composante normale à la direction du vent tend à entraîner la sphère du côté où la vitesse périphérique coïncide en direction avec celle du vent.

Plus récemment, en 1910 et 1911, M. Lafay, professeur à l'École polytechnique, a entrepris sur le même sujet des recherches quantitatives extrêmement intéressantes (¹). En faisant tourner un cylindre dans un vent de direction perpendiculaire à son axe, il a retrouvé et mesuré l'effet Magnus et constaté, en outre, que, pour des vitesses convenables du vent et de la rotation du cylindre, cet effet changeait de sens.

Ce sont, à ma connaissance, les seules recherches expérimentales de ce genre dont les résultats aient été publiés (²).

L'interprétation physique des expériences de M. Lafay conduit à admettre que la déviation latérale du cylindre en rotation est la résultante de deux actions de sens contraire :

1°) en vertu de sa rotation, le cylindre *roule* pour ainsi dire sur le matelas d'air plus dense formé du côté où il reçoit le vent relatif. On a appelé cet effet *effet de matelas :* il tend à déplacer le cylindre dans le sens opposé à l'effet Magnus ;

2°) la rotation du projectile déplace d'une façon dissymétrique sur la périphérie du cylindre les zones de pression, à l'avant, et surtout les zones de dépression, à l'arrière. Le cylindre est *aspiré* dans le sens de l'effet Magnus.

Suivant que la vitesse du vent relatif est grande ou petite par rapport à la vitesse périphérique du cylindre, la première ou la seconde de ces actions prédomine et deux régimes différents peuvent s'établir. Dans le premier cas, l'effet de matelas déplacera le cylindre dans le sens opposé à celui qu'indique Magnus ; dans le second cas, l'effet de succion le déplacera dans le sens de Magnus.

Et tel est bien le sens des déviations observées par M. Lafay.

Il serait sans doute téméraire d'appliquer sans contrôle le résultat de ses expériences au cas des projectiles dans le tir réel ; d'abord parce que les vitesses qui interviennent dans ces expé-

---

(¹) Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 1910, 2^me^ semestre, p. 867. — 1911, 2^me^ semestre, p. 1147. Revue de Mécanique, mai 1912.

(²) M. Langevin a entrepris pendant la guerre des recherches expérimentales sur des modèles d'obus tournant dans un vent relatif de 350 mètres/seconde. Nous n'avons pas connaissance de leurs résultats.

riences sont bien éloignées des vitesses réalisées dans le tir; ensuite parce que l'axe du projectile ne se présente pas perpendiculairement au vent relatif, mais fait avec la direction de celui-ci un angle qui reste petit.

Il reste vrai cependant que dans le tir réel, la vitesse du vent relatif de 600 à 1000 mètres/seconde est considérable par rapport à la vitesse périphérique due à la rotation et qui est de l'ordre de 60 à 80 mètres/seconde ; en sorte qu'il semble légitime d'admettre que c'est le premier régime qui est réalisé, c'est-à-dire que l'*effet de matelas* prédomine. Et cet effet peut produire, comme nous allons le voir, l'autostabilisation du projectile.

Le vent relatif frappe le projectile dans la direction de la tangente à la trajectoire.

Examinons d'abord l'action du vent sur la partie cylindrique BCG ; et il suffit de considérer le demi-cylindre inférieur, DCG, seul frappé par le vent relatif. Par suite de la rotation du projectile, les molécules d'air amenées par le vent relatif sont déviées, par rapport au plan de la figure, *vers l'arrière* du plan de la figure. A cette action correspond, en chaque point du demi-cylindre DCG, une réaction ayant une composante normale au plan de la figure et dirigée *vers l'avant*. Il est facile de voir que les réactions ayant leur siège sur la partie DCM du demi-cylindre comprise entre l'ogive et le centre de gravité, engendrent un couple tendant à ramener l'extrémité du cylindre en avant du plan de figure, donc un couple dans le sens prévu pour l'autostabilisation. Au contraire, ces mêmes actions appliquées à la partie OMG du demi-cylindre engendrent un couple de rotation opposée. Si nous remarquons que le centre de gravité du projectile est généralement plus rapproché du culot du projectile que de l'ogive (¹), il s'ensuivrait que le premier couple l'emporterait sur le second, et que l'autostabilisation se produirait.

Quoi qu'il en soit, l'inclinaison de l'axe du projectile sur la direction du vent est tellement faible en pratique que les actions dont nous parlons semblent négligeables en regard de celles qui ont leur siège sur l'ogive même, où les pressions sont le plus fortes.

(¹) Au moins dans les projectiles allongés et dans les projectiles à coiffe.

Pour les raisons dites plus haut, les réactions appliquées à la demi-ogive inférieure ZCD sont dirigées *vers l'avant* du plan de figure, tandis que les réactions appliquées à la demi-ogive ZDB sont dirigées en sens inverse. Seulement comme, en chacun des points de la demi-ogive ZCD, la surface de l'ogive se présente au vent sous un angle plus grand qu'au point diamétralement opposé, la pression, donc la densité d'air, donc le poids d'air dévié y sont plus élevés, et, partant, les réactions plus énergiques. Le moment résultant des réactions sur la demi-ogive ZCD est donc plus grand que le moment résultant des réactions sur la demi-ogive ZDB : le couple agissant dans le sens de l'autostabilisation l'emporte donc sur le couple antagoniste. Il semble donc que les projectiles oblongs, surtout les projectiles allongés et les projectiles à coiffe, se présentent toujours dans les conditions voulues pour que naisse, à chaque déviation de l'axe, un couple autostabilisateur. Seulement le moment de ce couple est généralement trop faible pour produire une autostabilisation assez rapide. On peut avoir recours alors à des dispositifs destinés à augmenter le couple autostabilisateur.

On augmentera évidemment l'effet de réaction en munissant l'ogive du projectile de palettes disposées suivant des méridiennes. Leur effet sera d'accentuer la déviation latérale des filets d'air et, par suite, les réactions.

Étant donnée la grande vitesse de rotation du projectile (de l'ordre de 150 tours/seconde), ces ailettes ne doivent présenter qu'une saillie très faible et peuvent se réduire à de simples cannelures.

J'ai l'honneur de vous présenter deux ogives allemandes semblables, recueillies dans les dunes à La Panne après un bombardement de la côte belge par une flottille de torpilleurs ennemis dans la nuit du 21 mars 1918. Elles sont faites d'un alliage de plomb et d'antimoine. Elles sont donc très malléables et leurs cannelures se sont partiellement émoussées par la pénétration dans le sable de la dune où elles se sont enlisées. Mais leur régularité ne laisse point de doute sur leur provenance et je pense que l'explication donnée plus haut de leur fonction est plausible et ne manque pas d'intérêt.

Cette interprétation est d'ailleurs confirmée encore par des expériences exécutées en France pendant la guerre.

On fixa à *l'avant du projectile* un empennage léger et l'on constata qu'il améliorait très sensiblement la tenue des projectiles sur leur trajectoire dans des conditions de tir courbe très désavantageuses pour la stabilité. Après la théorie que nous avons exposée, le rôle de cet empennage, en tout semblable aux ailettes d'ogive, n'a plus besoin d'être expliqué. Cependant l'officier qui imagina ce perfectionnement y fut conduit par une tout autre voie et l'interprétation qu'il en donne nous semble, sinon erronée, du moins incomplète. Pour lui, la présence des palettes à l'avant du projectile a uniquement pour effet, en augmentant, à l'avant, la surface sur laquelle agit le vent relatif, d'augmenter par le fait même le couple de renversement et par là aussi la vitesse du mouvement de précession, condition favorable pour la stabilisation. Nous ne nions pas la réalité de cet effet. Il serait d'ailleurs infiniment mieux réalisé, dans l'interprétation de l'auteur, par une coiffe légère allongée, qui n'a pas l'inconvénient d'user de l'énergie en dispersant radialement les molécules d'air rencontrées par les palettes. Nous croyons au contraire que c'est précisément cette énergie soi-disant perdue qui est utilisée, suivant la théorie que nous avons exposée, à produire le couple autostabilisateur.

Nous croyons cependant qu'en pratique, sauf le cas de tir très courbe, la stabilisation est suffisamment assurée par la coiffe légère allongée qui agit à la fois comme stabilisatrice et comme autostabilisatrice (car elle reporte vers l'avant du projectile la réaction qui produit le couple autostabilisateur et augmente donc ce couple) ; l'usage de dispositifs à ailettes ne doit pas être généralisé. Il sera utile seulement pour des projectiles courts et légers ainsi que pour les projectiles tirés sous des angles de tir considérables.

Je ne me dissimule pas le caractère très imprécis encore de l'application que j'ai tentée. J'ai, de plus, cherché à la rendre le plus élémentaire possible. En ces questions où l'observation directe et l'expérimentation artificielle sont encore impuissantes à fournir les données exactes que l'analyse pourrait mettre en œuvre, ce sont des interprétations théoriques qualitatives, imparfaites et en grande partie conjecturales qui guident les chercheurs dans leurs tâtonnements. Le tir réel est juge de la valeur des perfectionnements que l'on propose et, indirectement, des vues théoriques qui les ont suggérés.

Jeudi 15 avril 1920. — La parole est donnée à M. Mennes, pour sa communication sur *le Canal Escaut-Rhin.* Cette étude paraîtra dans la Revue des Questions scientifiques.

A la suite de sa lecture, l'auteur fut questionné sur plusieurs points de son projet par M. Lagasse de Locht, notamment sur l'abandon du projet hollandais de canalisation de la Meuse mitoyenne, sur les conditions dans lesquelles le canal projeté franchirait la crête du Waterschei dans le Limbourg. On peut regretter que l'abandon de la canalisation de la Meuse mitoyenne oblige le canal belge à monter à la cote 80 pour en redescendre ensuite, tandis que, par la vallée Mosane, on eût atteint presque de niveau, sur la Meuse hollandaise, le point d'embranchement du canal Meuse-Rhin.

ASSEMBLÉES GÉNÉRALES

I

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MERCREDI 14 AVRIL 1920

La séance s'ouvre à deux heures et demie, sous la présidence de M. A. Witz, professeur aux Facultés catholiques de Lille. La parole est donnée à M. Paul Verhaegen, Conseiller à la Cour de Cassation, délégué de la *Société bibliographique.*

Il donne lecture d'un rapport, dû à la plume du président de la Société, M. Geoffroy de Grandmaison, et dont nous reproduisons le texte presque en entier.

Lors de la naissance de la Société scientifique de Bruxelles, il y a 45 ans, la Société bibliographique eut l'honneur d'être conviée à son baptême. Elle est heureuse aujourd'hui de se faire représenter à sa résurrection, après les années de séparation douloureuse, quand la force brutale croyait bien avoir mis au tombeau les œuvres intellectuelles et civilisatrices du génie français et latin. Mais la mort s'est trompée. *Ubi est mors stimulus tuus ?* Le dard empoisonné de la barbarie germanique s'est brisé entre ses doigts et la pierre du sépulcre est levée.

C'est donc une grande joie, après la guerre, de tendre vers vous nos mains pleines de sympathies fraternelles, et de sceller à notre manière, autant qu'il est en nous qui ne sommes ni des diplomates, ni des guerriers, l'alliance franco-belge, utile à nos intérêts, nécessaire à nos esprits, douce à nos cœurs, légitime pour la dette d'honneur et de loyauté contractée de vous à nous, aussi bien en avril 1839, qu'au mois d'août 1914 et au mois d'avril 1920.

L'occupation allemande a condamné au silence et à l'inaction votre groupement scientifique. Nous ne savions rien de vous, à peine les noms de vos morts : M. Mansion, votre illustre Secrétaire général, notre correspondant habituel, avec qui j'entretenais les rapports de la plus sympathique courtoisie et sur qui il nous a été donné la consolation de lire la touchante et remarquable notice due à la plume compétente de M. Lagasse de Locht ; Godefroid Kurth, l'ami fidèle, l'historien chrétien, l'apôtre éloquent, le patriote ardent, victime choisie de l'invasion teutonne, martyr en quelque sorte de la cause de la vérité que sa plume a servie jusqu'au bout sous le joug de l'envahisseur. Vous étouffiez en prison et tous vos mérites venaient de vos souffrances muettes.

Nous étions à la bataille et nos efforts ont eu le retentissement du fracas des armes. La Société bibliographique a pu travailler même aux heures les plus tragiques, car elle avait endossé le harnais de guerre et consacré son temps, son activité, ses ressources aux soldats prisonniers, blessés, combattants. Le ravitaillement intellectuel n'était pas moins utile que le ravitaillement matériel. — Elle a formé un Comité spécial composé de ses amis de l'Académie française et de l'Institut, et répondant ainsi à la mission moralisatrice dont la chargeait S. Ém. le Cardinal Archevêque de Paris, elle a, par divers moyens, reçu, acheté, vérifié, choisi, envoyé, réparti 230.000 volumes, dans les prisons d'Allemagne, les ambulances, les hôpitaux au front, parmi les internés de Hollande et de Suisse, ou dans les camps de l'armée belge.

Les aumôniers militaires furent le plus souvent ses intermédiaires ; les remerciements émus des soldats, des officiers, de leurs familles, demeurent sa récompense. Tout ce bon grain n'aura pas été en vain jeté dans le sillon. — Si je pouvais ouvrir devant vous nos archives ou seulement feuilleter notre *Bulletin*, vous seriez édifiés par ces lettres innombrables.

Le Souverain Pontife daigna, à maintes reprises, bénir spécialement cette action charitable. Et quand il a jugé opportun de rappeler aux écrivains catholiques de tous les pays les règles de la fraternité évangélique qui doivent dominer les querelles, « *ut depositis armis, deponantur et odia* », c'est au Président de la Société bibliographique que Sa Sainteté adressait les conseils dignes des lois bienfaisantes et précises de la Chrétienté du Moyen Age, si supérieures aux nébuleuses chimères d'une Société des Nations.

Benoît XV écrivait cette lettre à propos des Noces d'Or de la Société bibliographique, — car nous avons pu célébrer ce jour heureux le 7 février 1918, — presque sous les bombes qui couvraient alors Paris sans troubler la sérénité des Parisiens. La fête fut grave ainsi que le comportaient les circonstances ; mais au milieu des sympathies les plus vives, se déroulèrent selon le rite habituel : la messe d'action de grâces, le banquet, les toasts, la séance solennelle sous la présidence du Cardinal Amette et de M. René Bazin, de l'Académie française.

Vous nous manquiez, Messieurs, ainsi que nos amis qui étaient à l'armée ; mais le souvenir de ces absents nous était bien présent, je vous assure : *absens quidem corpore, præsens autem spiritu.*

Cette activité a sauvé la Société de tout engourdissement et, sans transition, elle a repris bravement ses œuvres des temps de paix, comme elle avait inauguré tranquillement des œuvres en temps de guerre.

Les prix fabuleux de l'imprimerie actuelle (main-d'œuvre, papier, transport) retardent la reprise immédiate de notre Guide de lecture intitulé : *Que lire ?* qui avait eu un si légitime et si rapide succès. Plus encore reculons-nous, avec l'ardent désir d'aplanir ces difficultés matérielles, la remise en marche de la REVUE DES QUESTIONS HISTORIQUES. De tous côtés on nous prie et supplie de continuer ce grand recueil, véritable monument d'érudition élevé par notre fondateur le Marquis de Beaucourt, et qui a servi de type à votre REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Puissions-nous bientôt voir renaître, à côté de la vôtre, comme un double phénix, ces deux Revues sœurs !

Du moins notre recueil bibliographique universel, le *Polybiblion,* a traversé les années terribles sans défaillance ni diminution;

il s'est même augmenté d'une rubrique d'actualité : « les publications relatives à la guerre européenne », qui constituent une littérature spéciale bien curieuse. Le catalogue, qui a trouvé dans les rangs de la Société ses fondateurs et plusieurs de ses collaborateurs, est en cours d'impression. Ce « Catalogue raisonné » comprend déjà, avec son 5^{me} tome, arrivé à l'année 1917, plus de 71 000 articles (iconographie, bibliographie, documents) (¹).

Le *Polybiblion* a analysé des milliers de ces ouvrages, parmi lesquels plus de 200 se rapportent à la Belgique ; je me suis réservé l'honneur de présenter les comptes rendus de tous ces derniers, car c'était un aliment à mes sympathies.

Tous ceux qui se sont retrouvés vivants après l'épreuve sanglante ont reporté leur pensée vers les morts. La liste en serait trop longue en énumérant vos deuils et nos funérailles. J'abrégerai la nécrologie, rappelant au fil de la plume, parmi les savants illustres qui nous ont quittés, ceux seulement dont les noms sans doute, pour divers motifs, vous étaient plus familiers ; à l'Académie : Albert de Mun, le Marquis de Vogüé ; à l'Institut : Noël Valois, le baron de Courcel, Henri Welschinger ; le Cardinal Sevin ; Charles de Kirwan, qui entretenait avec la Société scientifique des relations constantes ; Maxime de la Rocheterie, l'historien de Marie Antoinette ; Paul Allard, l'historien des persécutions ; sans parler de Godefroid Kurth, pour qui nous mêlons nos souvenirs.

C'est le cas de dire que nous ne pleurons pas ces disparus comme ceux qui n'ont pas d'espérance. Une pléiade de nouveaux membres nous arrive chaque jour. Chacun sent le besoin de resserrer par une association intellectuelle les hommes de science et les hommes de foi.

Pendant et malgré la guerre nous avons inscrit sur nos listes 400 sociétaires, du n° 11 170 au n° 11 570. J'aime à proclamer la personnalité ecclésiastique la plus éminente qui a daigné nous donner ce témoignage : le Cardinal Archevêque de Malines. Avec une bonne grâce, un empressement, une dignité sans égale, le primat de Belgique accueillait notre requête respectueuse. A l'honneur de nous permettre de faire briller son nom à la tête de nos membres titulaires, il a spontanément voulu joindre l'offre d'une

---

(¹) *Collection Henri Leblanc*. LA GRANDE GUERRE, Catalogue raisonné. Paris, Émile Paul, éditeur, 1916-1917.

cotisation généreuse, en homme qui connaît le côté pratique de la vie comme il en possède si pleinement le sens surnaturel.

Je suis assuré qu'un exemple venu de si haut touchera votre sensibilité comme il a comblé notre ambition ; et que nous aurons à enregistrer dans nos rangs des adhésions qui nous seront infiniment précieuses. Cette compénétration de nos deux Compagnies est une tradition ; dès vos débuts, le tiers de vos adhérents venait de France : sur 600 membres, la Société scientifique de Bruxelles comptait 200 Français.

J'eusse aimé venir renouer effectivement ces liens en assistant à votre Assemblée Générale, vous remercier de vive voix de votre invitation à m'y rendre, vous apporter des sentiments qu'au cours de récentes conférences en Belgique, j'ai eu la joie profonde d'exprimer et de goûter avec émotion. Mais précisément, ce sont ces voyages antérieurs qui m'enlèvent le loisir d'en entreprendre présentement un autre et me font vous prier d'agréer mes excuses avec mes regrets.

Les vôtres du moins seront vite allégés par le choix que la Société bibliographique, à défaut de son Président, fait de son représentant parmi vous. Notre ami commun M. le conseiller Paul Verhaegen a bien voulu accepter la mission de vous donner lecture de ce rapport. Je l'en remercie, vous l'en remercierez vous-même. Je n'ose souligner les qualités personnelles que nous aimerions saluer, et moi plus que tout autre, chez votre compatriote ; car pour la première fois dans sa carrière de jurisconsulte, il ne remplirait peut-être pas jusqu'au bout son mandat, si dans mon manuscrit que je suis obligé de confier à son amitié, j'avais eu l'imprudence de glisser des louanges, même par analogies, périphrases et allusions. Mais son esprit d'équité ne me refusera pas de constater que la magistrature belge a donné pendant l'invasion l'exemple de l'intrépidité la plus sereine, du patriotisme le plus éclairé, du courage civique le plus pur. En dignité comme en mérite, le premier de tous ces Corps judiciaires se trouve la Cour de Cassation dont M. Paul Verhaegen est membre. Je n'ai rien à dire de plus.

La note si substantielle que je viens de lire, a ajouté M. Verhaegen, dit trop et trop peu. Elle me remplit de confusion en citant mon nom avec des éloges fort peu mérités. Elle néglige d'autre part de rappeler les titres nombreux que son auteur a acquis pendant la guerre à la reconnaissance du monde civilisé et de la Belgique en particulier.

M. de Grandmaison a consacré son inlassable activité et celle de ses collaborateurs à l'œuvre de la Croix Rouge, et, sous le couvert de celle-ci, à deux œuvres capitales : l'aumônerie militaire et l'envoi de livres aux soldats blessés ou prisonniers.

Grâce à son dévouement prodigieux, ces deux entreprises ont progressé merveilleusement. La seconde, qui intéresse particulièrement la Belgique, a abouti à des résultats inappréciables : des milliers de prisonniers et de blessés belges ont reçu, grâce à elle, le réconfort de lectures attrayantes et utiles, destinées non seulement à les distraire, mais à faciliter leurs études. Pas un envoi ne fut fait sans être accompagné d'une lettre personnelle donnant au destinataire des encouragements, des indications sur les lectures qui pourraient l'intéresser et des assurances sur l'avenir.

Pour les Flamands, la sollicitude fut poussée à ce point que des livres en langue flamande furent commandés à grands frais en Hollande, acheminés par l'Angleterre jusqu'à Paris, et envoyés de là dans les camps et les prisons d'Allemagne par la Suisse.

Nombreux furent les remerciements que des procédés aussi délicats provoquèrent. Voici la lettre qu'un aumônier flamand écrivait à M. de Grandmaison : elle ne fait que traduire les sentiments exprimés par beaucoup d'autres :

« Monsieur le Président, j'ai reçu ce soir le gros colis de livres flamands que vous avez eu l'amabilité de m'adresser. Je ne puis pas tarder à vous en remercier de tout mon cœur. Votre extrême délicatesse me confond ; déjà lors de son premier envoi, votre bienveillance me toucha ; mais votre lettre du 8 janvier courant m'étonna (laissez-moi employer ce mot) et m'émerveilla ; je n'en revenais pas. La lecture de votre brochure sur les aumôniers militaires me donna le secret de votre dévouement. Je garderai comme un des plus beaux souvenirs de la guerre cette correspondance, qui dira à tous ceux qui la liront la beauté et la grandeur de votre œuvre. Si vous saviez le plaisir que vous avez fait à un pauvre moine belge exilé et celui que vous procurerez à nos malades qui m'assaillent tous les jours pour avoir de quoi passer les longues heures d'hôpital ! Le choix des livres est excellent. Je prie Dieu de vous bénir. »

Faut-il s'étonner si S. S. le Pape Benoît XV a voulu reconnaître le dévouement de M. de Grandmaison en lui envoyant récemment les insignes les plus élevés de l'Ordre du Saint Sépulcre, et si le gouvernement belge, acquittant une faible partie de la dette de gratitude contractée par notre pays, vient de décerner au président de la Société bibliographique la rosette d'officier de l'Ordre de la Couronne ?

La parole est donnée à M. l'abbé Tillieux, directeur du Collège de Mechelen-sur-Meuse, pour une conférence, accompagnée de projections et de démonstrations expérimentales, sur *les idées modernes sur la constitution de la matière.*

Cette conférence sera publiée *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 juillet 1920.

II

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 15 AVRIL 1920

La séance s'ouvre à deux heures et demie, sous la présidence de M. A. Witz, professeur aux Facultés catholiques de Lille.

M. Ch. de la Vallée Poussin, secrétaire général, fait connaître les conclusions des commissaires chargés d'examiner les comptes du trésorier relatifs à l'année 1919. Ces comptes sont approuvés par l'assemblée. En voici le détail :

Recettes et Dépenses de la Société scientifique pendant l'Année 1919

RECETTES		DÉPENSES	
Revue des Questions scientifiques			
Produits des abonnements fr.	0000,00	Impression et illustration fr.	336,20
Vente d'anciennes livraisons	109,10	Collaboration	385,40
Subside de la Société . . .	1293,28	Administration et propagande	680,78
	1402,38		1402,38

Annales

RECETTES		DÉPENSES	
Produits des cotisations fr.	4530,75	Impression, illustration et expédition . . . . fr.	1792,08
Vente d'anciens volumes .	90,15	Indemnité des secrétaires .	1860,00
Vente des brochures . .	14,50	Frais des sessions	789,59
Subside de la Société . .	487,06	Administration et propagande	680,79
	5122,46		5122,46

Société

RECETTES		DÉPENSES	
Coupons . . . . . fr.	3907,54	Subside à la *Revue* . . fr.	1293,28
Intérêts du compte courant	396,14	Subside aux *Annales* . .	487,06
	4303,68	Excédent	2523,34
			4303,68

Le secrétaire général fait connaître le résultat des élections pour le Conseil général et les bureaux des sections.

La composition du Conseil pour l'année 1920-1921 est la suivante (¹) :

Président : M. Lagasse de Locht (1922).
Vice-Présidents : M. M. d'Ocagne.
M. A. Renier (1923).
Secrétaire général : M. Ch.-J. de la Vallée Poussin (1923).
Secrétaire : R. P. F. Willaert (1924).
Trésorier : M. Éd. Goedseels (1921).
Membres : MM. Ch. Beaujean (1921).
le M^is de la Boëssière-Thiennes (1923).
le R. P. H. Bosmans (1924).
le Ch^ne Cocheteux (1924).
Fr. De Walque (1923).
Éd. De Wildeman (1924).

(¹) Le nom de chaque membre du Conseil est suivi de l'indication de l'année où expire son mandat.

Membres : MM. le Dr X. Francotte (1921).
le Chne V. Grégoire (1922).
É. Harmant (1922).
le Cte Ad. de Limburg-Stirum (1921).
E. Pasquier (1922).
A. Proost (1923).
le Dr R. Warlomont (1924).

Bureaux des Sections :

1re Section

Président : M. Éd. Goedseels.
Vice-Présidents : M. M. Lecat.
M. H. Janne.
Secrétaire : M. H. Dutordoir.

2e Section

Président : M. G. Lemoine.
Vice-Présidents : M. Éd. Branly.
R. P. Schaffers, S. J.
Secrétaire : R. P. Lucas, S. J.

3e Section

Président : M. Éd. De Wildeman.
Vice-Présidents : M. l'abbé G. Delépine.
M. le Cte A. de Limburg-Stirum.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

4e Section

Président : M. le Dr Ch. Goris.
Vice-Présidents : M. le Dr R. Schockaert.
M. le Dr A. Delétrez.
Secrétaire : M. le Dr R. Warlomont.

5e Section

Président : M. Ch. Morisseaux.
Vice-Président : M. F. Dechamps.
Secrétaire :

6e Section

Président : M. le Bon G. de Béthune.
Vice-Présidents : M. J. Carlier.
M. Ch. Beaujean.
Secrétaire : M. R. Van der Mensbrugghe.

Après avoir fait connaître les questions de concours proposées par les sections, le Secrétaire général donne lecture de son rapport sur l'activité de la Société Scientifique pendant l'exercice 1919-1920.

Voici la première fois que votre nouveau Secrétaire général est appelé à vous rendre compte de l'activité de la Société scientifique pendant l'exercice écoulé. Sa première pensée sera pour ceux qui l'ont précédé dans cette tâche ; elle ira à Paul Mansion, au R. P. Thirion qui ont incarné le Secrétariat pendant de longues années. Ainsi qu'il convenait, la Revue des Questions scientifiques leur a consacré les deux premiers articles de sa première livraison. Notre éminent confrère M. Lagasse de Locht nous a donné, sur Paul Mansion, des pages émues, pieux témoignage de la longue et inaltérable amitié qui l'unissait à notre cher Secrétaire général ; il a fait revivre devant nous l'homme, le savant, le chrétien que nous avons tous connu et aimé ; et les souvenirs de cette amitié sont tout mêlés à l'histoire de la Société scientifique depuis sa création jusqu'à la guerre. De son côté le R. P. Schaffers, qui connaissait bien le R. P. Thirion, nous a fait de lui un éloge, qui est un modèle de délicatesse et de vérité. On ne dira jamais tout ce que notre Société doit à ce modeste religieux, professeur éminent, écrivain érudit et distingué, qui a comblé tant de vides dans nos publications et qui en laisse lui-même un si grand parmi nous.

Personne assurément n'en peut mieux mesurer l'étendue que mon cher collaborateur, le R. P. Willaert, qui a entrepris la tâche redoutable de le remplacer. Je lui dois bien des remerciements ; je crains de lui devoir même des excuses : ne lui ai-je pas laissé, avec la besogne du P. Thirion, une bonne partie de celle que faisait si consciencieusement Paul Mansion ? Tout ce que je sais, c'est que j'ai accepté à mon corps défendant le titre de Secrétaire général dont vous avez bien voulu m'honorer, que le vœu formel de Mansion mourant m'imposait presque cet honneur comme un devoir ; encore ne l'ai-je accepté que parce que le R. P. Willaert consentait à prendre toute la peine pour lui ; et cette peine, je la lui ai laissée. S'il y a quelques mérites à revendiquer, c'est à lui qu'ils doivent tous revenir. Et cependant, malgré cela, le grand honneur que vous m'avez fait est lourd à porter, et dans les circonstances que nous traversons j'en aperçois trop bien les périls.

La guerre n'a pas seulement fauché d'innombrables existences, elle a renversé l'ordre établi et le monde désorienté cherche encore son nouvel équilibre. La Société scientifique n'échappera pas à l'universel bouleversement. Elle ne peut revivre qu'à la condition de se renouveler. Le premier chapitre de son histoire s'est définitivement fermé avec la guerre. Un nouveau chapitre s'ouvre. Nous désirons tous qu'il soit aussi fécond, aussi glorieux que le premier. Mais ne croyons pas surtout que l'appui du passé puisse lui suffire. Il faut de nouveaux efforts, de nouveaux dévouements, de nouveaux sacrifices, de nouvelles idées, et je sens tout le poids de la responsabilité que j'ai prise.

Il ne convient pas non plus d'exagérer nos craintes ; les difficultés ne doivent que nous stimuler. D'ailleurs les premiers efforts de la Société renaissante sont vraiment encourageants. Le bilan que je vais avoir l'honneur de vous présenter prouve qu'elle a repris conscience d'elle-même, qu'elle est bien vivante et agissante ; et c'est plus qu'il n'en faut pour autoriser les plus belles et les plus légitimes espérances.

I. PUBLICATIONS

La Société a fait paraître, depuis la session de Pâques 1919, trois fascicules du tome XXXIX des Annales correspondant à l'année sociale 1919-1920 et le quatrième paraîtra dans un mois. Nous analyserons dans notre prochain rapport le contenu de ce volume qui est encore en cours de publication. Nous signalerons toutefois dès aujourd'hui la plus grande rapidité obtenue dans la publication des fascicules, conformément au vœu exprimé par le Conseil. Chaque fascicule contenant le compte rendu des séances avec les communications qui y sont faites ou le sommaire des Mémoires présentés, a été distribué au plus tard six semaines après la session. Cette promptitude a certainement l'avantage d'augmenter l'intérêt du numéro pour la majorité des lecteurs et elle sauvegarde le droit de priorité des auteurs.

La REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES a reparu depuis cette année et elle a distribué une livraison dont j'ai déjà eu l'occasion de parler. On y trouve, comme avant la guerre, des articles originaux, dus aux savants les plus compétents dans la matière, une bibliographie très complète et très soignée et une revue des recueils périodiques. Nous attendrons encore la publication de la fin du volume pour en faire l'analyse détaillée. Mais nous pouvons affirmer que la REVUE conservera le rang qu'elle occupait parmi les recueils de vulgarisation scientifique, à savoir le premier sans conteste pour la Belgique et l'un des tout premiers pour l'ensemble des revues de langue française.

Toutefois, afin de faire face aux charges de plus en plus lourdes de l'impression, hausse du prix du papier, de la main-d'œuvre, etc., qui ont plus que triplé le prix de revient du numéro, nous avons été forcés de faire appel au dévouement de nos abonnés et de leur demander un petit sacrifice. Le prix de l'abonnement passe de 20 à 35 frs, majoration relativement minime si on la compare à celle de tous les ouvrages de librairie, sacrifice qui paraîtra léger si l'on songe à l'importance de la REVUE pour le bien de la Science et la défense de la Religion. Nous n'espérons pas d'ailleurs que cette majoration suffise pour couvrir tous les frais de la REVUE ; il restera un déficit que la Société scientifique devra combler avec ses propres ressources ainsi qu'elle l'a déjà souvent fait dans le passé.

II. SESSIONS

La session de Pâques 1919 s'est tenue à Bruxelles et elle fut réduite à une seule journée. Le discours d'ouverture fut prononcé par M. A. Witz, président de la Société, accouru de Lille, malgré les lenteurs et les difficultés d'un voyage par des lignes imparfaitement rétablies. Son discours a paru dans les ANNALES et l'objet de cette première séance y est caractérisé en termes éloquents : Séance de ralliement, destinée à serrer les rangs, à compter les vides ; hommage rendu à tous ceux qui ont bien mérité de la Société scientifique et qui ne sont point revenus ; appel aussi à la jeunesse, à son indispensable appoint et à ses généreuses initiatives.

La conférence fut faite par le général Baron Greindl, commandant le Génie d'armée au Grand Quartier général belge. Cette conférence fut le légitime hommage de la Société scientifique à l'armée, objet de nos espoirs indéfectibles et instrument de notre délivrance. Quel autre sujet que l'armée eût-on pu choisir, en effet, qui fût plus imposé par les circonstances et plus conforme aux désirs de l'assemblée ?

La conférence avait donc pour objet : *Le développement des spécialités à l'armée de campagne.* Ce fut une causerie charmante, toute d'abondance, pleine de vie et d'humour. Je ne puis malheureusement vous en donner ici qu'un squelette dépouillé et incomplet.

L'*embellissement* de notre armée, tel est le terme par lequel l'orateur pense pouvoir caractériser son sujet ; c'est bien, en effet, le terme propre pour désigner l'adaptation progressive et de plus en plus parfaite de l'armée à son objet, c'est-à-dire à ses diverses fonctions. Or frapper, voir, ordonner, se défendre, voilà les objectifs essentiels pour lesquels le corps qu'est une armée doit avoir des organes appropriés ; par conséquent, moyens d'action ou de combat, moyens de renseignement, moyens de liaison, moyens de protection, tels sont les divers organismes que le conférencier examinera pour suivre en chacun d'eux le développement des spécialités correspondantes.

Moyens de combat. — Pour résumer la transformation des armes de l'*infanterie* il suffit de rappeler qu'en 1914 les fantassins ne disposaient pratiquement que d'un seul fusil, le fusil Mauser, arme à trajectoire rasante. Mais, l'ennemi se terrant, les armes à tir courbe se multiplièrent, la spécialisation s'ensuivit. En 1918, sur mille fantassins, 353 seulement ont conservé l'emploi du Mauser, 220 constituent des équipes de grenadiers, 78 ont le fusil lance-grenades, 116 desservent le fusil mitrailleur et 119 la mitrailleuse.

La transformation est analogue pour l'artillerie. On rêvait en 1914 de doter le canon de campagne d'un projectile dit *unique*. La guerre venue, ce même canon tire six projectiles différents ; les poudres se diversifient, les calibres aussi : canons de 7,5, de 10,5, de 12, de 15 ; obusiers de 10,5, de 12, de 15, de 21 ; mortiers de 22 ; pièces contre avions. Le rapprochement des tranchées et le besoin d'économiser les grosses pièces donnent naissance à l'artillerie de tranchées, dont le mortier Van Deuren, d'invention belge, est un des spécimens les plus originaux.

Même progrès dans l'aviation de bombardement. Les fléchettes du début font place à des bombes de plus en plus grosses, jusqu'à atteindre couramment en 1918 des poids de 300 et même de 700 kil.

Moyens de renseignement. — La question essentielle est celle du repérage des batteries adverses. Cette recherche, centralisée pour tout le front, repose sur un véritable service géodésique constitué de postes déterminant les directions d'apparition des lueurs. Si les lueurs se dérobent derrière une crête ou se masquent par d'autres moyens, le repérage par le son intervient avec une précision un peu moindre, suffisante cependant pour localiser le travail de l'officier, armé d'une loupe, qui étudie la photographie de zone prise par un avion. Les ballons captifs surveillent l'air, mais leur stabilité les rend vulnérables. L'aviation constitue un moyen merveilleux de renseignement, tant par ses reconnaissances à vue que par la perfection des clichés qu'elle permet de prendre et dont l'étude est encore facilitée par des procédés stéréoscopiques. Citons enfin le système d'écoute, par des prises de terre, des conversations téléphoniques ennemies, permettant de saisir une conversation à deux kilomètres, puis la détermination par appareils radiogoniométriques des emplacements des postes de télégraphie sans fil utilisés par l'ennemi, fixant le nombre et l'importance des quartiers généraux et renseignant les déplacements des grandes unités.

Moyens de liaison. — Dans ce domaine encore le progrès est phénoménal. En 1914, nous n'avons qu'un peloton de télégraphistes par corps d'armée, un peu de câbles par batterie. En 1918, il n'est si petite unité qui n'ait ses téléphonistes signaleurs et la longueur des câbles que transporte l'artillerie est décuplée.

Le peloton de télégraphistes est devenu une compagnie et l'armée possède le réseau téléphonique le plus complet.

Parallèlement se développe la T. S. F. Au début de la guerre, elle est encore trop encombrante pour être utilisée sur le champ de bataille. Mais on trouve le moyen de diminuer les antennes, de réduire l'énergie nécessaire à l'émission des ondes, d'assurer la multiplicité des postes et d'en prévenir la confusion par l'emploi de longueurs d'onde différentes. C'est à la T. S. F. que l'on doit la solution pratique de la communication constante entre avion et terre.

Moyens de protection. — On érigea d'abord des travaux définitifs, des abris bétonnés, on les renforça avec des armatures métalliques. Mais le canon, augmentant de puissance, culbuta tous les abris. Alors on s'enterra résolument, descendant à une profondeur suffisante pour défier les plus gros calibres. Mais, sur le front de l'Yser, ce procédé n'était pas applicable ; il y fut pallié par la multiplication de rideaux dérobant nos lignes aux ennemis, et la nécessité de se cacher fit ériger en système le *camouflage*. Le déplacement était encore un moyen de protection, moyen singulièrement pénible quand, comme sur l'Yser, les batteries forcées de déguerpir s'enlisaient dans le sol boueux. Mais l'un des plus beaux problèmes est celui de la défense contre avions. On tira d'abord, avec des canons de marine à répétition, des projectiles dont certains laissaient une trace luisante matérialisant la trajectoire dans l'air. Plus tard le tir devint plus scientifique : de deux postes écartés de la batterie on suivait un avion à la lunette, tandis qu'un système de communications par rhéostat assurait la convergence d'un axe fixé à la pièce avec ceux des deux lunettes. Cependant la vraie défense contre l'avion est constituée par l'avion de chasse, appareil de grande vitesse fondant sur l'ennemi comme un aigle sur sa proie. La nuit on effectuait des tirs de barrage et on fouillait le ciel avec des réflecteurs puissants, spectacle féerique mais de peu d'efficacité.

Pour finir, résumons l'étape parcourue par une comparaison en raccourci. En 1914 une armée belge de neuf hommes eût compris sept fantassins, un artilleur, un pourvoyeur. En 1918 la même équipe de neuf hommes est spécialisée comme il suit : trois fantassins, dont un fusilier, un grenadier, un mitrailleur ; deux artilleurs, un protecteur (soldat du génie), un informateur (service des liaisons), un cantonnier (service des routes), un commissionnaire-camionneur (transports divers).

Cette belle conférence souleva d'unanimes applaudissements. Ils s'adressaient à l'armée, comme de droit; mais ils allaient aussi au conférencier lui-même, ils soulignèrent et appuyèrent vigoureusement sa conclusion, que nous ferons nôtre : Le perfectionnement de notre armée nationale est une prime d'assurance contre les catastrophes. Ne la laissons donc pas dépérir ; c'est notre devoir et c'est encore une écononie.

Le choix de la ville de Louvain comme siège de la session d'automne empruntait aux circonstances une signification parfaitement claire. Après les épreuves subies, la Société scientifique voulait donner à l'Université, toute meurtrie encore, à son chef et à son corps professoral, une preuve de solidarité, un témoignage éloquent de sa sympathie.

L'assemblée générale de l'après-midi, sous la présidence d'honneur de Mgr Ladeuze, recteur de l'Université, se tint dans la vaste salle des fêtes du Collège de la S^{te} Trinité, mise gracieusement à notre disposition. Ce fut une belle, une réconfortante manifestation, telle que la Société scientifique n'en connut point de plus brillante. Le public remplissait la salle. Le monde universitaire y était présent. M. Witz, président de la Société, ouvrit la séance ; s'adressant au Recteur de l'Université, il fit apparaître en pleine lumière le sens de la réunion, rappela tous les liens qui rattachent la Société scientifique à l'Alma Mater et exprima les sentiments d'admiration et de dévouement que la Société scientifique éprouve pour cette glorieuse institution. Mgr Ladeuze lui répondit et le remercia au nom de l'Université. Ensuite la parole fut donnée à M. Pierre Termier, de l'Institut de France, professeur à l'École des mines de Paris et directeur du Service de la carte géologique de la France. Le savant conférencier nous parla des *grandes énigmes de la géologie*. Faut-il rappeler la science et la maîtrise de l'orateur, son charme incomparable de causeur, l'attention religieuse, puis les acclamations enthousiastes d'un auditoire longtemps subjugué et captif ?

Nous gardons de cette assemblée un souvenir durable. Les discours de M. Witz et de Mgr Ladeuze sont reproduits aux ANNALES dans le compte rendu de la réunion. La conférence de M. Termier est publiée *in extenso* dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Ceux qui ont eu la bonne fortune de l'entendre et qui la liront, retrouveront sans aucun doute le plaisir délicat qu'ils ont goûté en l'écoutant.

Je ne vous ai pas encore parlé du travail des sections. Mais il fut particulièrement abondant et précieux et il remplit de ses résultats tout le 2e fascicule des ANNALES.

Pour la première fois un déjeuner intime fut organisé, réunissant les membres des diverses sections, leur fournissant ainsi, sous une forme agréable et pratique, l'occasion de se créer des relations nouvelles.

L'hospitalité fut gracieusement accordée aux sections par M. le prof. Bruylants à l'Institut de Chimie, par M. le prof. Noyons à celui de physiologie, par MM. les prof. Lemaire et G. Debaisieux à l'Hôpital Saint-Pierre, par M. le prof. Gillon à l'Institut électromécanique, par les RR. PP. Jésuites au Collège Saint Jean Berchmans. A tous ceux qui nous ont assuré leur généreux concours, mais plus particulièrement encore au Collège de la Sainte Trinité, qui ouvrit sa grande salle de fêtes à notre assemblée générale, j'adresse l'expression de nos plus vifs remercîments.

En témoignage de reconnaissance pour l'accueil fait à la Société scientifique par l'Université de Louvain, le Conseil a décidé d'offrir à la bibliothèque de l'Université la collection complète des ANNALES et de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES.

III. ÉTAT ACTUEL DE LA SOCIÉTÉ

Les vides faits dans nos rangs au cours de la guerre, par la mort, les démissions, par les radiations de membres ressortissants aux nations ennemies, ont réduit de 103 le nombre de nos adhérents. Par contre, 45 présentations nouvelles ont été admises. Actuellement la Société compte 464 membres.

Parmi les distinctions scientifiques accordées à nos confrères au cours de l'année, je ne cite que celles qui me reviennent à la mémoire. Le colonel Ariès a été nommé membre correspondant de l'Institut ; MM. les professeurs de Dorlodot et Grégoire, de l'Université de Louvain, membres correspondants de l'Académie royale de Belgique ; M. le professeur Pasquier, de la même Université, membre de la Commission internationale des poids et mesures.

Nous leur adressons, avec plaisir, les félicitations de la Société.

La Société scientifique n'est pas restée étrangère au grand mouvement de solidarité qui tend à grouper les forces de production scientifique du pays. Sur l'initiative prise par Monsieur le Ministre des Sciences et des Arts, elle a proposé des candidats au Conseil National de Recherches. Ce Conseil, formé suivant le vœu exprimé à la Conférence des Académies des Sciences interalliées, n'est pas encore définitivement constitué. Enfin la Société scientifique s'est affiliée à la Fédération des Sociétés scientifiques belges, association qui a pour but de défendre les intérêts et d'assurer la prospérité des organismes adhérents. Plusieurs de nos collègues ont été appelés à faire partie de son bureau et la présidence en a été confiée à votre Secrétaire général.

Cet aperçu de notre activité pendant cette première année de retour à la vie, nous permet, comme vous le voyez, de fonder de légitimes espoirs pour l'avenir. Sans doute, nous avons encore besoin de l'assistance d'En-Haut, mais nous pouvons compter sur elle et les bonnes volontés ne nous manqueront pas.

Le Président propose ensuite à l'assemblée de porter la cotisation de membre de 15 à 20 francs. Conformément à l'article 16 des statuts, cette proposition sera discutée en assemblée générale à la session de Pâques de l'année prochaine.

La parole est donnée à M. G. Lemoine, membre de l'Institut, professeur à l'École polytechnique, pour une conférence sur *les applications récentes des sciences expérimentales à l'art militaire*.

Cette conférence sera publiée *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques, livraison de juillet 1920.

LISTE DES OUVRAGES

OFFERTS A LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

du 1^er^ mai 1914 au 1^er^ mai 1920

I. Livres et brochures

André J. B. — Projet de règlement sur le commerce des eaux de boisson. Un vol. de 204 pp. (16 × 23). Ministère de l'Intérieur. Administration du service de santé et de l'hygiène. — Bruxelles, Van Buggenhoudt, 1919.

Anthony St. and **Harlan H. V.** — Germination of Barley pollen. 12 pp. + 2 pl. (18 × 26). Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. — Washington, févr. 1920.

Aspiazu (Ubaldo de) et **Gil Rodrigo.** — Magnétisme terrestre. 101 pp. (24 × 17). — Madrid, 1919.

Aubert Jean. — La probabilité dans les tirs de guerre. Avec une préface de M. M. d'Ocagne. Un vol. de VIII + 130 pp. (25 × 17). — Paris, Gauthier-Villars, 1919.

Backhouse T. W. — Meteorological Observations, Chiefly at Sunderland. *Publications of West Hendon House Observatory,* Sunderland, N° IV. Un vol. in-8°, 188 pp. — Sunderland, Hills, 1915.

Badoureau A. — Causeries philosophiques. Un vol. de XX + 226 pp. (23 × 14). — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 8 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Balu Émile. — Détermination du point par relèvement. Méthode du service hydrographique de la marine, dite du « Point approché ». — Géodésie topométrique. Troisième fascicule. 58 pp. (23 × 14), 2 pl. hors texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1919, — Prix : 6 francs.

Belot Émile. — L'origine des formes de la Terre. Un vol. de XII + 208 pp. (16 × 26) avec 41 fig. et 3 pl. — Paris, Gauthier-Villars, 1918. — Prix net : 14.40 fr.

Bigourdan G. — Petit atlas céleste. Deuxième édition. Un vol. de 56 pp. (23 × 14) avec 5 cartes en couleur. — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 2 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Blake S. F. — Directions for collecting flowering plants and ferns. 8 pp. (15×23) avec 3 fig. — United States, Department of agriculture, janv. 1920.

Bloch Léon. — Précis d'électricité théorique. Un vol. de VI + 476 pp. (25 × 16), avec 18 fig. dans le texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 30 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Bower F. O., Graham Kerr J. and **Agar W. E.** — Lectures on sex and heredity, delivered in Glasgow, 1917-18. Un vol. illustré 12 × 18, de 120 pp. — Londres, Macmillan, 1919.

Bower F. O. Sc. D. F. R. S. — Botany of the living plant. Un vol. ill. 14 × 22 de 580 pp. — Londres, Macmillan, 1919.

Branford Victor M. A. — Interpretation and forecasts. A study of survivals and tendencies in contemporary society. — London, Duckworth and Company, 1914.

Breazeale J. F. — Response of citrus seedlings in water cultures to salts and organic extracts. 12 pp. 2 pl. Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH, décembre 1, 1919. — Washington, Government Printing Office.

Brocard H. et **Lemoyne T.** — Courbes géométriques remarquables. (Courbes spéciales.) Planes et gauches. Tome I. Un vol. de VIII + 451 pp. (16 × 25). — Paris, Vuibert, 1919.

Brooks Ch., Cooley J. S., Fisher D. F. — Nature and Control of apple-scald, 30 pp. Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. Nov. 15, 1919. — Washington, Government Printing Office.

Brucker Joseph. — Les Études contre le modernisme de 1888 à 1907. Une broch. de 23 pp. — Paris, Bureaux des Études.

Burali-Forti C. — Logica matematica. 2ª ed. intieramente rifatta. — Un vol. de XXXII + 483 pp. (15 × 11). *Manuali Hoepli.* — Ulrico Hoepli, Milano, 1914.

Byards L. P. and **Gilbert W. W.** — Soil disinfection with hot water to control root-knot nematode and parasitic soil fungi. 14 pp. 5 pl. hors texte. — United States department of agriculture, BULLETIN nº 818.

Carbone Caesar. — Praxis ordinandorum ea omnia potissimum complectens quae clericis scitu necessaria seu utilia habentur pro experimentis ordinationibus praemittendis ad canones codicis juris canonici redacta. Un vol. de XII + 244 pp. (17,5 × 11). — Turin, P. Marietti, 1919.

Chancerel Lucien. — Traité pratique de sylviculture, exploitation forestière et boisement. Un vol. de VIII + 374 pages (25 × 16) avec 75 fig. dans le texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 14 fr. Majoration temporaire : 50 °/₀.

Chappuis James et **Berget Alph.** — Leçons de physique générale. Tome II. Troisième édition entièrement refondue. — Un vol. de 634 pp. (16 × 25) avec 405 fig. dans le texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 30 fr. Majoration temporaire : 50 °/₀.

Coéllar José M. — Proceso del Caudillo de la Independencia Dn. Mariano Matamoros. *(Publicaciones del Archivo General de la Nacion.)* 61 pp. (21 × 16). Mexico, 1918.

Colson René — Le portrait du Christ. Le Saint Suaire de Turin en 1914. Une broch. de 56 pp. — Poitiers, Oudin, 1914.

Copaux H. — Introduction à la chimie générale. Lois fondamentales de l'atomisme et de l'affinité exposées à des chimistes débutants. Un vol. de 212 pp. (18 × 12). — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 7,20 fr.

Courquin A. et Serre G. — Cours d'aérodynamique pratique à l'usage des pilotes et mécaniciens aviateurs. Un vol. de 152 pp. (18 × 12) avec 66 fig. dans le texte et 15 pl. hors texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 6 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Cullis C. E. — Matrices and determinoids. 2 volumes (28 × 18) de xii + 430 et xxiii + 556 pp. — Cambridge. University Press, 1913 et 1918. — Prix net : 21 et 42 sh.

Dachnowski (A. P.). — Quality and value of important types of peat material. A classification of peat based upon its botanical composition and physical and chemical characteristics. 40 pp. — United States department of agriculture. BULLETIN, n° 802. — Washington, Government Printing Office, 1919.

Daly Reginald Aldworth. — Geology of the North American Cordillera at the forty-ninth parallel. In three Parts. Part. II. Un vol. in-8° avec cartes détachées. Report of the chief astronomer 1910 — Ottawa, Parmelee, 1913.

Delacre Maurice. — Histoire de la Chimie. (xv + 632 pp.), (23 × 15). — Paris, 1920.

Delauney (Lieut^{t}-Col.). — Problèmes astronomiques. Les distances des satellites. La voie lactée. Les taches solaires. Les essaims d'étoiles filantes. Le système de la terre. Les troubles de l'humanité. Un vol. de 49 pp. (16 × 26). — Paris, Gauthier-Villars, 1920.

Demozay Lucien. — Relations remarquables entre les éléments du système solaire. ix + 141 pp. (26 × 17). — Paris, Gauthier-Villars, 1919.

D'halluin Maurice. — Le problème de la mort. Extrait de la REVUE DE PHILOSOPHIE. Une broch. de 70 pp. — Paris, M. Rivière.

Dickson Leonard Eugene. — History of the theory of numbers. Vol. I. Divisibility and primality. Un vol. de xiv + 486 pp. (19 × 26). — Carnegie Institution of Washington. Washington, 1919.

Duhem Pierre. — Études sur Léonard de Vinci. Troisième série. Les précurseurs parisiens de Galilée. Un vol. de xiv + 626 pp. (17 × 25). — Paris, Hermann, 1913.

—— Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. Tome II. Un vol. de 522 pp. — Paris, Hermann, 1914.

—— Le système du monde. Histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic. Tome IV. 598 pp. Tome V. 596 pp. (17 × 25). — Paris, Hermann, 1916 et 1917.

Du Pasquier L. Gustave. — Introduction à la science actuarielle. Un vol. de 174 pp. (24 × 16). — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé. — Prix : 5 francs.

Dusmet y Alonso José Maria. — Apuntes para la Historia de la entomologia de España (Asociación Española para el Progreso de las Ciencias. — Congreso de Sevilla). (25 × 16) pp. 80. — Madrid, Arias, s. a.

—— Memorias de la REAL SOCIEDAD ESPANOLA DE HISTORIA NATURAL. (Tome VIII, Memoria 9ª), (25 × 17) pp. 41. — Madrid, Museo Nacional de Ciencias Naturales, 1915.

—— Memorias de la REAL SOCIEDAD ESPANOLA DE HISTORIA NATURAL. (Tome VIII, Memoria 7ª), (26 × 17) pp. 45. — Madrid, Museo Nacional de Ciencias Naturales, 1915.

Edson H. A. and **Shapovalov M.** — Temperature relations of certain potato-rot and wilt-producing fungi. 14 pp. (18 × 26). Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. — Washington, févr. 1920.

Fischer Paul B. — Determinanten. Zweite, verbesserte Auflage. 135 pp. — Berlin und Leipzig, C. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1912.

—— Koordinatensysteme, 125 Ss. mit 8 Fig. — Leipzig, G. J. Göschen'sche. Verlagshandlung, 1911.

de Forcrand R. — Cours de chimie à l'usage des étudiants P. C. N. et S. P. C. N., 2^e^ édition. Tome I. Généralités. Chimie minérale. Tome II. Chimie organique. Chimie analytique. Applications numériques. 438 et 528 pp., 26 et 34 figures dans le texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1918 et 1919. — Prix : 14 fr. et 18 fr. Majoration temporaire : 10 %.

de Galdeano Zoel G. — Correlaciones matemático-fisico-químicas lecciones explicadas (Extensión Universitaria). 88 pp. (22 × 16). — Zaragoza, Casañal, 1916.

—— Enseñanza matemática. 100 pp. (23 × 16). — Zaragoza, Casañal, 1918.

—— Razionamento de mi Curso Elemental de Cálculo infinitesimal comprendiendo nociones de matemática fisico-química (Anuario del Curso de 1915 a 1916). 244 pp. (23 × 16) — Zaragoza, Casañal, 1915.

—— Tratado general de matemáticas comprendiendo en la introduccion las lecciones 11 a la 20 del curso de extensión universitaria de 1915 a 1916. (Extensión Universitaria 1916 y 17). 112 pp. (23 × 16). — Zaragoza, Casañal, 1916.

Ganguli Surendramohan. — Lectures on the Theory of plane curves. (Vol. I, pp. x + 140). (Vol. II, pp. XIII + 219), (23 × 15), 2 vol. — Calcutta, 1919.

Gibbs Willard. — L'équilibre des substances hétérogènes. — Exposé abrégé, traduit et complété de notes explicatives par G. Matisse. — Un vol. de VIII-102 pp. (115 × 180), avec 11 figures dans le texte ; 1919. — Paris, Gauthier-Villars. — Prix : 3 fr. 50. Majoration temporaire : 50 %.

Gorlia J. — Physique. Cours expérimental et moderne. Tome I. La Pesanteur. Tome II. Les ondes sonores, thermiques, lumineuses. Tome III. Électricité. 3 vol. (16 × 24) de 112, 179 et 172 pp. — Louvain, Feyaerts, 1919.

Gould H. P. — Pears : Production estimates and important commercial districts and varieties, 16 pp. — United States Department of agriculture. BULLETIN n° 822, février 1920.

Graetz Leo. — Die Atomtheorie in ihrer neuesten Entwickelung. Sechs Vorträge. VII + 92 pp (23 × 16). — Stuttgart, Engelhorns, 1920.

Hack Franz. — Wahrscheinlichkeitsrechnung, 123 Ss. mit 15 Fig. — Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1911.

Halphen G. A. — Œuvres. Publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, É. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. 2 vol (25 × 16) de XLIII + 570 et VIII + 560 pp. avec 1 pl. hors texte — Paris, Gauthier-Villars, 1916-1918

Heath Th. L. — Euclid in Greek. Book I. With introduction and notes. Un vol de VIII + 240 pp. (19 × 13) cartonné relié toile. — Cambridge University Press, 1920. Prix : 10 s. net

Hawkins et **Sando.** — Effect of temperature on the resistance to Wounding of certain small fruits and cherries. (United States Department of agriculture. BULLETIN n° 830, 6 pp. (24 × 15). — Washington, March, 1920.

Henri Victor. — Études de photochimie. Un vol. de 218 pp. (25 × 16). — Paris, Gauthier-Villars, 1919.

Kingzett C. T. — Popular chemical dictionary. Un vol. de VI + 368 pp. (14 × 20) avec 78 fig. dans le texte. — Londres, Baillière, Tindall et Co, 1920. — Prix : 15 sh. net.

King André. — Les progrès de la chimie en 1918. Traduction française autorisée des ANNUAL REPORTS ON PROGRESS OF CHEMISTRY for 1918. Un vol. de XIV-322 pp. (23 × 14). — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 15 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Knopp Konrad. — Funktionentheorie. Erster Teil. Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen 142 Ss mit 9 Figuren. — Berlin und Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1913.

—— Funktionentheorie. Zweiter Teil Anwendungen der Theorie zur Untersuchung spezieller analytischer Funktionen. 116 Ss. mit 10 Fig. — Berlin und Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1913.

Kowalski J. — Un ennemi du cocotier aux Nouvelles-Hébrides. Le Promecotheca opacicollis gestro, 36 pp. (28 × 18) avec une planche hors texte. Extrait des ANNALES DES ÉPIPHYTIES. — Paris, Lhomme, 1917.

Lagasse de Locht. — La Commission royale des monuments et des sites pendant la guerre. (Extrait du BULLETIN OFFICIEL DU TOURING CLUB DE BELGIQUE). 12 pp. (31 × 21). — Bruxelles, Van Buggenhoudt, 1919.

Laureys Henry. — Essai de géographie économique du Canada. Résumé aide-mémoire. 282 pp. (23 × 15). — Bruxelles, Falk, 1914.

la Vallée Poussin (Ch. J. de) — Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle. Professées à la Sorbonne. Un vol. de VIII-150 pp. (16 × 25). — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 8 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Lecat Maurice. — Bibliographie du Calcul des Variations. 1850-1913. Un vol. in-8° de IV + 114 pp. — Gand, Ad. Hoste et Paris, Hermann, 1913. — Prix : 4 fr.

—— Bibliographie du Calcul des Variations depuis les origines jusqu'à 1850, comprenant la liste des travaux qui ont préparé ce calcul. Un vol. in-8° de IV + 92 pp. — Gand, Hoste, 1916. — Prix : 4,50 fr.

—— Some Merogeneous Superdeterminants. Extracted from the TÔHOKU MATHEMATICAL JOURNAL, june 1914, 20 pp.

—— Unisignants à plusieurs dimensions. Extrait des RENDICONTI DEL CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO, mai 1913, 10 pp.

Leclerc Du Sablon. — L'unité de la Science. Un vol. de 284 pp. (22 × 19). Nouvelle collection scientifique. Dir. : Ém. Borel. — Paris, Alcan, 1919. — Prix : 3,50 fr. Majoration temporaire : 40 %.

Lecornu Léon. — Cours de mécanique professé à l'École Polytechnique. 1^er^ vol. VII + 536 pp. (25 × 17). 1914 ; 2^e^ vol. 538 pp. 1915 ; 3^e^ vol. 668 pp. 1918. — Paris, Gauthier-Villars.

Lemarchands M. — La chimie raisonnée. La chimie n'est pas une science de mémoire. Comment on doit l'apprendre. 2^e^ édit. Un vol. de 174 pp. (25 × 16) de la Bibliothèque de l'élève ingénieur. — Grenoble, Jules Rey ; Paris, Gauthier-Villars, 1918. — Prix : 6 fr.

Lemoine Georges. — Notice sur Louis Henry. Estratto dalle Memorie della Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei. Vol. XXXI. Une broch. de 39 pp. — Roma, Tipografia Pontificia nell' Istituto Pio IX, 1913.

—— Notice sur la vie et les travaux de Louis Henry (1834-1913). Extrait du BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ CHIMIQUE DE FRANCE. Une broch. de 31 pp. — Paris, Dupont et Cie.

Lespieau R. — La Molécule chimique. Un vol. de 286 pp. (12 × 19). Nouvelle collection scientifique. Dir. : Ém. Borel. — Paris, Alcan, 1920. — Prix : 3,50 fr. Majoration temporaire : 40 %.

Liesse André. — Les entreprises industrielles. Fondation et direction. Un vol. de 205 pp. (19 × 12). — Paris, Librairie de l'enseignement technique, 1919. — Prix : 3,50 fr.

Lon A. Hawkins and **Rodney B. Harvey.** — Physiological study of the parasitism of Pythium debaryanum Hesse on the potato tuber. Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. 28 pp., 3 pl. hors texte. — Washington, déc. 1919.

Mc Culloch Lucia. — Basal Glumerot of wheat. 12 pp. (18 × 26) avec 2 pl. hors texte. Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. Washington, Government Printing Office, fév. 1920.

Maffi (Cal Pietro). — Il P. Angelo Secchi. Commemorazione tenuta nel teatro municipale di Reggio Emilia il 21 juglio 1918. Broch. de 72 pp. (17 × 25). — Milano, Vita e Pensiero, 1918.

Makower W. et **Geiger H.** — Mesures pratiques en radioactivité. Trad. de l'anglais par E. Philippi. Un vol. de VIII-182 pp. (14 × 23) avec 60 fig. dans le texte. — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 8 fr. Majoration temporaire 50 %.

Mansion Paul. — Derniers mélanges mathématiques (1880-1913). Un vol. de 180 pp. (17 × 25). — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 4 francs.

Marcillac Paul. — La lutte contre la grêle et la foudre. Un vol. de 80 pp. (12 × 18) avec 6 figures. — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 2,20 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Massé Daniel et **Bovier-Lapierre.** — Législation du travail et prévoyance sociale. Un vol. de 478 pp. (25 × 17) de la collection : *Encyclopédie industrielle et commerciale.* — Paris, Librairie de l'enseignement technique. 1919, — Prix : 20 francs.

Meunier Fernand. — Catalogue du Musée d'Histoire naturelle de la Société Royale de Zoologie d'Anvers. Faune de Belgique et autres espèces Paléarctiques ; Paléontogie belge, allemande et française. Avec un glossaire de quelques noms populaires d'animaux de la Faune belge. — Anvers, Laporte et Dosse, 1914.

Mills John. — The realities of modern science. An introduction for the general reader. Un vol. de x + 328 pp. (14 × 20). — New-York, Macmillan 1919.

de Montessus de Ballore R. — Leçons sur les fonctions elliptiques en vue de leurs applications. Cours libre professé à la Faculté des sciences de Paris. Un vol. de x + 268 pp. (25 × 17). — Paris, Gauthier-Villars, 1917. — Prix : 13,20 fr. Augmentation temporaire de 10 %.

Moureu Charles. — Notions fondamentales de chimie organique. 6^e édition. Un vol. de VIII + 552 pp. (23 × 14). — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 16 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Natale Turco. — Il trattamento « morale » dello Scrupolo e dell' Ossessione morbosa. — Vol. I : Questioni teorico-pratiche fondamentali. — Un vol. de VII + 497 pp. (20 × 13). — Vol. II : Punti di vista morali e morali-religiosi da utilizzare nella cura. Studio Introduttivo su : La Spiritualità e la Vita. 474 pp. — Prix : 2 vol. 32,50 francs. — Turin, P. Marietti, 1919.

Ocagne (Maurice d') – Cours de géométrie pure et appliquée de l'École Polytechnique. 1^{er} vol. XI + 378 pp. ; 2^d vol. 364 pp. (25 × 17). — Paris, Gauthier-Villars, 1917 et 1918.

Pomey J. B. — Ingénieur en chef des Postes et Télégraphes. Cours d'électricité théorique, professé à l'École professionnelle supérieure des Postes et Télégraphes. Préface de **L. Lecornu**, membre de l'Institut. Tome I. Un vol. de XIII + 396 pp. Paris, Gauthier-Villars, 1914.

Pré L. — Méthode rapide pour le calcul des intérêts simples et des déductions. Un vol. de 214 pp. (13 × 20). — Paris, Gauthier-Villars, 1920. — Prix : 5 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Préaubert E. – La vie, mode de mouvement. Essai d'une théorie électronique des phénomènes vitaux. (Nouvelle étude). Un vol. de 214 pp. (23 × 14). — Paris, Alcan, 1917. — Prix : 5 francs. Majoration temporaire : 10 %.

Proost A. — Monographie des régions agricoles. Autour de mon village. — Promenade d'un naturaliste agronome dans l'Ardenne brabançonne. Une brochure in-8°, 16 pp. Bruxelles, Weissenbruch.

Réchou (D^r). — Guide pratique de radiographie et de radioscopie. Un vol. de 96 pp. (19 × 13) avec 27 fig. dans le texte. Collection : Les actualités médicales. Paris, Baillière, 1919. — Prix : 2,50 fr.

Rose Max. — Einleitung in die Funktionentheorie. (Theorie der komplexen Zahlenreihen). 139 Ss. mit 10 Figuren. — Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1912.

Rougier Louis. — La matérialisation de l'énergie. Essai sur la théorie de la relativité et sur la théorie des quanta. Un vol. de XII + 148 pp. (19 × 12). — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 3,50 fr. Majoration temporaire : 50 %.

Russell G. A. — A Machine for trimming camphor trees. 8 pp. (15 × 23). United States Department of agriculture, feb. 1920.

Schreiner O., Brown B. E., Skinner J. J., and **Shapovalov M.** — Crop injury by borax in fertilizers. 35 pp. (15 × 23) avec 23 fig. — United States Department of agriculture, feb. 1920.

Scofield C. S. – Cottons rootrot spots. — Extrait du JOURNAL OF AGRICULTURAL RESEARCH. 5 pages. — Washington, déc. 1919.

Soddy Fr. F. R. S. — Le Radium. Interprétation et enseignement de la Radioactivité. Trad. de l'anglais, par A Lepape. Un vol de 376 pp. (12 × 18) avec 37 fig. — Nouvelle Collection Scientifique. Paris, Alcan, 1919. — Prix : 3,50 fr. Majoration temporaire : 40 %.

Spaldak Ad. — Le problème de l'évolution. Essai d'un système explicatif des formes naturelles. Un vol. de 155 pp. (19 × 12) avec 21 fig. dans le texte et 4 planches hors texte. — Paris, Beauchesne, 1919.

Stanburrough Cook Albert. — Chaucerian Papers I (Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. Vol. 63 pp. (25 × 16). — New Haven. Connecticut Academy of Arts and Sciences, s. a. — 24 novembre 1919.

Stewart Alfred. — Stereochemistry. 2e édit., (XVI + 277 pp.) (23 × 15). — London, Longmans, 1919

Stieltjes Jan Thomas. — Œuvres complètes, publiées par les soins de la Société Mathématique d'Amsterdam. Tome II. IV + 603 pp. (29 × 24). — Groningen, Noordhoff, 1918.

Vandevyver L. N. — Annuaire météorologique de la Station de Géographie mathématique. Année météorologique, mars 1913 — février 1914. Un vol. de 94 pp. — Roulers, De Meester, 1914.

Vandevyver. — Les nouvelles cartes synoptiques du *Weather Bureau* de Washington. Extrait de CIEL ET TERRE. Une broch. de 6 pp. — Bruxelles, 1914.

Varendonck J. — Recherches sur les sociétés d'enfants. Un vol. de 93 pp. — Bruxelles, Misch et Thron, 1914.

Véronnet Alex. — Les hypothèses cosmogoniques modernes. Extrait de la REVUE DE PHILOSOPHIE, avril 1913 — janvier 1914. Une broch. de 171 pp. — Paris, Hermann, 1914.

— — La forme de la terre et sa constitution interne. — Une broch. de 32 pp. — Paris, Hermann, 1914.

Taylor Hugh S. — Fuel production and utilization. Un vol. de XIV + 297 pp. (14 × 22) avec 17 fig. dans le texte. — Londres, Baillière, Tindall et Cox, 1920. — Prix : 10 sh. 6 net.

Thomson J. J. (Sir). — La théorie atomique Traduit de l'anglais par Ch Moureu. Nouveau tirage. Un vol. de 58 pp. (18 × 12). — Paris, Gauthier-Villars, 1919. — Prix : 2,40 fr.

Tillieux J. — Leçons élémentaires de physique expérimentale selon les théories modernes. 390 pp. (25 × 17). — Louvain, Ceuterick, 1919.

Victoria E., S. J. — La catalisis química. Un vol. in-8° de 540 pp. — Barcelona, Tipografia católica, 1918.

Watson E. R. Colour in relation to chemical constitution. Un vol. de XII + 198 pp. (14 × 22), et 4 pl. en couleurs, 65 fig. relié toile. — Londres, Longmans, Green, 1918. — Prix : 12 sh. 6 p.

Whitehead A. N. F. R. S. — An Enquiry concerning the principles of natural knowledge. Un vol. de XII + 200 pp. (22 × 15). — Cambridge University Press, 1919. Prix : 12/6 net.

Wieleitner Dr H. — Algebraische Kurven Neue Bearbeitung. Erster Teil. Gestaltische Verhältnisse. Mit 97 Figuren. — Berlin und Leipzig, G. J. Göschen'sche Verlagshandlung, 1914.

Abstract-Bulletin of Nela Research Laboratory. National lamp works of general electric company Cleveland, Ohio, january 1917. IX + 273 pages (23 × 16). — University of Chicago Press, 1917.

Anuario meteorologico de Chile. Primera parte (30 estaciones in extenso), 1912. Instituto central meteorologico y geofisico de Chile. — Santiago de Chile, 1914.

Boletim bibliographico da bibliotheca nacional de Rio de Janeiro. Anno I, n° 4. — Rio de Janeiro. Officinas graphicas da Bibliotheca nacional. 1919.

Boletin de la Sociedad entomologica de España. Fundada el 9 de Enero de 1918. Tome I, 208 pages. Tome II, 236 pages (15 × 23). — Zaragoza, Cecilio Gasca, 1918 et 1919.

The Carnegie Institution of Washington, founded by Andrew Carnegie. Organization and Scope. Un vol. de 55 pages (18-26) illustré. — Washington, December 1919.

Classified list of Publications of the Carnegie Institution of Washington. Un vol. de 192 pages (17 × 24). — Washington, December 1919.

Le Comité hispano-néerlandais pour la protection du ravitaillement en Belgique et dans le Nord de la France. Avant-Propos. Résumé de ses interventions. Documents officiels. Un vol. de 288 pp. (34 × 21). — Anvers, Flor Burton, 1919.

Ministère de l'Industrie et du Travail. — Office du Travail et Inspection de l'Industrie. Monographies industrielles, aperçu économique, technologique et commercial. Groupe III. Industries de la construction mécanique. Tome IV, fasc. B. — Bruxelles, 1914.

—— Office du Travail. Section de la Statistique. Recensement professionnel. Volume I. Exposé des méthodes. Cadre I. Nombre de personnes exerçant, soit comme profession principale, soit comme profession accessoire, une profession se rattachant à l'industrie ou au commerce. Volume II. Cadre I (suite). Cadres I^{bis}, II et III. Personnes exerçant, à titre accessoire, des professions se rattachant à l'industrie ou au commerce.

—— Office du Travail. Section de la Statistique. Recensement de l'industrie et du commerce (31 décembre 1910). Première partie. Recensement professionnel. Volume III. Cadre IV. Vol. IV. Cadre IV (suite). Employés et ouvriers allant travailler dans une commune autre que celle où ils habitent. — Bruxelles, Lebègue et Dewit, 1913.

Œuvre internationale de Louvain. Bulletin publié par le Commissariat général. N° 2. janvier 1920. 64 pages (16 × 24). — Louvain, rue des Flamands, 1.

The proceedings and transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Vol. XIV. Part. 4. — Halifax, Nova Scotia, 1919.

Rapport général sur le fonctionnement et les opérations du Comité National de Secours et d'Alimentation. Première partie. Le Comité National. Sa Fondation, son Statut, son Fonctionnement. Un vol. de 432 pp. (33 × 21). — Bruxelles, Vromant, 1919.

The University of Chicago Press. Catalogue of publications. 1917-1918. Un vol. de 78 pp. (15 × 23).

Vüekümneaastased keskmised meetoroloogilistest vaatlustest 1866-1915 a.a. Tartus. Tartu Ülikooli Ilmade Observatoorium. Un vol. de 112 pages, 14 planches (18×24). — Tartus, Laakmann, 1919.

II. Périodiques

Académie des Sciences (Paris) : Comptes rendus hebdomadaires des séances.
Académie royale de médecine de Belgique (Bruxelles) :
  Bulletin, 4e série ; t. XXVIII.
  Mémoires couronnés et autres mémoires, t. XXI. f. 5
  Procès-verbaux des séances.
L'Aéronautique (Paris).
Annales de la Faculté des Sciences de Marseille, t. XXII, XXIII, XXIV. f. 1 et 2.
Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, 3e série, t. IV-VII.
Annales de la Société d'Agriculture, Sciences et Industrie de Lyon.
Annales de la Société royale zoologique et malacologique de Belgique (Bruxelles), t. XLVIII et XLIX.
Annuaires pour les années 1915-1920, publiés par le Bureau des Longitudes (Paris).
L'Anthropologie (Paris).
Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liége :
  Annuaire.
  Bulletin, nouvelle série, t. XXXVIII et XLIII
L'Astronomie. Bulletin de la Société astronomique de France (Paris).
Bulletin de la Société Centrale Forestière de Belgique (Bruxelles).
Bulletin de la Société Chimique de Belgique (Bruxelles).
Bulletin de la Société Royale de Botanique de Belgique (Bruxelles).
Bulletin du Jardin Botanique de l'État à Bruxelles.
Bulletin officiel de la direction des Recherches et Inventions (Paris).
Le Canada Français (Québec), t. III.
Ciel et Terre (Bruxelles).
L'enseignement mathématique (Genève).
Études, Revue fondée par les Pères de la Compagnie de Jésus (Paris).
Institut International d'Agriculture (Rome) :
  Bulletin bibliographique hebdomadaire.
  Bulletin du Bureau des renseignements agricoles et des maladies des plantes.
  Communications à la Presse.
Journal de l'École Polytechnique, t. XVIII et XIX.
Journal des Sciences médicales (Lille).
Observatoire royal de Belgique (Bruxelles) :
  Annuaire astronomique.
  Annuaire météorologique.
  Annales astronomiques.
  Annales météorologiques.
Observatoire de Paris :
  Rapports annuels pour 1914-1918.
  Publications.
Revue de l'Ingénieur et Index technique (Bruxelles).
Revue de Métaphysique et de Morale (Paris).
Revue de Philosophie (Paris).

Revue générale (Bruxelles).
Revue générale des Sciences (Paris).
Revue Montalembert (Paris).
Revue Néo-Scolastique (Louvain).
Revue Philosophique (Paris).
Revue Scientifique (Paris).
Revue semestrielle des Publications mathématiques (Amsterdam).
Société belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie (Bruxelles) :
  Bulletin.
  Procès-verbaux des séances.
Société des sciences de Nancy :
  Bulletin des séances.
Société française de Physique (Paris) :
  Journal de Physique.
  Résumé des communications.
Société géologique de Belgique (Liége) :
  Annales, t. XL et XLI.
  Publications relatives au Congo Belge.
Société Mathématique de France (Paris) :
  Bulletin, t. XLII-XLVII.
Union des Ingénieurs sortis des Écoles spéciales de Louvain (Bruxelles).
Ministerie van Landbouw, Nijverheid en Handel (La Haye) :
  Handelsberichten.
  Economische Verslagen.
Koninklijke Akademie van Wetenschappen (Amsterdam) :
  Proceedings of the section of sciences.
  Verhandelingen der Afdeeling Natuurkunde.
  Nieuw Archief voor Wiskunde (Amsterdam).
  Wiskundige Opgaven met de oplossingen (Amsterdam).
Boletin de la Sociedad Iberica de Ciencias naturales (Barcelone).
Boletin mensual del Observatorio del Ebro (Tortosa, Espagne).
Iberica (Tortosa, Espagne).
Instituto Geologico de Mexico :
  Boletin.
  Parergones.
Razon y Fe (Madrid).
Sociedad cientifica « Antonio Alzate » (Mexico) :
  Memorias y Revista.
Atti della Reale Accademia dei Lincei (Rome).
Civiltà cattolica (Rome).
Gregorianum (Rome).
Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei (Rome) :
  Atti e Memorie.
Rivista di Filosofia Neo-Scolastica (Milan).
Rivista internazionale di Scienze sociali e discipline auxiliarie (Rome).
La Scuola Cattolica (Milan).
Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto (Portugal).

Broteria (La Guardia, Espagne) : Serie Botanica ; Serie Zoologica.
International catalogue of scientific literature (Londres). Fourteenth annual issue. Palaeontology.
The Month (Londres).
Royal Society of Edimburg :
  Proceedings.
  Transactions.
St-Louis Observatory. Jersey. Meteorological Observations during the years 1914-1916.
Stonyhurst College Observatory (Angleterre) :
  Results of meteorological, magnetical and seismological Observations.
Studies, an Irish Quarterly Review (Dublin).
America (New-York).
The American Catholic Quarterly Review (Philadelphia).
American Journal of Mathematics (Baltimore).
American Mathematical Society (New-York) :
  Bulletin.
  Annual Register.
The Astrophysical Journal (Chicago).
Illustrated World Magazine (Chicago).
Naval Observatory U. S. (Washington) :
  Annual Report.
  Bulletin.
  Professional Papers.
  Water-Supply Papers.
University of California Publications (Sacramento) :
  Astronomy : Lick Observatory Bulletin.
  Pathology.
  Physiology.
  Zoology.
University of Nebraska (Lincoln) :
  Agricultural experimental Station.
  Bulletin.
University of Virginia Publications :
  Bulletin of the Philosophical Society. Humanistic series. Scientific series.
Yale University (New Haven) :
  Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences.
New Zealand official Year Book, 1918.
Publications of the Dominion Observatory (Ottawa).
Western Australia Geological Survey (Sydney) : Bulletin.
Bibliotheca mathematica (Leipzig).
Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft (Bâle).
Bulletin de la Section scientifique de l'Académie Roumaine (Bucarest).

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

SUR UN POLYÈDRE A QUATORZE FACES;

PAR

J. NEUBERG

1. Le présent article m'a été suggéré par une question de géométrie plane que j'avais proposée dans le Journal *El Progreso*, t. V (1895), pp. 104, 162 et 164. J'y étudie un polyèdre W dont voici la génération.

P étant un point quelconque pris à l'intérieur (1) d'un tétraèdre donné $ABCD \equiv T$, construisons sur les faces BCD, CDA, DAB, ABC comme bases les prismes $BCDB_aC_aD_a \equiv L_a$, $CDAC_bD_bA_b \equiv L_b$, $DABD_cA_cB_c \equiv L_c$, $ABCA_dB_dC_d \equiv L_d$ dont les arètes BB_a, CC_b, DD_c, AA_d sont respectivement équipollentes (2) aux droites AP, BP, CP, DP ; nous en désignons les secondes bases $B_aC_aD_a$,… par λ_a,…

---

(1) On se représente plus facilement la figure en prenant le point P à l'intérieur de T. Cependant les propriétés indiquées ont lieu dans toutes les positions de P.

(2) Deux segments qui sont situés sur une même droite ou sur deux parallèles et ont même longueur, sont dits *équipollents* ou *semipollents* (néologisme) suivant que leurs sens sont les mêmes ou contraires.

Deux figures qui sont rapportées l'une à l'autre sont dites *équipollentes* ou *semipollentes*, lorsque deux segments homologues quelconques sont respectivement équipollents ou semipollents.

Les droites AA_b, AA_c, AA_d étant semipollentes aux droites PB, PC, PD, les tétraèdres $AA_bA_cA_d \equiv M_a$ et $PBCD \equiv m_a$ sont semipollents ; il en est de même des tétraèdres $BB_cB_dB_a \equiv M_b$ et $PCDA \equiv m_b$, $CC_dC_aC_b \equiv M_c$ et $PDAB \equiv m_c$, $DD_aD_bD_c \equiv M_d$ et $PABC \equiv m_d$; les triangles $A_bA_cA_d$.... sont représentés par μ_a,...

Enfin les droites équipollentes AB, A_cB_c, A_dB_d sont les arêtes latérales d'un prisme triangulaire N_{ab} dont les bases AA_cA_d, BB_cB_d sont semipollentes au triangle PCD ; de même les droites équipollentes CD, C_aD_a, C_bD_b sont les arêtes latérales d'un prisme N_{cd} dont les bases CC_aC_b, DD_aD_b sont semipollentes au triangle PAB ; les faces latérales $A_dB_dB_cA_c$, $C_aD_aC_bC_b$ que nous désignons par ν_{ab}, ν_{cd}, sont des parallélogrammes dont les côtés sont égaux et parallèles aux arêtes opposées AB, CD de T. Il existe quatre autres prismes analogues, N_{ac}, N_{bd}, N_{ad} et N_{bc}, dont une arête latérale coïncide avec une arête AC, BD, AD, BC de T ; leurs faces latérales opposées à cette arête sont représentées par ν_{ac}, ν_{bd}, ν_{ad}, ν_{bc}.

Nous avons ainsi obtenu un polyèdre convexe W, composé du noyau T, des quatre prismes L_a, L_b, L_c et L_d, des quatre tétraèdres M_a, M_b, M_c et M_d, et des six prismes N_{ab}, N_{cd}, N_{ac}, N_{bd}, N_{ad} et N_{bc}.

Les sommets de W, au nombre de douze, sont ceux des quatre triangles λ_a, λ_b, λ_c et λ_d ; ils appartiennent aussi aux quatre triangles μ_a, μ_b, μ_c et μ_d, et aux six parallélogrammes ν_{ab}, ν_{cd},...

P est un *centre de symétrie* de W ; car les droites AP et BB_a, BP et AA_b, par exemple, étant équipollentes, les deux droites PB_a et A_bP sont équipollentes à l'arête AB de T. Notre polyèdre a donc six diagonales A_bB_a. A_cC_a, A_dD_a, B_cC_b, B_dD_b, C_dD_c qui sont parallèles aux arêtes de T, et se divisent en P mutuellement en deux parties égales à une arête de T. Remarquons aussi que les douze sommets de W s'obtiennent en imprimant à T quatre translations parallèles qui ont respectivement pour mesure les segments AP, BP, CP, DP.

Les faces de W, au nombre de quatorze, sont les huit triangles λ_a, μ_a,... et les six parallélogrammes ν_{ab}, ν_{cb},...; elles sont deux à deux symétriques par rapport à P, par exemple λ_a et μ_a, ν_{ab} et ν_{cd}.

Le polyèdre W a vingt-quatre arêtes, savoir les côtés des huit triangles λ_a, μ_a,...

Les nombres S, F, A des sommets, faces et arêtes de W vérifient bien la relation d'Euler

$$S + F = A + 2.$$

Les plans des faces λ_a, λ_b, λ_c, λ_d suffisamment prolongées forment un tétraèdre $A'B'C'D' \equiv L$, ceux des faces μ_a, μ_b, ν_c, μ_d un tétraèdre $A''B''C''D'' \equiv M$, enfin ceux des parallélogrammes ν_{ab}, ν_{cd}, ν_{ac}, ν_{bd}, ν_{ad}, ν_{bc} un parallélipipède N.

La forme et la grandeur du polyèdre W ne changent pas avec la position du point P par rapport au tétraèdre T ; car les faces et les dièdres de W restent les mêmes.

2. Convenons de désigner par la même lettre un solide et son volume.

Soit P_a le point où la droite AP rencontre le plan BCD. Le rapport des volumes du prisme L_a et du tétraèdre T de même base BCD est égal à trois fois celui de leurs hauteurs, et celles-ci sont proportionnelles aux droites AP, AP_a ; par conséquent

$$\frac{L_a}{T} = 3\,\frac{AP_a - PP_a}{AP_a} = 3\left(1 - \frac{m_a}{T}\right).$$

De cette égalité et des trois analogues on conclut :

$$L_a + L_b + L_c + L_d = 9\,T.$$

Comme $M_a = m_a, \ldots$, on a :

$$M_a + M_b + M_c + M_d = T.$$

Le prisme N_{ab} et les deux tétraèdres APCD, BPCD ont des bases égales et parallèles ; de plus la hauteur du prisme est égale à la somme des hauteurs des deux tétraèdres. Il résulte de là que

$$N_{ab} = 3\,(APCD + BPCD) = 3\,(m_b + m_a)\,;$$

par analogie, $N_{cd} = 3\,(m_d + m_c)$; donc

$$N_{ab} + N_{cd} = 3\,T = N_{ac} + N_{bd} = N_a + N_{bc}.$$

En additionnant les volumes des parties de W, on trouve :

$$W = T + 9\,T + T + 9\,T = 20\,T.$$

3. Soit G le centre de gravité du tétraèdre T. Les tétraèdres ABCD et PBCD, BCDA et PCDA,... étant équipollents, les distances de P aux faces du tétraèdre L sont égales aux hauteurs correspondantes de T ou aux quadruples des distances de G aux faces de T. Par conséquent P est le centre de gravité de L, le rapport de similitude de L et T est égal à 4, et les droites A'A, B'B, C'C, D'D concourent en un point J' qui divise la distance PG soustractivement dans le rapport 4 : 1.

Les tétraèdres L et M étant symétriques par rapport à P, ce dernier point est également le centre de gravité de M ; les droites A''A, B''B, C''C, D''D concourent en un point J' qui divise la distance PG additivement dans le rapport 4 : 1.

4. Étant donné le tétraèdre A'B'C'D' = L, on en peut déduire le polyèdre W.

En effet, P étant le centre de gravité de chacun des deux tétraèdres L et M, la distance des plans parallèles BCD et B'C'D' est égale à la hauteur de L issue de A ; donc le plan B''C''D'' passe par les milieux des arêtes A'B', A'C', A'D' de L et rencontre le trièdre A' de L suivant un triangle dont les côtés sont les moitiés des côtés du triangle B'C'D' ou doubles de ceux du triangle $A_bA_cA_d = \mu_a$; par suite les points A_b, A_c, A_d sont les milieux des côtés de la section du trièdre A' de L par le plan B''C''D''. Une construction analogue donne les faces μ_b, μ_c, μ_d de W.

En renversant les rôles des tétraèdres L et M on détermine directement les faces λ_a, λ_b, λ_c, λ_d de W.

5. Etudions maintenant les relations entre les solides N et W.

Soient Oa, Ob, Oc trois arêtes du parallélipipède N ; nous supposons les plans Obc, Oca, Oab respectivement parallèles aux couples d'arêtes opposées (DA, BC), (DB, CA), (DC, AB) de T. Si X, X', Y, Y', Z, Z' sont les milieux de ces arêtes, les plans Obc, Oca, Oab sont parallèles aux plans des parallélogrammes YZY'Z', ZXZ'X', XYX'Y' ; on en conclut que les droites Oa, Ob, Oc sont respectivement parallèles aux bimédianes (1) XX', YY', ZZ' de T.

---

(1) Pour éviter toute confusion, on peut appeler *médianes* d'un tétraèdre les droites joignant un sommet au centre de gravité de la face opposée, et *bimédianes* du tétraèdre les droites joignant les milieux de deux arêtes opposées.

Cela posé, appelons : Q la surface du parallélogramme dont les côtés sont égaux et parallèles aux arêtes opposées DA, BC de T ; δ la plus courte distance de ces arêtes ; h, h' les distances de ces arêtes respectivement aux plans des faces latérales ν_{ad}, ν_{bc} des prismes N_{ad}, N_{bc}. Le volume N_{ad} est égal au produit de l'aire Q de sa face latérale ν_{ad} par la hauteur correspondante h de la section droite de N_{ad}, et le volume du tétraèdre T a pour expression $\frac{1}{6}\alpha\alpha' \sin(\alpha\alpha').\delta$, où α, α', δ représentent les longueurs et la plus courte distance de deux arêtes opposées de T. D'après cela

$$N_{ad} = \frac{1}{2}Qh, \quad N_{bc} = \frac{1}{2}Qh', \quad T = \frac{1}{6}Q\delta.$$

Or, on a trouvé ci-dessus que $N_{ad} + N_{bc} = 3T$; donc $h + h' = \delta$.

Il est facile de voir que les prolongements de la perpendiculaire commune aux droites DA et BC jusqu'aux plans ν_{ad}, ν_{bc} sont égaux à h, h'. On en conclut que la distance de ces plans est égale à 2δ ; donc *les distances du centre* P *de* N *aux faces de* N *sont respectivement égales aux perpendiculaires communes à deux arêtes opposées de* T.

Comme δ est la projection orthogonale de la bimédiane XX' de T sur la direction de δ et que la perpendiculaire aux plans ν_{ad} et ν_{bc} (limitée à ces plans) est aussi la projection orthogonale de l'arête Oa de N sur cette perpendiculaire, *les arêtes du parallélipipède* N *sont égales aux doubles des bimédianes de* T.

Connaissant les bimédianes de T en grandeur et en direction, on peut construire les parallélogrammes YZY'Z', ZXZ'X', XYX'Y' qui font connaître les arêtes de T en grandeur et en direction. On a ainsi le moyen de construire le tétraèdre T et ensuite le polyèdre W.

Pour trouver le volume de W, on peut remarquer que ce solide se compose de quatorze pyramides ayant même sommet P et pour bases les huit triangles λ_a, ν_a, ... et les six parallélogrammes ν_{ab}, ν_{cd}, ... Les pyramides triangulaires ont chacune pour volume T. La pyramide de sommet P et de base $\nu_{ad} = Q$ ayant pour hauteur δ, son volume est égal à $\frac{1}{3}Q\delta = 2T$; donc les six pyramides quadrangulaires ont ensemble pour volume 12 T. On retrouve ainsi la formule $W = 20\,T$.

6. Nous allons chercher successivement le centre de gravité : 1° de l'ensemble des tétraèdres M_a, M_b, M_c, M_d ; 2° de celui des prismes L_a, L_b, L_c, L_d ; 3° de celui des prismes N_{ab}, N_{cd}, ..., M_{bc}. Nous désignerons ce point respectivement par G_m, G_l, G_n, et représenterons par une même lettre un solide et sa masse.

P *est le centre de gravité de l'ensemble des cinq tétraèdres* M_a, M_b, M_c, M_d, T. En effet, si l'on décompose T en les quatre tétraèdres m_a, m_b, m_c, m_d, les masses des couples de solides M_am_a, M_bm_b, M_cm_c, M_dm_d peuvent être remplacées respectivement par les masses $2m_a$, $2m_b$, $2m_c$, $2m_d$ appliquées aux milieux K_a, K_b, K_c, K_d des droites AP, BP, CP, DP. Or les tétraèdres ABCD, $K_a\,K_b\,K_c\,K_d$ sont homothétiques par rapport au point P, qui est le centre de gravité des masses m_a, m_b, m_c, m_d placées en A, B, C, D ; on en déduit que P est aussi le centre de gravité des masses $2m_a$, $2m_b$, $2m_c$, $2m_d$ appliquées en K_a, K_b, K_c, K_d.

Il résulte de là que P peut être considéré comme le centre de gravité de la masse $M_a + M_b + M_c + M_d$ appliquée en G_m, et de la masse $m_a + m_b + m_c + m_d$ appliquée en G ; donc P étant le milieu de la distance GG_m, le point cherché G_m est le symétrique de G par rapport à P.

7. Désignons par E_a, ... les centres de gravité des prismes L_a ... et par G_a, ... ceux des faces BCD, ... du tétraèdre T. Comme $GG_a = \frac{1}{3}$ AG, ..., le tétraèdre $G_a\,G_b\,G_c\,G_d \equiv \gamma$ est inversement homothétique à T par rapport à G, le rapport de similitude étant égal à 1 : 3. Le centre de gravité d'un prisme étant au milieu de la distance des centres de gravité des deux bases, les droites E_aG_a, ... sont respectivement parallèles aux droites PA, ... ; on en conclut qu'elles concourent en un point P′ de la droite GP tel que $GP' = \frac{1}{3}$ PG. Les points P, P′ étant des points correspondants par rapport aux deux tétraèdres semblables T et γ, on peut dire que P′ est le *complémentaire* de P ; les coordonnées barycentriques de P par rapport au tétraèdre T étant m_a, m_b, m_c, m_d, celles de P′ sont

$$m_b + m_c + m_d,\ m_c + m_d + m_a,\ \ldots \qquad (1)$$

Des relations $P'G_a = \frac{1}{3}$ AP, $G_aE_a = \frac{1}{2}$ AP, ... on déduit :

$$\frac{P'E_a}{P'G_a} = \frac{5}{2} = \frac{P'E_b}{P'G_b} = \frac{P'E_c}{P'G_c} = \frac{P'E_d}{P'G_d}.$$

Donc le tétraèdre $E_a\,E_b\,E_c\,E_d \equiv \epsilon$ est directement homothétique au tétraèdre $G_a\,G_b\,G_c\,G_d \equiv \gamma$ par rapport au point P', et inversement homothétique au tétraèdre $ABCD \equiv T$ par rapport à un point P'' qui divise la droite $P'P$ joignant deux points homologues additivement dans le rapport de similitude $P'E_a : AP = 5 : 6$. *Les droites* AE_a, BE_b, CE_c, DE_d concourent en P''.

Le point G_t est le centre de gravité des points E_a, ... chargés respectivement de masses proportionnelles aux volumes des prismes L_a, ... ou aux quantités $m_b + m_c + m_d$, ... Les tétraèdres ϵ et γ étant homothétiques par rapport à P' et ayant pour rapport de similitude $5 : 2$, le centre de gravité G' de ϵ est situé sur la droite $P'G$ et l'on a $P'G' = \frac{5}{2} P'G$, d'où l'on conclut facilement que G' est le milieu du segment GP.

Si l'on considère ϵ comme tétraèdre de référence, les coordonnées barycentriques de P' sont m_a, ... et celles de G_t sont $m_b + m_c + m_d$, ... ; donc G_t est le complémentaire de P' par rapport à ϵ. On en conclut que $G'G_t = \frac{1}{3} P'G'$, relation que l'on peut transformer successivement ainsi :

$$G'P - G_tP = \frac{1}{3}(P'G + GG'), \quad \frac{1}{2} GP - G_tP = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}GP + \frac{1}{2}GP\right),$$

$$G_tP = \frac{2}{9}GP.$$

On trouve le même résultat en exprimant que les points P et P' rapportés au tétraèdre T ont pour homologues par rapport au tétraèdre semblable ϵ les points P' et G_t ; d'où la proportion

$$PP' : P'G_t = 6 : 5$$

ou $$\frac{4}{3}GP : \left(\frac{4}{3}GP - G_tP\right) = 6 : 5, \ldots$$

8. Soient : H_1, H_2, ..., H_6 les centres de gravité des six prismes N_{ab}, N_{cd}, ..., N_{bc} ; (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4),

(x, y, z), (ξ, η, ς) les coordonnées des points A, B, C, D, G_n, G par rapport à trois axes rectangulaires passant par le point P ; U_r, X_r, Y_r, Z_r les mineurs du déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} u_1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ u_2 & x_2 & y_2 & z_2 \\ u_3 & x_3 & y_3 & z_3 \\ u_4 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \qquad (u_r = 1)$$

par rapport aux éléments u_r, x_r, y_r, z_r. On sait que les quantités Δ, U_1, U_2, U_3, U_4 sont les sextuples des volumes des tétraèdres T, m_a, m_b, m_c, m_d.

Par le milieu Q de l'arête AB menons les droites QR, QS équipollentes aux droites CP, DP ; H_1 coïncide avec le centre de gravité du triangle QRS. Les coordonnées x des points Q, R, S étant

$$\frac{1}{2}(x_1 + x_2),\ \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - x_3,\ \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - x_4,$$

l'x de H_1 a pour expression :

$$\frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \frac{1}{3}(x_3 + x_4).$$

Le volume $3(m_a + m_b)$ de N_{ab} ayant pour moment par rapport au plan P_{yz}

$$\left[\frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \frac{1}{3}(x_3 + x_4)\right] \times \frac{1}{2}(U_1 + U_2).$$

le moment Θ de l'ensemble des six prismes N_{ab}, N_{cd}, … par rapport au plan P_{yz} est donné par la formule :

$$\Theta = \frac{1}{4}\Sigma(x_1 + x_2)(U_1 + U_2) - \frac{1}{6}(x_3 + x_4)(U_1 + U_2),$$

où le signe sommatoire s'étend à toutes les combinaisons des indices 1, 2, 3, 4 deux à deux. La somme des termes en U_1 de Θ est

$$\frac{1}{4}U_1(x_1+x_2+x_1+x_3+x_1+x_4) - \frac{1}{6}U_1(x_3+x_4+x_4+x_2+x_2+x_3)\,;$$

eu égard à l'égalité $4\xi = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$, elle se réduit à

$$\frac{1}{4}U_1(2x_1 + 4\xi) - \frac{1}{6}U_1(8\xi - 2x_1)$$

ou à $\frac{1}{6}U_1(5x_1 - 2\xi)$. De là on conclut :

$$\Theta = \frac{5}{6}\Sigma U_1 x_1 - \frac{1}{3}\xi\Sigma U_1 = -\frac{1}{3}\xi\Delta = -2\xi M.$$

Comme on a aussi $\Theta = 9Tx_1$, on voit que

$$x = -\frac{2}{9}\xi, \qquad y = -\frac{2}{9}\eta, \qquad z = -\frac{2}{9}\varsigma.$$

Ces formules montrent qu'on obtient le point G_n en prolongeant la droite GP de $PG_n = \frac{2}{9}GP$, résultat facile à prévoir. Car le centre de symétrie P de W est évidemment le centre de gravité de ce solide ; mais on a vu que P est aussi le centre de gravité de l'ensemble des parties T, M_a, M_b, M_c, M_d de W et que les deux ensembles (L_a, L_b, L_c, L_d) et (N_{ab}, ..., N_{bc}) ont même volume 9T. On en conclut que les centres de gravité de ces deux ensembles sont symétriques par rapport à P ou que $G_l P = \frac{2}{9}GP = PG_n$.

Sur une généralisation des déterminants, qui permet la multiplication par files, même quand les classes des facteurs sont impaires

PAR

Maurice LECAT

Avec L. H. Rice (¹), qualifions un indice de *signant* ou de *non-signant* (²) suivant qu'on tient compte ou non du nombre des inversions dans sa rangée, pour la détermination du signe des termes d'un déterminant. Un déterminant de classe n possède le nombre pair

$$n - \delta_{1,(-1)^{n-1}} \equiv N$$

d'indices signants, les déterminants de classe impaire ayant donc tous *un* indice non-signant (³) et ceux de classe paire n'en ayant

---

(¹) American Journal math., t. XL, 1918, pp. 242-262, partic. pp. 246 et suivantes.

(²) De même pour une rangée, un rang, une direction, un système de files, un système de tranches.

(³) Dans les travaux antérieurs on entendait par « indice fixe » (abréviativement pour « indice de la rangée fixe ») l'*indice ordonné* (c'est-à-dire l'indice dont on range par ordre de grandeur croissante les valeurs dans les éléments d'un terme), indice pour lequel, en cas de classe impaire, on choisissait toujours, comme si c'était nécessaire, l'indice non-signant, dont le rang est imposé (sauf dans des cas spéciaux de mérogénéité). Or, si ce cumul de fonctions n'est pas illicite, puisque le choix du *rang ordonnateur* (rang de l'indice ordonné) est arbitraire, il peut présenter, à côté de l'avantage (contestable d'ailleurs) d'un vocable unique à signification double, des inconvénients multiples. Parmi eux, signalons ici celui de devoir compter les inversions dans les n - 1 rangées signantes ; tandis que si l'indice ordonné est signant (comme cela se produit nécessairement quand la classe est paire), comme on n'a pas à s'inquiéter des inversions dans les rangées non-signantes, ce n'est plus que dans n - 2 rangées (signantes) qu'il faut compter les transmutations. — Scott, Gegenbauer et bien pas. Les permanents n'ont, par définition, que des indices non-signants.

On peut généraliser, en considérant un nombre $\nu \neq 0$ d'indices signants, pourvu que ce nombre soit pair, comme N. Cette restriction est imposée par le théorème de Cramer-Bézout sur les permutations d'éléments à indices. Il y a donc $\frac{N}{2}$ de ces valeurs ν admissibles. Le déterminant ainsi généralisé est encore appelé déterminant par Rice ; mais il est utile, selons-nous, de lui donner un nouveau nom et nous choisissons *péné-déterminant*, d'espèce ν. Ces fonctions comprennent, comme cas spécial où $\nu = N$, les déterminants (*full-sign determinants* de Rice), mais (à cause de la restriction $\nu \neq 0$) non les permanents, dont la plupart des propriétés sont très différentes à cause de l'absence d'indice signant (1).

Cette nouvelle extension (2) de la notion de déterminant est très

---

d'autres placent toujours l'indice ordonné au premier ou au dernier rang, ce qui est licite et simplifie l'écriture, mais à tort ils ne font jamais l'hypothèse que l'indice non-signant est d'un autre rang. C'est là une lacune qui a conduit, comme la méconnaissance de la notion d'indice non-signant, à bien des erreurs.

(1) Il y a des cas où le péné-déterminant est indépendant de l'espèce, et par conséquent égal au déterminant, tout en différant du permanent. Nous en verrons à la fin de ce travail.

(2) Il peut être utile de rappeler ici les diverses extensions de la notion de déterminant ordinaire. (Cf. notre ***Histoire de la théorie des déterminants à n dimensions***, Gand, 1911).

1° Passage du cas de 2 indices ou dimensions à celui de *n* indices, pour obtenir les *déterminants de classe supérieure*. Il est dû à Cayley (1843), qui toutefois ne considère pas les nouvelles fonctions comme des déterminants et les qualifie d'abord (1843) de « functions resolvable into a series of determinants » et ensuite (1851), d'accord avec Sylvester, de « commutants ». Avec A. de Gasparis (1861), la généralisation, bien qu'identique au fond à celle de Cayley, est plus explicite puisqu'il parle de « déterminants dont les éléments ont *n* indices ».

2° On généralise les déterminants (ordinaires ou de classe supérieure) en restreignant, d'une manière donnée, la permutation des *p* valeurs (*p* étant l'ordre) pour des rangs donnés ; les rangées 1 . 2 ... *p* sont divisées en segments et l'on n'effectue les permutations que dans ces segments. Cette idée est venue simultanément à Cayley [CAMBR. DUBLIN MATH. J., t. VII, 1852, p. 43] et à Sylvester [IBIDEM. p. 88], à l'occasion de leurs recherches invariantologiques. Ils appellent ces fonctions des « *partial* commutants » ou « intermutants ». Ils ne féconde. En effet, non seulement la plupart des propriétés subsistent quel que soit le nombre (pair et non nul) des indices signants, mais bien des exceptions disparaissent. La plus remarquable est assurément celle que présente la loi de Cayley pour multiplier les déterminants par files, et sur laquelle nous reviendrons un peu plus loin. En outre, les péné-déterminants se présentent tout naturellement dans la théorie des invariants et covariants des formes algébriques. La généralisation qui fait l'objet de cette note marque donc une étape importante dans l'étude des déterminants (¹).

On conçoit aisément, et Rice le montre (²), que, à part une

---

les étudient pas en eux-mêmes (il y aurait lieu de combler cette lacune), mais seulement comme expressions d'invariants et de covariants de formes algébriques.

3° Les éléments ne sont plus disposés en carré ou en cube à n dimensions, mais en rectangle ou en parallélipipède ; et on se libère de la restriction de ne prendre qu'un seul élément d'un même terme (produit d'un nombre constant p d'éléments) dans une même tranche (à $n - 1$ dimensions). Cette extension, qui semble encore ne présenter qu'un faible intérêt, fut imaginée par N. Traverso (1901) pour $n = 2$ et par nous-même (1911) pour n quelconque. Les fonctions obtenues sont appelées *hyper-déterminants*. Il est à remarquer que ce ne sont plus des fonctions linéaires des éléments d'une tranche.

4° La restriction que les éléments d'un terme se trouvent dans une même tranche est modifiée en remplaçant le mot tranche par couche à $g - 1$ dimensions. Les fonctions obtenues sont des *superdéterminants* ou déterminants de *genre* quelconque. Cette extension date de 1911. Cf. M. Lecat, ANNALES, t. XXXVI, Iʳᵉ partie, p. 120.

5° Passage des déterminants aux péné-déterminants (faisant l'objet de ce travail).

Sauf la dernière, ces généralisations sont applicables aux permanents. Elles peuvent manifestement être combinées entre elles.

(¹) Depuis longtemps nous avions songé à cette généralisation. Dès 1915, nous avions établi des propriétés des péné-déterminants et comptions les publier dès la fin de la guerre. Nous allions le faire, quand l'important Mémoire de Rice vint à notre connaissance (en février 1919). Nous n'étions du reste pas allé aussi loin que lui. Le grand mérite de l'auteur américain est d'avoir, le premier (puisque pour la question de priorité la date de publication décide seule), bien mis en évidence la fécondité des nouvelles fonctions.

(²) Rice [*l. c.*, p. 255] signale à cette occasion qu'un déterminant-permanent peut être de classe paire, contrairement à une assertion erronée de Gegenbauer, que nous avions omis de corriger.

très heureuse simplification des notations, les péné-déterminants ne sont autres fonctions que celles que Gegenbauer et nous-même avons appelées déterminants-permanents et que nous avons étudiées antérieurement [1]. A l'avenir donc, il n'y aura plus lieu de s'en occuper sous cette forme compliquée.

Le péné-déterminant

$$\left|\left(\overset{\frown}{i}_1, \ldots, \overset{\frown}{i}_\nu ; \breve{i}_{\nu+1}, \ldots, \breve{i}_n\right)\right|_p , \tag{1}$$

où l'on a surmonté des signes $\frown$ et $\smile$ (déjà utilisés par nous et adoptés par Rice) respectivement les indices signants et non-signants, les indices de même *signance* (« *signancy* ») étant supposés contigus pour faciliter l'écriture, peut s'exprimer ainsi :

$$\sum_{\omega=1}^{p} \prod_{\sigma=1}^{\nu} \left(\pm_{\omega_\sigma}\right) \cdot \prod_{\alpha=1}^{p} \left(\omega_1^{(\alpha)}, \ldots, \omega_{n-1}^{(\alpha)}, \alpha\right),$$

$$\sum_{\epsilon=1}^{p} \prod_{s=1}^{\nu-1} \left(\pm_{\epsilon_s}\right) \cdot \prod_{\alpha=1}^{p} \left(\alpha, \epsilon_1^{(\alpha)}, \ldots, \epsilon_{n-1}^{(\alpha)}\right),$$

en plaçant, pour simplifier la forme, l'indice ordonné aux rangs extrêmes.

La méthode des produits symboliques est applicable aux péné-déterminants. Un permanent de classe n s'exprime symboliquement, on le sait, en faisant usage de $n - 1$ systèmes (indépendants) d'*unités concurrentes*, tels que :

$$\mu_\alpha^2 = 0, \qquad \mu_r\mu_s = \mu_s\mu_r, \qquad \mu_1\mu_2 \ldots \mu_p = 1$$

$$(\alpha, r, s = 1, \ldots, p).$$

Un déterminant est représenté par $n - 1$ systèmes d'*unités alternées*, tels que :

---

[1] Notamment dans les ANNALES, t. XXXV, 1910-1911, IIe partie, pp. 339-350 et t. XXXVII, 1912-1913, IIe partie, pp. 285-291.

$$\lambda_\alpha^2 = 0, \quad \lambda_r \lambda_s + \lambda_s \lambda_r = 0, \qquad \lambda_1 \cdot \lambda_2 \dots \lambda_p = 1$$

$$(\alpha, r, s = 1, \dots, p),$$

à condition que si la classe est impaire l'indice ordonné soit non-signant, sinon il faudrait avoir recours à un système d'unités concurrentes adjoint à $n - 2$ systèmes d'unités alternées. Pour un péné-déterminant d'espèce ν, on doit manifestement faire usage, suivant que l'indice ordonné est non-signant ou signant, de ν ou $\nu - 1$ des seconds systèmes et de $n - \nu - 1$ ou $n - \nu$ des premiers. D'où les expressions symboliques :

$$\mathop{\overline{\lbrack \alpha \rbrack}}\limits_{1}^{p} \sum_{\omega=1}^{p} \left(\omega_1^{(\alpha)}, \dots, \omega_{n-1}^{(\alpha)}, \alpha\right) \cdot \mathop{\overline{\lbrack \sigma \rbrack}}\limits_{1}^{\nu} \lambda^{(\sigma)}_{\omega_\sigma^{(\alpha)}} \cdot \mathop{\overline{\lbrack \tau \rbrack}}\limits_{\nu+1}^{n-1} \mu^{(\tau)}_{\omega_\tau^{(\alpha)}},$$

$$\mathop{\overline{\lbrack \alpha \rbrack}}\limits_{1}^{p} \sum_{\epsilon=1}^{p} \left(\alpha, \epsilon_1^{(\alpha)}, \dots, \epsilon_{n-1}^{(\alpha)}\right) \cdot \mathop{\overline{\lbrack s \rbrack}}\limits_{1}^{\nu-1} \lambda^{(s)}_{\omega_s^{(\alpha)}} \cdot \mathop{\overline{\lbrack l \rbrack}}\limits_{\nu+1}^{n} \mu^{(l)}_{\omega_l^{(\alpha)}}.$$

Cette représentation est très utile pour l'étude de certaines propriétés, comme nous le montrerons dans un prochain mémoire spécial.

La méthode graphique imaginée par H. W. Lloyd Tanner (¹) pour trouver le signe des termes d'un déterminant s'applique aux péné-déterminants avec une petite modification. Pour faciliter l'écriture, supposons que les rangs signants soient $1, \dots, \nu$. On peut arbitrairement choisir le rang ordonnateur parmi les ν premiers nombres ou parmi les autres, et par conséquent écrire un terme comme suit :

$$\mathop{\overline{\lbrack \alpha \rbrack}}\limits_{1}^{p} \left(\hat{\omega}_\alpha^{(1)}, \dots, \hat{\omega}_\alpha^{(\nu)}; \breve{\omega}_\alpha^{(\nu+1)}, \dots, \breve{\omega}_\alpha^{(n-1)}, \breve{\alpha}\right).$$

$$\mathop{\overline{\lbrack \alpha \rbrack}}\limits_{1}^{p} \left(\hat{\alpha}, \hat{\omega}_\alpha^{(1)}, \dots, \hat{\omega}_\alpha^{(\nu-1)}; \breve{\omega}_\alpha^{(\nu)}, \dots, \breve{\omega}_\alpha^{(n-1)}\right).$$

(¹) PROC. LONDON MATH. SOC., t. X, 1878-1879, pp. 167 et suiv., partic. § 11.

Dans les deux cas on doit faire abstraction des seuls indices ω surmontés de $\smile$. On voit que le second choix du rang ordonnateur est le plus avantageux, puisqu'il conduit à n'envisager que ν indices au lieu de $\nu + 1$ ([1]).

Cela étant, on considère une matrice rectangulaire de $p\nu$ points, les ν files horizontales comprenant chacune p points numérotés $1, \ldots, p$ et les colonnes comportant ν points. On joint le point α de la ligne 1 au point $\omega_\alpha^{(1)}$ de la seconde, celui-ci au point $\omega_\alpha^{(2)}$ de la troisième, etc., de manière à aboutir au point $\omega_\alpha^{(\nu-1)}$ de la $\nu^{\text{ème}}$ ligne. On trace ainsi le diagramme pour un élément. En opérant pour $\alpha = 1, \ldots, p$, on obtient le diagramme du terme. Si l'on y supprime, parmi les $\nu - 1$ bandes horizontales, les bandes 2, 4, ..., $\nu - 2$, le diagramme ainsi simplifié renferme un nombre de croisements ([2]) dont la parité donne le signe du terme. Car si q_r désigne le nombre des croisements dans la bande r, le nombre des transmutations à effectuer pour supprimer les croisements dans le diagramme complet est visiblement

$$\sum_{r=1}^{\nu-1} \sum_{i=1}^{r} q_i = \sum_{j=1}^{\nu-1} j q_{\nu-j}$$

et la parité ne change pas, si l'on omet les valeurs paires de j et remplace par l'unité les coefficients restants ([3]).

([1]) Cf. la note 3, p. 1.

([2]) Un croisement d'ordre s résulte de la coïncidence de $\binom{s}{2}$ croisements ordinaires et correspond à autant d'inversions. La condition pour que tous les croisements soient d'ordres de multiplicité inférieurs à σ est que

$$1 = \prod_{\epsilon=0}^{\frac{\nu-2}{2}} \prod_{\alpha=1}^{p} (\pm_\alpha)^2 \, \delta\left(\omega_{\alpha_1}^{(2\epsilon)} + \omega_{\alpha_1}^{(2\epsilon+1)}, \ldots, \omega_{\alpha_\sigma}^{(2\epsilon)} + \omega_{\alpha_\sigma}^{(2\epsilon+1)}\right),$$

en posant, comme il est naturel, $\omega^{(0)} \equiv \alpha$.

([3]) On pourrait encore procéder ainsi : joindre le point α de la première ligne au point $\omega_\alpha^{(1)}$ de la seconde, puis le point α de la seconde au point $\omega_\alpha^{(2)}$ de

Arrivons à la multiplication des péné-déterminants. Ce qu'il appelle avec nous loi de Scott, pour la multiplication des déterminants éléments à éléments *(element-multiplication)*, est généralisé par Rice en une relation que nous écrirons ainsi (¹) :

$$\overset{+}{\Big|}\,\Big(\epsilon_1, \ldots, \overset{\substack{\cap\\\cup\\\cup\\\cap}}{\epsilon_r}\Big)\overset{\pm}{\Big|}_p \cdot \overset{+}{\Big|}\,h\Big(\omega_1, \ldots, \overset{\substack{\cap\\\cup\\\cap\\\cup}}{\omega_s}\Big)\overset{\pm}{\Big|}_p =$$

$$\overset{+}{\Big|}\,b\Big(\overset{\substack{\cup\\\cup\\\cap\\\cap}}{i_1}, \ldots, i_r\Big)\cdot h\Big(i_{r+1}, \ldots, i_{r+s-1}, i_r\Big)\overset{\pm}{\Big|}_p ,$$

la signance des indices $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_{r-1}$ et de $\omega_1, \ldots, \omega_{s-1}$ étant maintenue au second membre. La signance de i_r dépend de celles de ϵ_r et ω_s suivant une règle analogue à la règle des signes, $\cap$ étant assimilé à $-$ et $\cup$ à $+$.

Ce qu'il appelle avec nous loi de Cayley, pour la multiplication des déterminants par files *(file-multiplication)*, est étendu par Rice aux péné-déterminants. On peut écrire (²) :

---

la troisième, etc., enfin le point α de la $(\nu - 1)^{\text{ème}}$ au point $\omega_\alpha^{(\nu-1)}$ de la $\nu^{\text{ème}}$ ligne. En exécutant ce tracé pour les p valeurs de α, ce qui, grâce à la propriété $(\pm_\omega) \neq o$, fournit p chemins continus

$$\alpha,\ \omega_\alpha^{(1)},\ \omega^{(2)}_{\omega_\alpha^{(1)}},\ \ldots,\ \omega^{(\nu-1)}_{\omega^{(\nu-2)}_{\ddots_{\omega_\alpha^{(1)}}}},$$

on obtient encore le signe du terme par le nombre des croisements.

(¹) Les barres enfermant l'élément général seront surmontées des signes suivants :

$$\overset{\pm}{}\cdots\overset{\pm}{|}\ ,\qquad \overset{+}{|}\cdots\overset{\pm}{|}\ ,$$

respectivement pour un péné-déterminant (pouvant dégénérer en déterminant) et pour « le permanent *ou* un péné-déterminant ». Le signe $\pm$ pourra, dans certains cas, être omis, notamment lorsque l'élément général indiquera les indices non-signants.

(²) On exprime ainsi d'une manière plus simple, plus condensée et plus explicite, les relations que nous avons établies dans ces ANNALES, t. XXXV, 1910-1911, IIᵉ partie, pp. 339-350.

$$\left| b\left(\overset{\cup}{\epsilon}_1, \ldots, \overset{\cup}{\epsilon}_\rho ; \overset{\cap}{\epsilon}_{\rho+1}, \ldots, \overset{\cap}{\epsilon}_r\right) \right|_p^{+} \cdot \left| h\left(\overset{\cup}{\omega}_1, \ldots, \overset{\cup}{\omega}_\sigma ; \overset{\cap}{\omega}_{\sigma+1}, \ldots, \overset{\cap}{\omega}_s\right) \right|_p^{+}$$

$$= \left| \sum_{\mu=1}^{p} b\left(\overset{\cup}{i}_1, \ldots, \overset{\cup}{i}_\rho ; \overset{\cap}{i}_{\rho+1}, \ldots, \overset{\cap}{i}_{r-1}, \mu\right) \cdot h\left(\overset{\cup}{i}_r, \ldots, \overset{\cup}{i}_{r+s-1} ; \overset{\cap}{i}_{r+\sigma}, \ldots, \overset{\cap}{i}_{r+s-2} ; \mu\right) \right|_p^{+}$$

la signance des i étant la même que celle des ϵ et des ω correspondants. Cette relation se démontre assez aisément, si l'on applique la « décomposition » des péné-déterminants facteurs en une somme algébrique de déterminants ordinaires, suivant la formule :

$$\left| b\left(\overset{\cup}{\epsilon}_1, \ldots, \overset{\cup}{\epsilon}_\rho ; \overset{\cap}{\epsilon}_{\rho+1}, \ldots, \overset{\cap}{\epsilon}_r\right) \right|_p^{+} =$$

$$\sum_{\gamma=1}^{p} \overset{r-2}{\underset{1}{\prod\nolimits_{\sigma}}} \left(\pm_{\gamma_\sigma}\right)^2 \overset{r-2}{\underset{\rho+1}{\prod\nolimits_{R}}} \left(\pm_{\epsilon_R}\right) \left| b\left(\gamma_1, \ldots, \gamma_{r-2} ; \overset{\cap}{\epsilon}_{r-1}, \overset{\cap}{\epsilon}_r\right) \right|_p .$$

Cette décomposition n'est qu'un cas très particulier de celle que Rice donne pour exprimer un péné-déterminant en une somme algébrique de péné-déterminants de classe inférieure quelconque (mettant ainsi au point et généralisant les recherches analogues faites antérieurement pour les déterminants) (¹).

On peut remarquer que si les éléments polynomes de la matrice du produit sont convertis en files non-signantes par suppression des signes $+$, on obtient la matrice du produit à éléments monomes.

Comme cas particulier de la règle de multiplication par files, le produit

$$\left| b\left(\overset{\cup}{\epsilon}_1, \ldots, \epsilon_r\right) \right|_p \cdot \left| h\left(\overset{\cup}{\omega}_1, \ldots, \omega_s\right) \right|_p$$

de deux déterminants de classes impaires peut s'exprimer par un péné-déterminant de classe paire :

(¹) Cf. M. Lecat, Rendiconti Circolo Mat. Palermo, 1919 (sous presse).

$$\left|\sum_{\mu=1}^{p} b\left(\overset{\smile}{i}_1, \overset{\frown}{i}_2, \ldots, \overset{\frown}{i}_{r-1}, \mu\right) \cdot h\left(\overset{\smile}{i}_r, \overset{\frown}{i}_{r+1}, \ldots, \overset{\frown}{i}_{r+s-2}, \mu\right)\right|_p$$

à deux indices non-signants. Et comme

$$\left|\lambda\left(\overset{\smile}{\sigma}_2, \overset{\smile}{\sigma}_3, \ldots, \sigma_{2n+1}\right)\right|_p = \left|\delta\left(\overset{\frown}{\sigma}_1, \sigma_2\right) \cdot \lambda\left(\overset{\frown}{\sigma}_2, \overset{\smile}{\sigma}_3, \ldots, \sigma_{2n+1}\right)\right|_p,$$

on voit que cette loi de multiplication n'est pas distincte de celle que nous avons donnée dès 1912 (1).

Comme application de la loi générale de multiplication par files des péné-déterminants, on démontre cette relation invariantologique :

$$\left|\left(f_{\overset{\smile}{\alpha}_1, \ldots, \overset{\smile}{\alpha}_\rho ; \overset{\frown}{\alpha}_{\rho+1}, \ldots, \overset{\frown}{\alpha}_r}, \varphi_{\overset{\smile}{\beta}_1, \ldots, \overset{\smile}{\beta}_\sigma ; \overset{\frown}{\beta}_{\sigma+1}, \ldots, \overset{\frown}{\beta}_s}\right)^k\right|_p = 0$$

$$[n \geqslant k + 2 ; (r - \rho)(s - \sigma) \text{ impair}]$$

entre les composés *(transvectants)* $k^{\text{èmes}}$ de deux systèmes de p^r et p^s formes binaires (2).

---

(1) Annales, t. XXXVII, 1912-1913, partie II, p. 285. Cf. Intermédiaire math., t. XIX, 1912, p. 257. La démonstration faisait l'objet d'un travail présenté à l'Académie royale de Belgique et dont l'impression dans les Mémoires in-4° fut décidée dès 1912 mais ne put avoir lieu avant la guerre. Pendant l'occupation allemande ce manuscrit a disparu avec d'autres. Actuellement sa publication n'aurait plus guère d'intérêt puisque, dans son beau mémoire de 1918, Rice a publié la démonstration générale du théorème.

(2) A propos d'invariantologie, profitons de l'occasion pour signaler une regrettable lacune de nos *Leçons* (1910), de notre *Abrégé* (1911) et de notre *Histoire de la théorie des déterminants à* n *dimensions* (1911). On a passé sous silence les travaux où Cayley et Sylvester appliquent à la théorie des formes algébriques les déterminants de classe supérieure. Cayley y consacre deux mémoires, parus en 1845 et 1852, dont le premier [Cambr. Math. Journal, t. IV, 1843-1845, éd. 1845, pp. 193-209 (fasc. de février), partic. pp. 199, 201-204 ; réimpression littérale dans les *Papers,* t. I, Cambridge 1889, pp. 85, 87-90 ; traduction libre, avec de-ci de-là des additions assez importantes, Journal reine angew. Math., t. XXX, 1846, pp. 1-37, partic. pp. 7-9, 11-16] est précisément celui par lequel Cayley débuta dans ses études sur les invariants et qui donna naissance, peut-on dire, à l'Algèbre moderne. Il y démontre que la propriété d'invariance que Boole avait un peu auparavant reconnue aux discri-

Un péné-déterminant d'espèce ν (ou $n-\nu$, mais alors n doit aussi être pair) possède en général $\binom{n}{\nu}$ valeurs distinctes, suivant les rangs donnés aux indices signants. Et rien n'empêche de considérer ces valeurs comme étant les déterminations d'une fonction multiforme, par analogie avec la marche suivie pour les déterminants de classe impaire (¹). D'où l'extension de la notion de polygénéité. Lorsque la matrice est générale, il n'y a monogénéité que si, n étant pair, on prend $\nu = n$; c'est le cas du déterminant de classe paire. Pour les $\frac{n}{2} - 1$ autres valeurs de ν, si n est pair, on a des péné-déterminants, en général polygènes. Si n est impair, les $\frac{n-1}{2}$ valeurs de ν donnent toutes

---

minants, appartient à d'autres fonctions qu'il appelle hyperdéterminants (et plus tard, à la suite de Sylvester, invariants) et qu'il exprime pour la plupart à l'aide de déterminants de classe paire ou de déterminants dont les éléments sont des déterminants de classe paire, sans toutefois les dénommer ainsi. Dans son travail de 1852 [CAMBR. DUBLIN MATH. JOURNAL., t. VII, 1852, pp. 40-51, 98, partic. pp. 43-48, 51, 98 ; *Papers*, t. II, Cambridge 1889, pp. 16-21, 26-27], Cayley signale que des *commutants* (il appelle ainsi, avec Sylvester, depuis 1851, les déterminants de classe supérieure) *symétriques* (pour actinomorphes) d'un nombre pair de colonnes (dans la notation ombrale) représentent des invariants d'une forme de degré pair. Quant à Sylvester, dans deux chapitres d'un important Mémoire sur la théorie des formes algébriques [CAMBR. DUBLIN MATH. JOURNAL, t. VII, 1852, pp. 52-97, 179-217, partic. pp. 75-95, pp. 181-189 ; *Papers*, t. I, Cambridge 1904, pp. 304-325], il expose une méthode générale (« *commutantive method* ») de formation d'invariants et de covariants, notamment d'une forme à plusieurs systèmes de variables, à l'aide des commutants de classe paire ; les *commutants totaux* et les *commutants partiels* (ou *intermutants*, qui constituent une nouvelle généralisation des déterminants) donnent respectivement les procédés de *commutation totale* et de *commutation partielle*.

(¹) ANNALES, t. XXXVIII, 1913-1914, IIe partie, pp. 115 et suiv. Nous avons montré antérieurement [*Abrégé*, p. 19 ; ANNALES, *l. c.*, p. 121] comment, dans un déterminant de classe impaire, les n valeurs (correspondant aux n positions de l'indice non-signant) peuvent être exprimées à l'aide de la représentation d'une de ces valeurs par les sections écrites pour un rang ordonnateur arbitrairement choisi. La généralisation au cas de péné-déterminant est malaisée, car il s'agit de passer de la détermination correspondante à un système signant à la détermination correspondante à un autre système du même nombre de rangs signants, certains indices pouvant être communs aux deux systèmes. Nous reviendrons sur ce problème.

des péné-déterminants polygènes, $\nu = n - 1$ fournissant le cas spécial du déterminant (de classe impaire).

Il est évident que si la matrice est particulière, il peut y avoir mérogénéité pour les péné-déterminants d'une ou de plusieurs espèces, par analogie avec ce qui a lieu pour les déterminants de genre quelconque par rapport à la classe (superdéterminants) (¹).

Ceci nous amène à remarquer qu'on pourrait combiner les notions d'espèce et de genre, et considérer un péné-déterminant de classe n, d'espèce ν (paire) et de genre g, à la condition évidente que

$$\nu \leqslant g - \delta_{-1,\,(-1)^g}.$$

Les deux principales manières de mérogénéiser un péné-déterminant consistent, l'une à trouer la matrice, l'autre à l'actiniser. Dans le second cas, l'exemple le plus simple et le plus remarquable est celui où il y a actinomorphie : il y a alors monogénéité pour les péné-déterminants de toutes les espèces et même de tous les genres (mais les fonctions continuent à dépendre de l'espèce et du genre).

En appliquant la méthode symbolique au calcul des péné-déterminants de la matrice

$$\left| b_\alpha + \left(x_\alpha - b_\alpha\right)\, \delta\!\left(\alpha, i_1, \ldots, i_n\right) \right| ,$$

on voit aisément que — sans qu'il y ait actinomorphie, puisque n et non $n+1$ indices sont permutables — la monogénéité a lieu pour toutes les valeurs de ν et de g et que la valeur du péné-déterminant pour $g = n$ ne dépend pas de ν, ni même de n. Mais cette valeur (qui est celle du déterminant proprement dit) diffère de celle du permanent. Dans la matrice

$$\left| -1 + 2 \prod_{\epsilon=2}^{n} \sum_{\omega_\epsilon = 1}^{i_1} \delta_{i_\epsilon,\,\omega_\epsilon} \right|$$

il y a aussi monogénéité pour les péné-déterminants.

Nous consacrerons un prochain travail à l'étude — assez ardue — de la mérogénéité des péné-déterminants.

(¹) ANNALES, *l. c.*, p. 136.

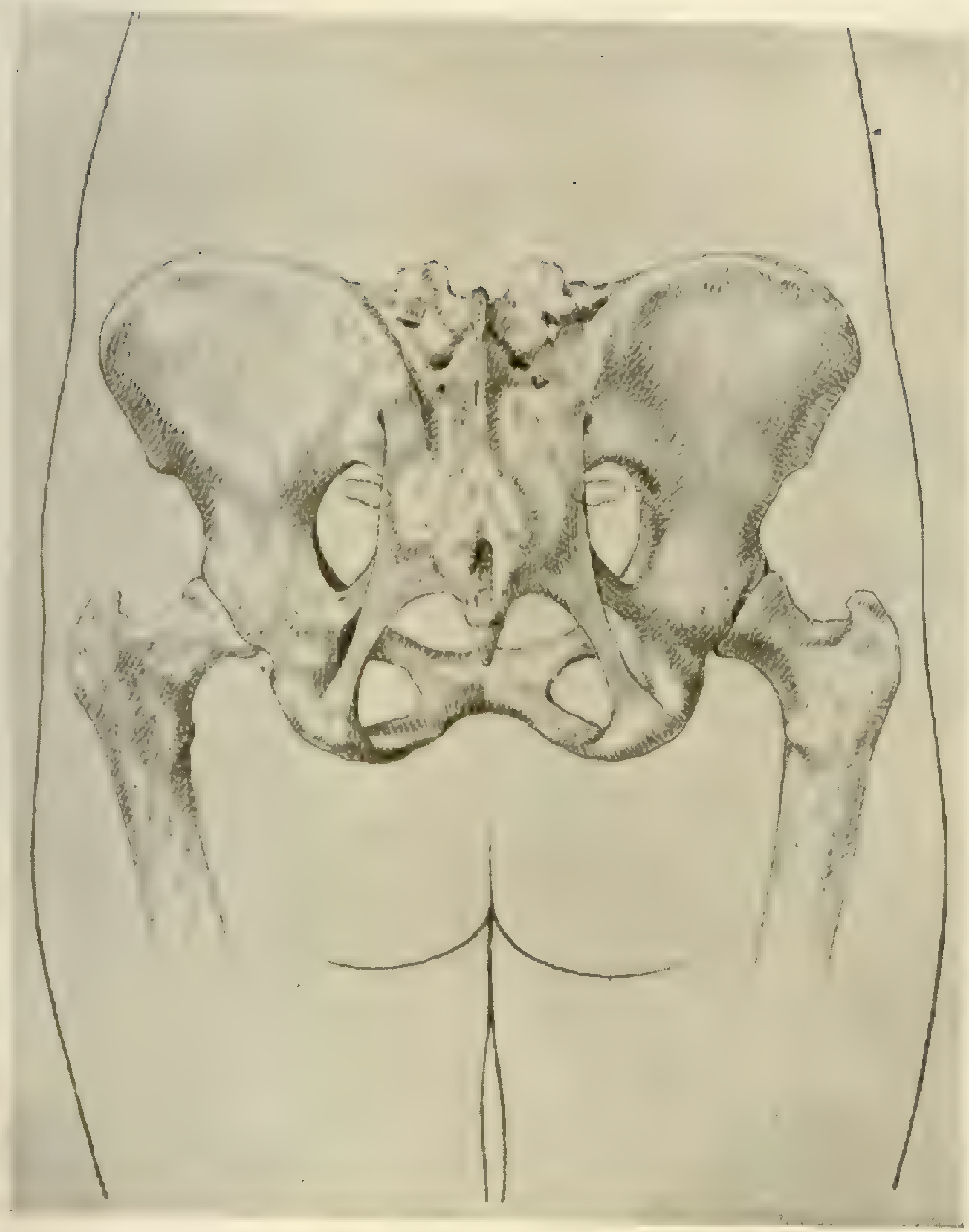


Figure II.

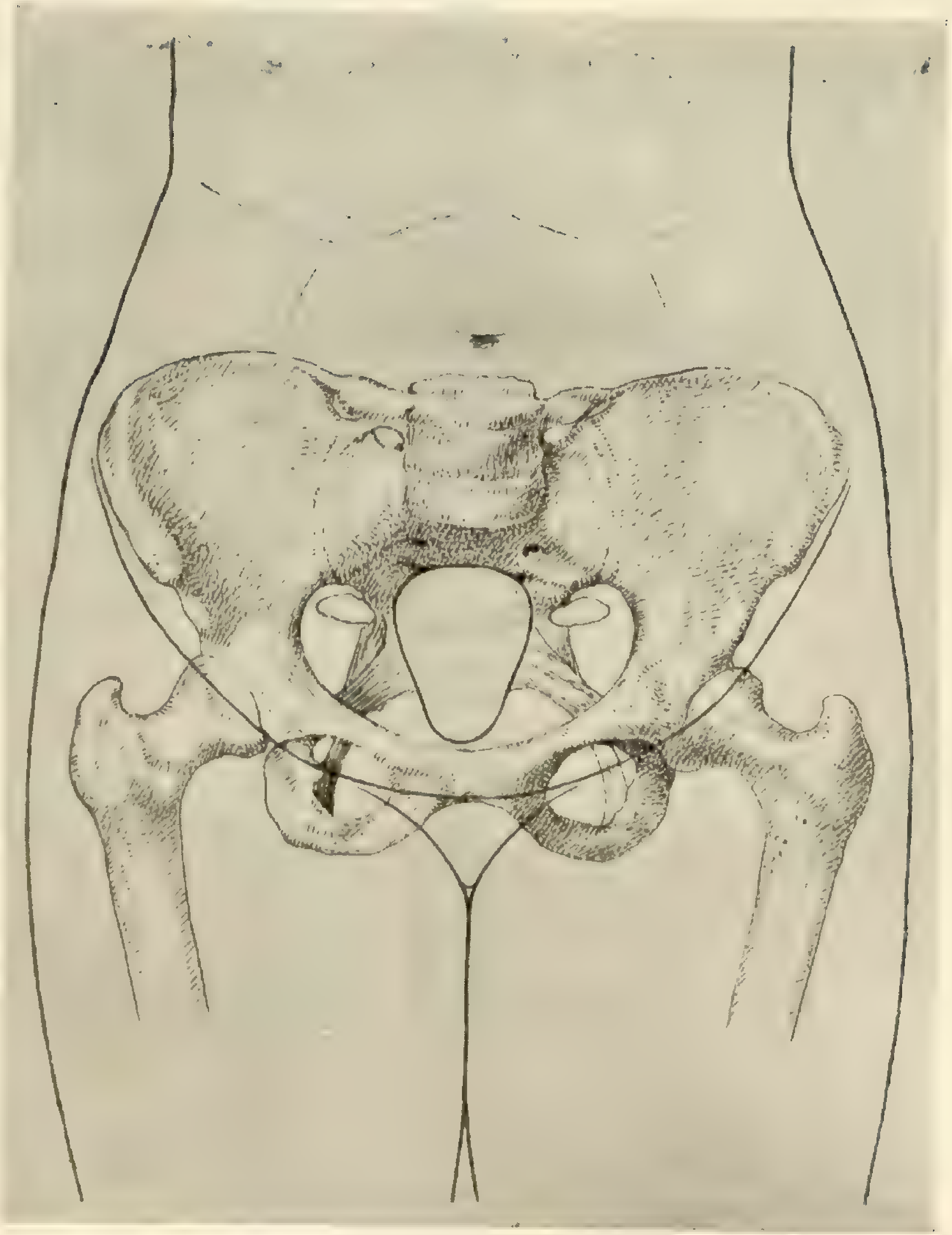


Figure I.

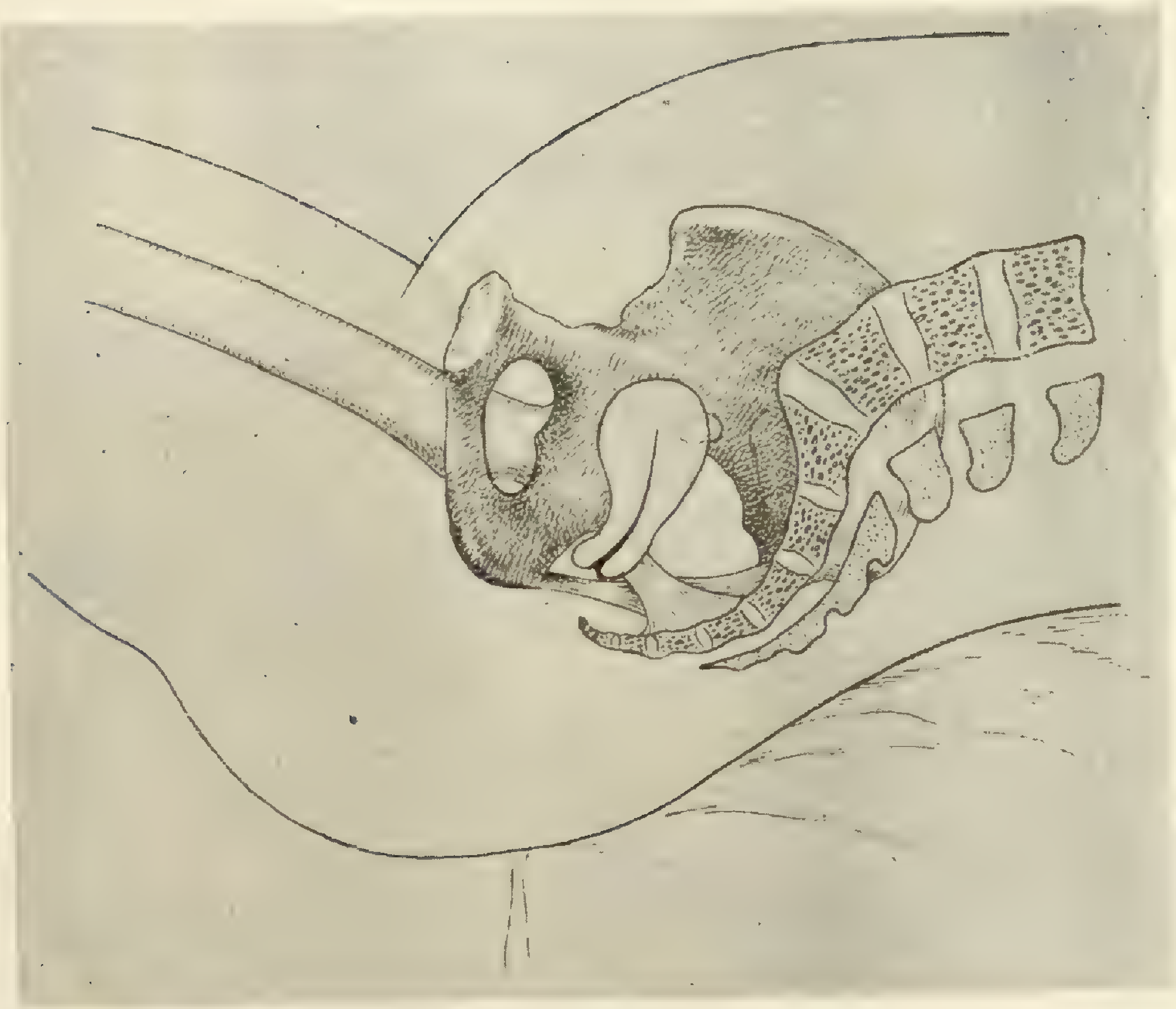


Figure III.

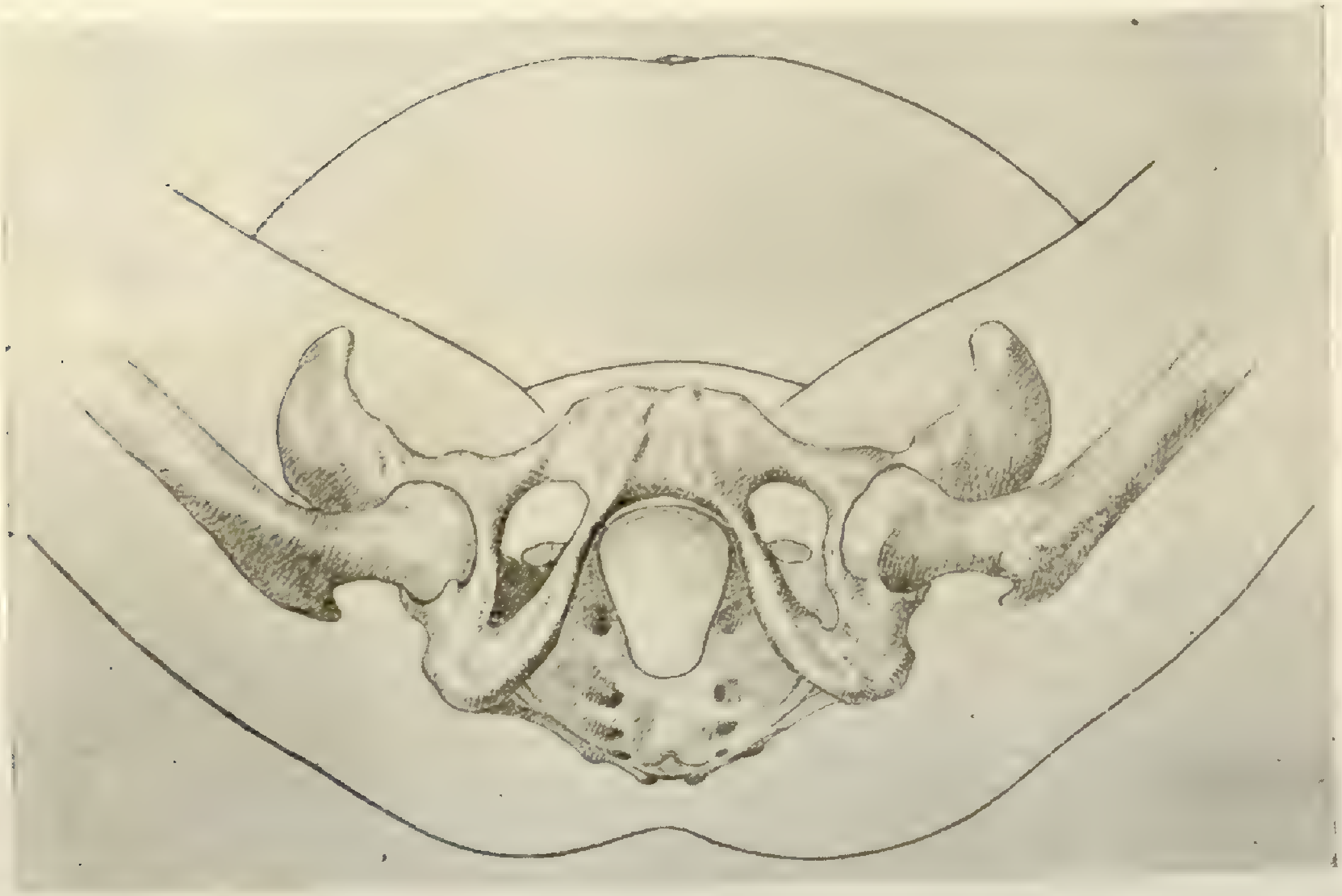
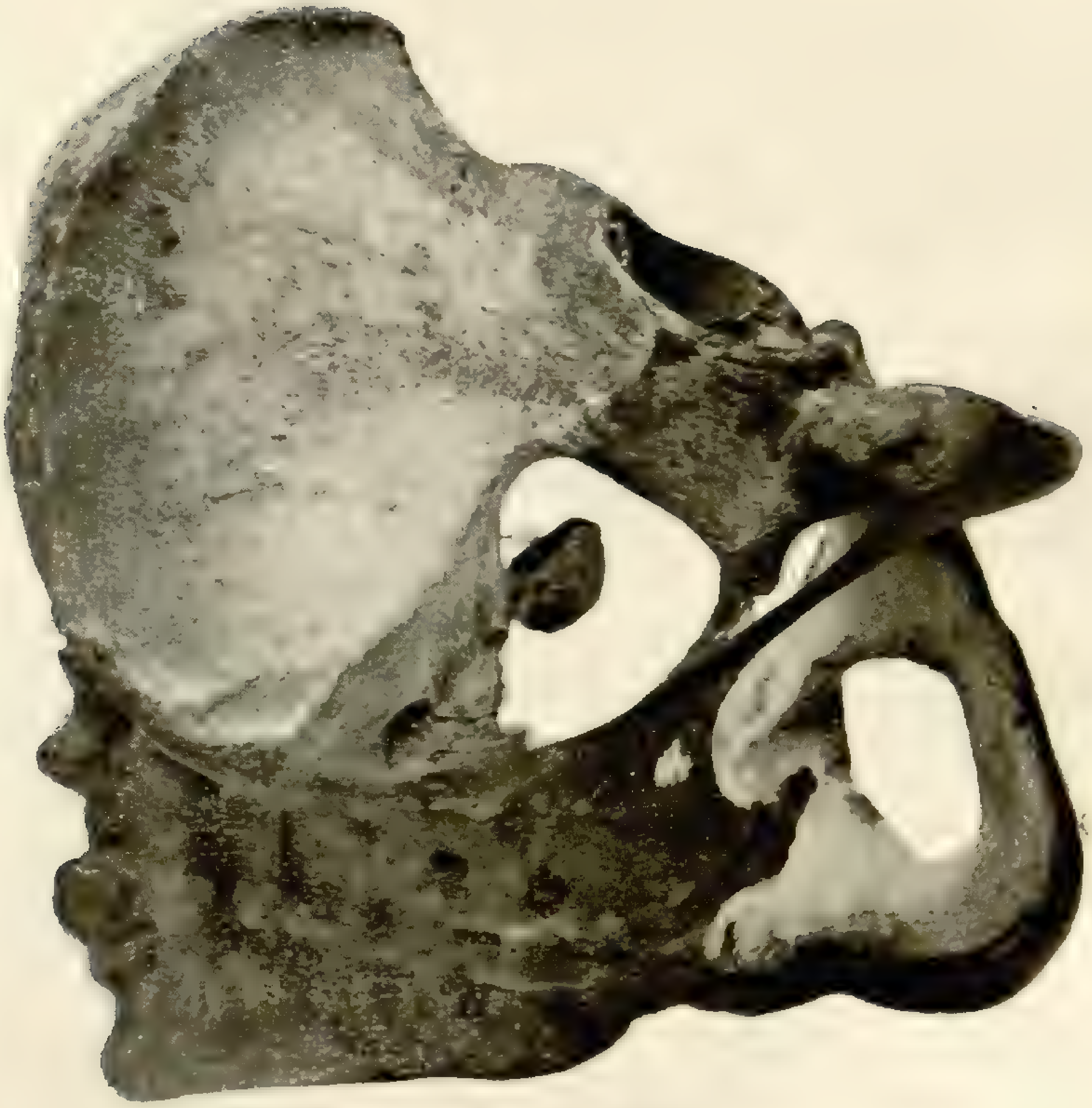
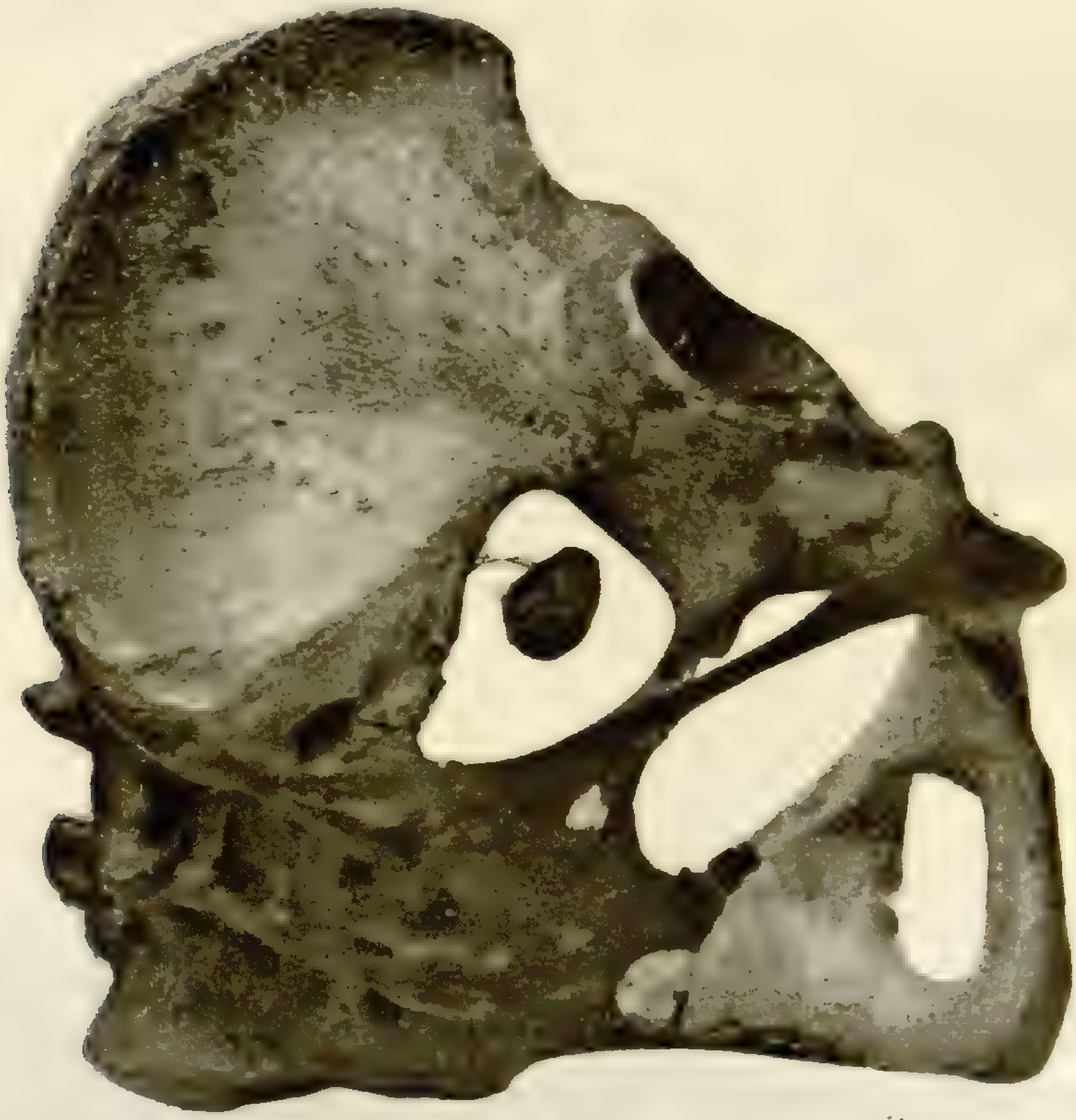


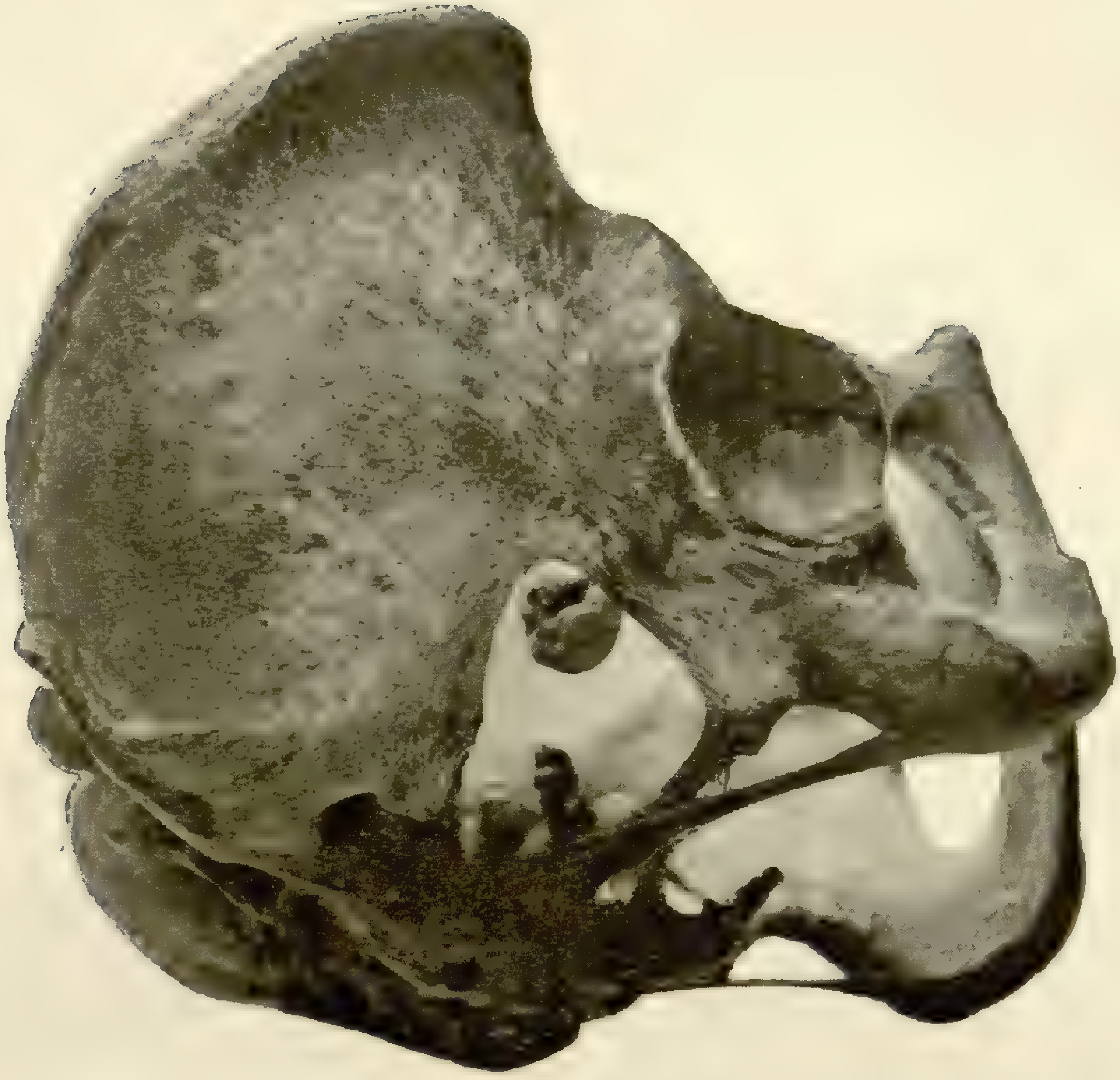
Figure IV.



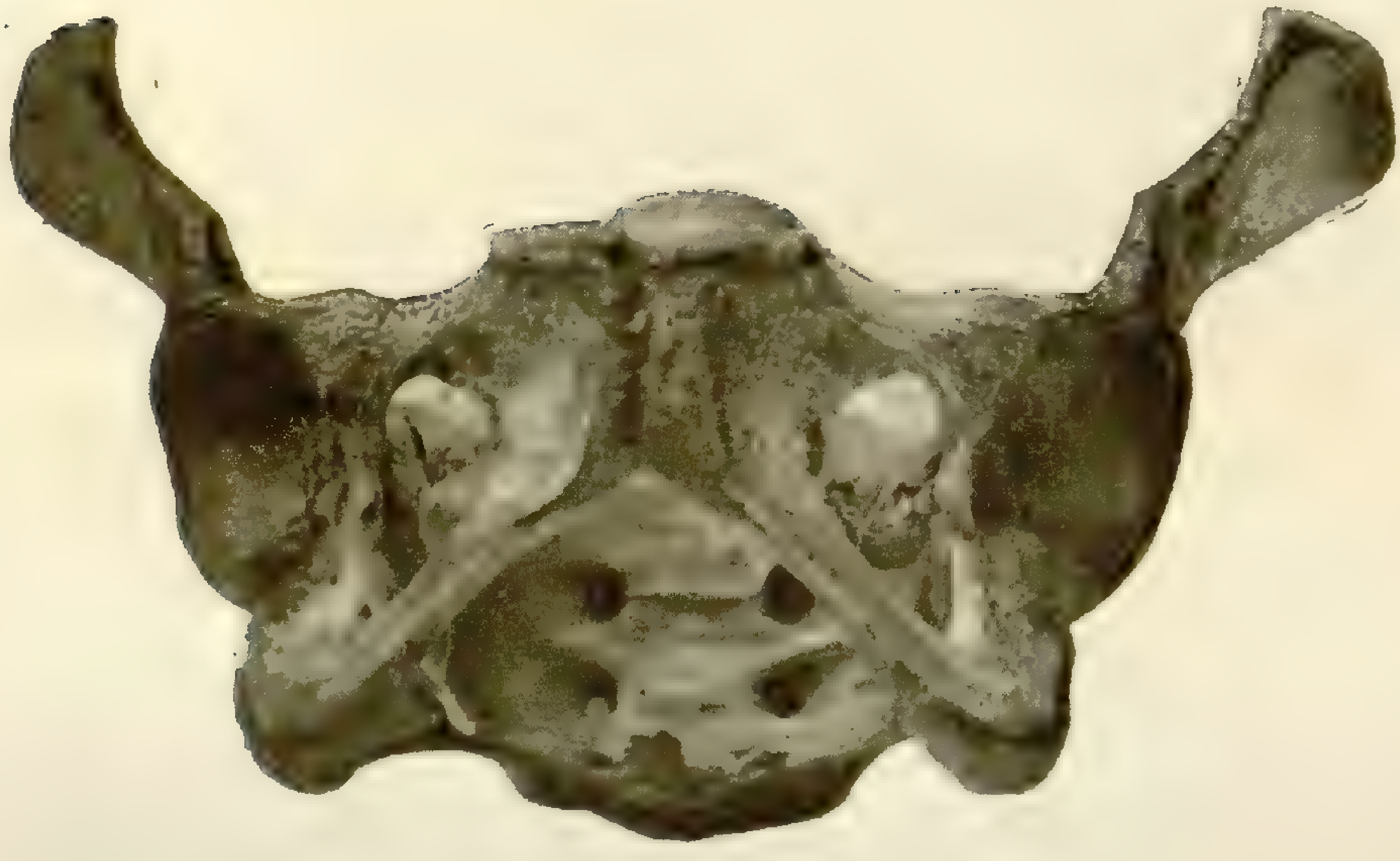
PHOTOGRAPHIE 1.



PHOTOGRAPHIE 2.



PHOTOGRAPHIE 3.



PHOTOGRAPHIE 4.

La technique
de l'irradiation gynécologique du petit bassin

par le Dr P. DE BACKER
Assistant à l'Université de Gand

L'action sélective des rayons X et des rayons γ sur les tissus nobles de l'ovaire et sur les cellules néoplasiques épithéliales ou conjonctives en prolifération dans la paroi utérine est une donnée classique en thérapeutique.

La situation profonde de ces organes et tumeurs ainsi que l'infiltration des tissus profonds par les cellules tumorales nous empêchent d'appliquer directement à leur niveau la dose thérapeutique destructive des follicules ovariques et des cellules néoplasiques. L'absorption des rayons les plus mous au niveau des couches superficielles des tissus et l'absorption inévitable de doses de rayonnement plus grandes au niveau de ces mêmes couches de par leur moindre éloignement du foyer radiogène ont posé le problème technique de l'administration de fortes doses de rayonnement sur les tissus profonds du petit bassin sans lésion des tissus superficiels.

L'application de rayonnements aussi durs que possible, composés presque exclusivement de rayons d'absorption très réduite, rend cette absorption plus uniforme. Des ampoules très dures et l'emploi de filtres d'aluminium nous assurent ce résultat. La nouvelle ampoule de Coolidge perfectionne la technique à ce point de vue.

D'autre part, l'irradiation d'une même zone interne par l'intermédiaire de différentes portes d'entrée, c'est-à-dire par des localisations différentes de l'application du rayonnement au niveau de la surface externe du corps, nous permet d'accumuler au même endroit dans la profondeur des tissus, des fractions de la dose efficace de rayonnement sans atteindre aux différents endroits de la surface du corps la dose nuisible. Les rayons γ du radium étant par excellence des rayons très durs, l'application de tubes de radium dans la profondeur de la cavité utérine et du canal vaginal renforcera de façon très utile l'application externe de rayons X.

Le but de cette communication est d'attirer de façon plus spéciale l'attention sur les diverses voies d'accès de l'énergie radiante aux ovaires, dans les cas où une situation intrapelvienne à peu près normale des ovaires est conservée.

Lorsqu'un myome utérin est quelque peu volumineux, la voie abdominale devient la plus importante pour l'irradiation de la tumeur et concurremment des ovaires. La voie abdominale se prête aux trente et cinquante champs d'irradiation de Gauss et de von Seuffert (1). L'école française de Bordier et Beclère (2), a démontré la part d'exagération dans ces techniques en obtenant des résultats cliniques comparables au moyen de l'irradiation de trois (Bordier) et de deux champs (Beclère) abdominaux plus étendus. Beclère y ajoute souvent l'irradiation à travers le sacrum, d'autres l'irradiation du périnée (Pfahler) Les principales cliniques gynécologiques ont abandonné la méthode d'irradiation par des douzaines de portes d'entrée (3).

Il est d'autre part démontré que l'irradiation par le bas, de la matrice et des ovaires en situation intrapelvienne se fait de la façon la plus adéquate par l'application intra-vaginale de substances radio-actives (Wickham, Degrais, Chéron, Gauss, Beclère).

Notre technique d'application intra-vaginale fera l'objet d'une communication ultérieure.

---

(1) Cf. e. a. Gauss, Strahlentherapie, Bd. II, H. 2, p. 623 ; Krönig, Ibid., Bd. III, H. 2, p. 429 ; von Seuffert, Ibid., Bd. II, H. 2, p. 719.

(2) Cf. Beclère, *Archives d'électricité médicale*, octobre 1913. Strahlentherapie, Bd. IV, H. 1, p. 134 ; Foveau de Courmelles, Ibid., Bd. III, H. 2, p. 388 ; Jaugeas, Ibid., p. 445 ; Pfahler. American journal of Roentgenology, Ref. Journal de Radiologie et d'Electrologie, 1914-1915, p. 248.

(3) Cf. e. a. Haenisch, Strahlentherapie, Bd. II, H. 1 ; Haendly, Ibid., Bd. II, H. 2 ; Ebeler, Ibid., Bd. IV, H. 2.

L'irradiation de deux larges champs abdominaux englobant sûrement les ovaires peut assurer des résultats très favorables à la radiothérapie gynécologique, surtout celle dirigée contre le symptôme hémorragie ; on ne saurait alors nier l'intérêt scientifique et clinique d'irradiations simultanées ou successives des ovaires par d'autres voies d'accès, évitant l'irradiation intestinale (destruction des follicules clos) et permettant de diriger sur les ovaires et en partie sur la matrice un feu croisé de rayons.

Dans la détermination de ces « voies d'accès » les plus favorables nous recherchons les trajets qui permettent aux rayons d'atteindre les ovaires sans rencontrer les parois osseuses qui absorbent une grande quantité d'énergie radiante.

Nous avons pris comme point de départ les silhouettes et coupes de bassin fournies par les études du Prof. Daels sur le vivant.

Nous plaçons dans ce bassin la matrice légèrement agrandie et les ovaires en situation normale, tels que nous les localisons dans la majorité des examens gynécologiques. Dans les cas d'agrandissement léger de la matrice, les ovaires peuvent être situés quelque peu plus haut que normalement ; mais si l'agrandissement provient de phénomènes métritiques, nous trouvons tout aussi souvent les ovaires abaissés à la suite de phénomènes de périmétrite concomitante.

Nous avons fixé nos données dans la série de figures I, II, III, IV.

Figure I. La femme étant debout ou couchée tout à plat sur le dos, le promontoire surplombe largement la symphyse, il se trouve plus rapproché du nombril que de la symphyse. Le plan promontoire-symphyse forme avec l'horizontale un angle de 60°. L'ovaire situé à environ 1 1/2 cm. à 2 cm. en avant de l'articulation sacro-iliaque et 1/2 à 1 cm. en dessous de la ligne innominée se trouve juste au-dessus du plan antéro-postérieur passant par le ligament inguinal. En irradiant largement au-dessus de la moitié interne du ligament inguinal, nous sommes sûrs d'avoir l'ovaire dans notre champ d'irradiation. En ne dépassant point avec des rayons durs filtrés (1 à 2 mm. d'aluminium) la dose de 5 H. nous sommes certains de ne faire courir aucun danger aux tissus superficiels, mais nous irradions, avec des doses plus fortes que celles qui atteignent l'ovaire, des fragments du tube intestinal et les follicules lymphatiques y renfermés ; ce dernier tissu est de sensibilité plus grande encore que le tissu ovarique. C'est un inconvénient de l'irradiation par la paroi abdominale.

Nous irradions chaque moitié du bas-ventre en laissant au milieu une large bande de peau non irradiée.

Figure II. La femme étant en position debout ou assise, l'ovaire se trouvera pris dans un faisceau de rayons appliqué au niveau de la grande échancrure sacro-sciatique perpendiculairement à la face postérieure du corps à côté du sacrum, en dessous de l'épine iliaque postérieure et supérieure. Les ovaires sont atteints cette fois par les rayons avant les intestins ; mais pour peu que dans la position assise ou couchée sur le ventre, la seule qui permette en pratique l'irradiation de façon perpendiculaire à la face postérieure du corps, le bassin tourne un peu vers l'avant autour de l'axe transversal bi-trochantérien, les rayons devront traverser l'épaisse cuirasse osseuse de l'aileron du sacrum avant d'arriver aux ovaires.

La *Figure III* nous montre qu'il nous est impossible d'atteindre les ovaires par irradiation latérale, la femme étant couchée sur le dos, sans traverser une épaisse couche osseuse. Mais la photographie 1 nous montre que la chose est possible dans la position couchée latérale, exactement de la même façon que lorsque la femme est assise ou debout. L'ovaire est, dans cette photographie, fixé au niveau où il se trouve normalement dans le petit bassin. La photographie 2 nous démontre que si nous projetons le faisceau de rayons X par la grande échancrure sciatique, non point perpendiculairement à la surface postérieure du corps mais en inclinaison vers le détroit supérieur du petit bassin, l'ovaire sera pris plus largement, mais les intestins seront irradiés en même temps. Si, au lieu de projeter le faisceau perpendiculairement à la surface postérieure du corps, nous le dirigeons par la grande échancrure sacro-sciatique vers la ligne médiane (photographie 3), nous augmentons les chances d'atteindre en même temps de façon plus atténuée mais néanmoins réelle la matrice et l'ovaire du côté opposé. La position couchée sur la table nous permet de manoeuvrer l'ampoule beaucoup plus facilement que lorsque la malade est assise ; elle est sans aucun doute préférable. Le trou sciatique se trouve à mi-distance entre l'épine iliaque postérieure et supérieure et la partie postérieure de la tubérosité ischiatique.

Nous donnons donc la préférence à l'irradiation sacro-sciatique à double inclinaison et abandonnons l'irradiation sacro-sciatique perpendiculaire postérieure.

Nos deux premières portes d'entrée pour l'irradiation gynécologique du petit bassin sont donc :

1) la paroi abdominale au-dessus de la moitié interne du ligament inguinal, la femme étant en decubitus dorsal et le rayonnement étant dirigé perpendiculairement à la surface du corps ;

2) la grande échancrure sacro-sciatique, la femme étant en decubitus latéral ou ventral et le rayonnement étant dirigé sous un angle de 30 à 45° ouvert vers les membres inférieurs dans le sens longitudinal. Si nous dirigeons en même temps le rayonnement sous un angle de 30 à 45° dans le sens transversal, nous pouvons atteindre les deux ovaires dans le même faisceau de rayons.

Notre troisième porte d'entrée pour l'irradiation des ovaires est le trou ovale. Lorsque la femme est couchée en decubitus dorsal, le dos légèrement relevé, le bord inférieur de la symphyse se trouve à la hauteur de l'horizontale passant par le promontoire et les ovaires sont situés dans la profondeur à mi-hauteur du trou ovale (figure IV, photographie 4). Cette mi-hauteur du trou ovale se trouve à mi-distance entre le bord supérieur de la symphyse et la face inférieure de la tubérosité ischiatique. Le pli génito-crural correspond d'habitude à la limite antérieure du trou ovale. En mettant les cuisses en abduction et flexion, c.-à-d. en position gynécologique, et en dirigeant le faisceau de rayons au niveau et en dehors du pli génito-crural, nous sommes sûrs d'atteindre l'ovaire dans la profondeur du bassin. Pour cette irradiation par le trou ovale nous devons être prudents dans l'estimation de la dose limite de rayonnement applicable (3-4 H !) ; la peau est en effet légèrement macérée au niveau des plis et une partie de la fesse se trouve toujours plus rapprochée de l'ampoule que le fond du pli. Des pigmentations surgissent facilement au niveau de cette zone externe d'irradiation.

Au niveau de la partie inférieure du sacrum, au niveau du coccyx et de la région anale nous avons encore à notre disposition des surfaces, portes d'entrée pour l'irradiation gynécologique du petit bassin ; de même le canal vaginal distendu par un speculum nous donne une voie d'accès sur la matrice. Nous n'avons point recours à ces voies pour l'irradiation par rayons X, parce que nous les utilisons pour l'irradiation simultanée du petit bassin par tubes de radium. Nous avons abandonné l'irradiation de la matrice par tube de radium placé sur un speculum rond, pour passer à l'irradiation méthodique et successive au niveau des différentes surfaces vaginales et en cas d'indications spéciales au niveau de différentes surfaces rectales de façon à utiliser au maximum les diverses portes d'entrée dans la profondeur des voies naturelles.

L'application combinée des rayons X durs et des rayons γ du radium par ces différentes portes d'entrée, permet d'abréger sensiblement la durée moyenne du traitement dans les cas où la stérilisation de la femme doit être obtenue. Nous voulons nous borner dans cette première communication technique à ce seul fait clinique qu'il nous a été donné de supprimer complètement en l'espace d'un mois des métrorragies durant 2 1/2 semaines par mois. Pareils cas ne forment pas la majorité, mais nous pouvons affirmer que dès la première séance de traitement comportant deux à trois jours de radio- et radiumthérapie combinées le traitement mené de la façon exposée amène une très forte diminution des pertes sanguines en supprimant toute phase d'irritation de la fonction ovarique.

Sur des Névroptères nouveaux ou critiques

PAR LE

R. P. LONGIN NAVAS, S. J.

Première Série

Dans l'espoir que je pourrai continuer à la Société scientifique de Bruxelles l'étude de quelques formes nouvelles ou critiques de Névroptères, j'ai appelé première série, celle que je présente aujourd'hui pour célébrer l'heureux renouvellement de notre chère Société.

Je dois prévenir que j'entendrai dorénavant le mot Névroptères dans le sens restreint, comprenant seulement les Névroptères Planipennes, avec exclusion d'autres groupes, par exemple les Trichoptères, Odonates, Éphémères, Perlides, etc., qu'on classait jadis parmi les Névroptères, et que j'admets à présent comme des ordres autonomes, m'accommodant à la pratique qui de jour en jour se fait plus générale parmi les entomologistes.

Famille Myrméléonides

1. Genre **Euroleon**. Esben-Petersen, Entom. Meddel., 1918, p. 125.

Je ne trouve aucune difficulté d'admettre ce genre créé récemment, dont je donnerai la caractéristique en l'accommodant à mon système et en même temps en supprimant quelques caractères qui me semblent moins importants et en y ajoutant quelques autres qui le sont davantage, à mon avis.

Je prends pour type de ma description un échantillon de Fontainebleau, localité classique de l'espèce type.

Antennæ clava manifesta, thorace breviores, insertione magis distantes latitudine primi articuli.

Prothorax transversus.

Abdomen ♂ cercis haud prominentibus.

Pedes calcaribus rectis vel vix curvatis, primo tarsorum articulo brevioribus.

Alæ elongatæ, lanceolatæ, acutæ, linea plicata posteriore seu cubitali indicata ; area apicali lata, serie venularum gradatarum divisa ; ramis cubiti divergentibus, angulo moderato, 40° (1) minore; areis radiali et cubitali internis angustis ; postcubito longo, ramo posteriori cubiti longiter parallelo cum eoque anastomosi conjuncto, distinctius in ala anteriore (2).

Ala posterior pilula axillari in ♂.

2. **Euroleon nostras** Fourcr.

Euroleon europæus. Esben-Petersen, Entom. Meddel., 1918, p. 126, pl. IX, fig. 28.

Myrmeleon europæus. Mac Lachlan, Ann. Soc. Entom. Belg., 1873. p. 137.

On ne peut plus maintenir le nom *europæus*, son auteur même l'ayant jadis supprimé.

En effet, comme je l'ai signalé dans le Bulletin de l'Inst. Cat. des Sc. Nat. (1905, p. 46), le même illustre névroptériste m'a écrit le 23 mai 1896 :

« *Myrmeleon nostras* Fourcr. = *formicarius* auctorum.

« Il y a confusion concernant le mot « formicarius. »

« Linné confondait deux espèces sous ce nom, mais il dit exprès que les individus qui se trouvent en Suède n'ont pas de taches sur les ailes. D'après cela je le considère comme le vrai formicarius, car c'est la seule espèce qui se trouve en Suède.

---

(1) Esben-Petersen écrit : « The angle very acute and enclosing two rows of cells ». On peut admettre la phrase en la sous-entendant pour un court trait, mais pas à partir de l'angle, où il y a un espace uniaréolé, à continuation 2-3 cellules en deux séries et finalement plus en dehors les séries se multiplient. Au contraire, en parlant des genres *Morter* et *Myrmeleon* dans la clé des genres (ibid. p. 124) Esben-Petersen dit cet angle : « the above named angles are very obtuse. » Il faut entendre que ces angles sont beaucoup plus ouverts, restant pourtant aigus, c'est-à-dire inférieurs à 90°, car ils n'arrivent même pas à 70°, et par conséquent en réalité sont aigus.

(2) C'est précisement ce caractère qui m'a décidé à admettre ce genre, car, surtout à l'aile antérieure, le rameau du cubitus se courbant en arc lui donne une apparence des genres de la tribu des Creolins tout à fait différente des autres genres des Myrméleonins.

» L'espèce aux ailes tachetées je l'ai nommée *europæus* ; mais Fourcroy l'avait déjà nommée *nostras*. La plupart des entomologistes lui appliquent le nom de *formicarius*. Il était nécessaire de donner cette explication. »

3. **Morter hyalinus** Oliv.

Myrmeleon hyalinum. Olivier. ENCYCL. MÉTHOD. VIII, 126, 27.

Dans les MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE BARCELONE (1914, vol. XI, p. 195, fig. 2), j'ai identifié l'échantillon type d'Olivier avec l'espèce *cinereus* de Klug et celle de Rambur *distinguendus*, ces noms ayant remplacé le premier pendant un demi-siècle chez les auteurs.

Aucun doute ne me restait, mais il me faut constater que cette fois mon affirmation a apporté la certitude à l'esprit de M. Esben-Petersen, qui a écrit (ENTOM. MEDDEL. 1918, p. 125) : « Navas (REVISTA REAL ACAD. CIENC. MADRID, p. 613, 1915) is undoubtelly right in placing *Myrmeleon cinereus* Klug as a synonyme. *Myrmeleon hyalinus* agrees very well with the description and figure given by Klug. » Du moins cette fois j'ai eu la fortune d'être dans le vrai « indubitablement », d'après Esben-Petersen.

Mes devanciers n'ont pas été si fortunés, eux qui pendant trois quarts de siècle ont ballotté cette espèce sous des noms différents, *cinereus*, *distinguendus*, etc. Le distingué névroptériste américain, M. Banks, ne l'a pas été davantage. En rendant compte de ses études dans plusieurs musées d'Europe en 1912, spécialement sur les types des espèces que j'avais décrites, il s'exprime ainsi au sujet du type du M. *hyalinus* Oliv. (JOURN. OF N. YORK ENTOM. SOC., 1913, p. 150) : « Is a true *Myrmeleon* ». Et pourtant tout de suite il ajoute, comme s'il s'agissait d'une autre espèce distincte : « *Myrmeleon cinereus* Klug. This is a true *Myrmeleon*, etc. » (Ibid., p. 151).

4. **Loveus**, gen. nov.

Similis *Nohoveo* Nav.

Abdomen alis vel saltem ala posteriore longius, segmentis VI et VII penicillo laterali instructis ; cercis ♂ manifestis, superioribus brevibus, cylindricis, declivibus.

Pedes calcaribus rectis, primo tarsorum articulo brevioribus vel vix longioribus.

Alæ angustæ, vix acutæ, linea plicata anteriore manifesta, posteriore indistincta vel vix indicata ; area radiali interna angusta, saltem 5 venulis instructa.

Ala anterior area apicali lata, serie venularum gradatarum dotata.

Ala posterior area apicali sine venulis gradatis.

Le type du nouveau genre est *Myrmeleon punctulatus* Stev.

Il diffère du genre *Nohoveus* Nav. par les éperons plus courts, la longueur relative de l'abdomen par rapport aux ailes et l'absence chez celles-ci ou la faible distinction de la ligne plissée postérieure ou cubitale ; du genre *Myrmecælurus* Costa (restr.), par l'étroitesse des ailes et par la simplicité du champ apical à l'aile postérieure.

5. **Maracanda saharica** Nav. Novitates Zoologicæ, 1913, XX, p. 457, fig. 3.

Petersen (Entom. Meddels. 1918, p. 123, pl. VIII, fig. 24) prétend identifier cette espèce du Sahara argelin avec la *Maracanda amœna* Mac Lachl. de l'Asie Mineure.

D'abord, la figure de Petersen convient à mon échantillon, mais nullement celle de Mac Lachlan, Fetschenko's Voyage in Turkestan, tab. I, fig. 1, où on ne distingue pas la strie oblique brune antéapicale et on ne la mentionne non plus dans la description, ce que n'aurait pas manqué de faire l'éminent névroptériste.

En outre la description latine de Mac Lachlan diffère de la mienne en plusieurs points, ce qu'on verra en les juxtaposant.

amœna M' L.	*saharica* Nav.
Pallide flava.	Minor, fulva.
Antennæ brunneæ, vix pallido cinctæ.	Antennis testaceis (cette couleur l'emporte), fusco annulatis.
Pedes flavi, femoribus extra nigris, tibiis in medio et ad apicem nigris.	Pedes testaceo-pallidi, femoribus dorso leviter ferrugineo suffusis.
Alæ... punctis pluribus (præcipue apicem versus) nigris conspersæ, venis venulisque albidis, nigro striatis, pterostigmate nigro signato (♀).	Alæ... reticulatione subtota testacea, pallida ; stigmate fusco elongato.

6. **Neuroleini** Nav. Ann. Soc. scient. Bruxelles, 1912, p. 233.

Nemoleini (nomen erroneum). Banks, Proc. Acad. Nat. Scienc. Philad., 1911, p. 2.

Macronemurini (part.). Banks, Proc. Acad. Nat. Scienc. Philadelphia, 1914, p. 621.

Formicaleonini (part.). Navás, Ann. Soc. scient. Bruxelles, 1912, p. 233.

Formicaleonini. Esben-Petersen, Entom. Meddels., 1918, p. 107.

A ce que l'on voit, cette tribu de Myrméléonides de récente création a été déjà assez tourmentée et il me faut déclarer pourquoi le nom de *Neuroleini* doit prévaloir sur les autres.

Un peu avant l'impression de la caractéristique de ma tribu des Neuroléins, Banks forma avec des caractères semblables celle des Nemoléins, *Nemoleini*. Mais ce nom était mort-né, étant erroné, parce que Banks prit, pour type de la tribu, mon genre *Neuroleon* et, pour type de ce genre, l'espèce *Myrmeleon arenarius* Nav. Or l'erreur commise est évidente, le *M. arenarius* Nav. n'appartenant nullement au genre *Nemoleon*, mais bien à un autre genre différent, *Neuroleon* Nav. comme on l'indique clairement dans la caractéristique de ce genre (Mem. Primer Congr. Natur. Esp. Zaragoza, 1908, p. 148). Par conséquent, si le genre *Neuroleon* est le type de la tribu, celle-ci sera forcément appelée *Neuroleini*. Sans doute Banks dut le reconnaître ainsi lui-même, car il n'a plus fait mention du nom *Nemoleini*.

Au contraire, il créa une nouvelle tribu, *Macronemurini* (Vide supra, l. cit., p. 621) en variant un peu les caractères des *Neuroleini*. Ce nom, *Macronemurini*, ne peut non plus subsister. D'abord, parce que dans la même tribu il faudrait inclure au moins trois tribus *Gymnocnemini*, *Creoleini* (olim *Creagrini)* et *Neuroleini*, les deux premières admises par Esben-Petersen, la dernière par le même auteur et par Tillyard, quoique avec des noms différents. En second lieu, le nom de *Neuroleini* étant antérieur, ne pouvait nullement être supprimé ou substitué dans la table dichotomique de Banks.

Le nom *Formicaleonini* de Esben-Petersen (Vide supra) tombe également en synonymie. A vrai dire M. Esben-Petersen a anticipé sur ce que je voulais faire : réunir les deux tribus *Neuroleini* et *Formicaleonini*, la principale différence consistant dans la longueur des éperons, différence de moindre importance. Mais dans le cas de fusion de deux tribus il est de nécessité de conserver le nom qui a été donné le premier, en conformité avec les lois de la nomenclature et la pratique constante des auteurs. C'est le cas précisément pour le mot *Neuroleini,* ce qui est évident pour quiconque considère mon tableau de la division en tribus de la famille desMyrméléonides (Ann Soc. sc. de Bruxelles, *loc. cit.*).

Donc le nom *Neuroleini* Nav. est le seul à retenir, tous les autres mentionnés plus haut tombent en synonymie.

7. **Nelees propinquus** Nav. Ann. Mus. Zool. Acad. Imp. Saint-Petersb. 1911, p. 529.

Esben-Petersen (Entom. Meddelser, 1918, p. 112 a voulu établir la synonymie suivante de cette espèce.

Myrmeleon imbecillus. Stein, Berl. Entom. Zeitschr., 1863, p. 421.

Maracanda amœna Hagen (nec Mac Lachlan), Canadian Entom., 1887, p. 210.

Nelees nocius. Navas, Broteria, 1915, p. 48.

Nelees hellenicus. Navas, ibid., p. 93.

Finalement il ajoute *(loc. cit., p.* 114) : « Concerning *propinquus* and *hellenicus* I am quite sure both are only specimens of imbecillus ». Je suis loin de partager la même opinion et je vais exprimer les différences que je trouve entre les deux formes et qui pourront persuader qu'il s'agit de deux espèces parfaitement distinctes, *imbecillus* Stein et *propinquus* Nav.

1. Taille. A son *imbecillus* ♂ Stein donne 24 mm. de longueur et 19 5 à l'aile antérieure. Mon *propinquus* ♀ a 25 et 26 mm. respectivement ; mais le ♂ est encore plus long, à une longueur totale de 29 mm , la différence consistant dans la plus grande longueur de l'abdomen. Une telle différence de taille ne semble pas possible dans les variations de l'espèce.

2. Quant aux tarses, Stein dit clairement : « Der *metatarsus* so lang, wie die übrigen Glieder zusammen ; die Sporen nur halb so lang, wie jener. » Ces caractères évidemment ne conviennent pas à mon *propinquus,* d'après la discription originale et un échantillon ♂ de Crimée que j'ai sous les yeux. J'écris dans celle-là : « calcaribus testaceo-pallidis, anterioribus duos primos tarsorum

articulos superantibus », les postérieures sont plus longues que le premier article des tarses, qui à son tour est presque aussi long que le dernier et le double de chacun des trois du milieu.

3. Stein dit des ailes dans la diagnose : « alis immaculatis » et dans la description : « Die Flügel sind ohne Makel, und das Pterostigma kaum bemerklich ; Längs und Queradern, namentlich *subcosta* und *radius*, in den Vorder- und Hinterflügeln gelblich weiss gefleck. » Il ne mentionne nullement les deux stries brunes bien visibles de l'aile antérieure, ce qui ne s'accorde pas bien avec les mots « ailes immaculées ». Outre cela le stigma à l'aile antérieure est rendu très visible par la tache brune qui le limite intérieurement.

La différence qu'Esben-Petersen signale entre l'*imbecillus* et le *nemausiensis*, qu'à l'aile antérieure il y a trois séries de cellules entre le rameau antérieur du cubitus et la ligne plissée postérieure et seulement deux chez le *nemausiensis*, je ne l'ai pu vérifier dans mes cinq échantillons du *propinquus*, où il y a d'ordinaire deux séries d'aréoles et par exception trois, ce que j'observe aussi chez le *nemausiensis*, quoique cet espace soit visiblement plus étroit.

C'est par cela, par la longueur notablement plus grande du ♂ et, par d'autres caractères déjà signalés que je tiens le *propiquus*, pour une espèce bien distincte du *nemausiensis* et pas pour une forme géographique de la dernière espèce.

J'admettrais plus facilement que les formes décrites postérieurement par moi sous les noms de *noxius* de la Syrie et d'*hellenicus* de la Grèce avant de reconnaître le ♂ du *propinquus* puissent se rapporter à cette espèce.

8. **Pignatellini**. Nav. Congr. Asoc. esp. para el Progr., Ciencias, 1913, p. 46. Rev. Real. Acad. Cienc. de Madrid, 1915, p. 622.

Macronemurini. Esben-Petersen, Entom. Meddels., 1918, p. 117.

On doit conserver le nom *Pignatellini* Nav. et supprimer le *Macronemurini* Esben-Petersen pour deux raisons : 1° en vertu de la loi de priorité; comme il est évident ; 2° parce que le nom-*Macronemurini* était déjà appliqué à un autre groupe de Myrméléonides, *Macronemurini* Banks, Proc. Acad. Nat. Scien. Philadelphia, 1915, p. 621.

1. En effet Esben-Petersen fait entrer dans la tribu des *Macronemurini* deux genres, *Macronemurus* Latr. et *Pignatellus* Nav. Or, ce dernier avait été pris par moi comme type de la tribu des Pignatellins. Il n'est donc pas permis de le changer en lui substituant le genre *Macronemurus* pour donner le nom à la tribu. En outre tous les caractères assignés par Esben-Petersen à la tribu des *Macronemurini* conviennent à la mienne, des *Pignatellini*.

Il est vrai que quelques caractères du genre *Macronemurus* ne rentrent pas dans la tribu des *Pignatellini*. Cela prouve que pour l'y inclure, ce qui n'apporte aucun inconvénient, il sera utile de généraliser un peu plus la caractéristique de la tribu des *Pignatellini*, qui pourra se formuler ainsi :

Pignatellini Nav. (ampl.)

Tribus Myrmeleonidarum.

Abdomen ♂ cercis manifestis, cylindricis.

Tibiæ anteriores femoribus haud longiores. Calcaria fere longitudinis primi articuli tarsorum. Tarsi articulis primo et quinto longis, intermediis brevibus.

Alæ angulo cubiti aperto, seu ramo posteriore cubiti directe et oblique in marginem posteriore finiente ; area apicali plerumque venulis gradatis instructa.

Al a anterior saltem 5 venulis radialibus internis.

Ala posterior 1 venula radiali interna ; axilla in ♂ pilula destituta.

Le type est le genre *Pignatellus* Nav.

Dans la caractéristique j'ai omis une phrase d'Esben-Petersen qui m'a paru moins nécessaire et qui pouvait donner lieu à des interprétations différentes d'après ma nomenclature, mais qui peut être admise sans inconvénient : « The free and basal part of Cu_2 in the forewing has the shape of an oblique crossvein ; it does not reach the first true crossvein, emitted from Cu_1 to Cu_2. 2A and 3A coalesce for a shorter or longer distance. 2A unforked ; 3A forked. »

2. Quoique la tribu des *Macronemurini* Banks soit invalide *(nomen mortuum)* cela n'empêche pas que le même nom donné par Esben-Petersen, avec postériorité, à une autre tribu doive être aussi rejeté, soit également *nomen mortuum*, parce que lorsque Esben-Petersen publia ce nom on n'avait pas encore démontré l'invalidité de celui de Banks et on pouvait le présumer valide.

TRIBUS DES MYRMELEONIDES D'EUROPE

D'après ce qui vient d'être exposé, voici des noms des tribus des Myrméléonides d'Europe que j'admets : 1. *Palparini* Banks ; 2. *Acanthaclisini* Nav. ; 3. *Myrmeleonini* Banks ; 4. *Pignatellini* Nav. ; 5. *Neuroleini* Nav. ; 6. *Megistopini* Nav. ; 7. *Dendroleini* Nav. ; 8. *Gymnocnemini* Nav. ; 9. *Creoleini* Tillyard.

Famille CHRYSOPIDES

9. **Chrysopa Genei** Ramb. var. **syriaca** nov.

Caput flavum ; vertice duobus punctis nigris in medio ; antennis penitus flavis, apicem versus fuscescentibus, articulis primis nullatenus fuscatis aut fusco signatis.

Alæ stigmate pallido, parum sensibili.

Ala anterior venulis gradatis fere 3/5, posterior fere 2/5.

Cetera ut in typo.

Long. corp.	5'8	mm.
— al. ant.	10'2	»
— — post.	9'3	»

Patria. Syria, 1904, P. Béraud, S. J. leg. (Coll. m.).

10. **Chrysopa tristella** sp. nov.

Fusco-violacea.

Caput fulvo-fuscum, nitens, stria bina nigra in fronte et simili in vertice divergentibus, fere in >< ; labro, macula ad genas et punctis ad occiput nigro-violaceis ; palpis nigris, nitidis ; antennis nigris, ala anteriore brevioribus, duobus primis articulis fulvo-fuscis vel flavidis.

Thorax fusco-violaceus, mesoscutello pallidiore, interdum tota fascia longitudinali dorsali. Prothorax transversus, marginibus lateralibus parallelis.

Abdomen inferne usque ad tertium apicale fusco-violaceum ; reliquo flavo-fusco, superne subtotum fusco-violaceum ; pilis nigris.

Alæ hyalinæ, fortiter irideæ, apice subacuto ; stigmate viridi-flavo, grandi ; venis viridibus, sed ad venularum insertionem nigro striatis ; venulis ramisque subtotis, furculis etiam marginalibus nigris ; pilis fimbriisque nigris ; umbra ad angulum axillarem.

Ala anterior subcosta ad basim stria nigra longiuscula notata ; 4 venulis intermediis, prima ad tertium apicale cellulæ divisoriæ inserta ; venulis gradatis fere 7/10 ; ramo procubiti divisorio nigro.

Ala posterior venulis gradatis fere 6/9.

Long. corp.	10'5 mm.
— al. ant.	16'7 »
— — post.	15 »

Patrie. Chili, vallée de Marga. Marga, près de Valparaiso, P. Jaffuel, leg. (Coll. m.).

11. **Cintameva Walkeri** Mac Lachl. var. **alpina** nov.

Obscurior.

Caput lineis verticis in λ retrorsum elongatis et cum duobus punctis contiguis aream claudentibus.

Alæ sectore radii tractu pone stigma fuscato.

Ala anterior fere omnibus venulis nigris, etiam marginalibus posterioribus et furculis marginalibus externis.

Ala posterior venulis radialibus subtotis nigris, ramis sectoris initio seu ad sectorem.

Cetera ut in typo.

Long. corp.	9'5 mm.
— al. ant.	13'5 »
— — post.	12'2 »

Patrie. France : Digne, Basses-Alpes, juillet 1302, leg. Morton (Coll. m.).

12. **Cintameva Walkeri** Mac Lachl. var. **caucasica** nov.

Ala anterior venulis marginalibus posterioribus externis seu cubitalibus ultra ramum cubiti subtotis viridibus (prima subtota viridi).

Ala posterior venulis radialibus subtotis nigris, praecipue priora et ultimis ; ramis sectoris radii seu ad sectorem nigris.

Long. corn.	11 5 mm.
— al. ant.	14'5 »
— — post.	13 2 »

13. **Nothochrysa polemia** Nav. Mem. Pont. Acad. Rom. Nuovi Lincei, 1913, III, p. 6, fig. 3.

En donnant la description de cette espèce, j'ai fait déjà remarquer que par son aspect elle semblait appartenir au genre *Chrysopa*, mais par la forme du labre et de l'aile antérieure il fallait l'inclure dans le genre *Nothochrysa*. Malgré cela une révision ultérieure m'engage à l'inclure définitivement dans le genre *Chrysopa* Schn.

En effet, l'échancrure du labre est peu prononcée et peu profonde, et encore est-elle accentuée par une dépression à la partie moyenne du labre.

La forme polygonale de la cellule divisoire à l'aile antérieure, qui caractérise le genre *Nothochrysa* n'est pas égale dans les deux ailes, mais à l'aile gauche elle s'approche de la forme ovale ou elliptique propre du genre *Chrysopa*. Si nous tenons compte qu'on trouve cette aberration dans quelques échantillons isolés d'espèces bien caractérisées du genre *Chrysopa*, nous pouvons considérer ce cas comme un effet de l'attraction de la troisième veinule procubitale, qui s'attache à la cellule divisoire en la transformant d'ovale en polygonale. J'en conclus donc que mon échantillon doit s'appeler *Chrysopa polemia* Nav. Il constitue une aberration qu'on peut appeler *anceps*.

A la même aile antérieure, la première veinule intermédiaire arrive au procubitus plus en dehors de la dite cellule divisoire, comme il arrive chez la *Chrysopa vulgaris* Schn., ce qui la fait approcher de ce groupe.

Sur les déterminants généraux ou fonctions analogues
à premiers mineurs nuls

PAR

MAURICE LECAT

1. Dans une matrice, on appellera *point* la position d'un élément. Un *domaine* ou une *région* est tout ensemble de points. L'*étendue* d'un domaine est le nombre de ses points. Si p désigne l'ordre et n la classe, il y a 2^{p^n} régions, dont $\binom{p^n}{k}$ d'étendue k.

Un domaine peut être défini par sa *forme* (¹) et sa *position*, soit géométriquement, soit analytiquement. Il convient souvent d'exprimer son équation en égalant à zéro une fonction de symboles de Kronecker.

Si une forme F de domaine est telle que $p_1, \ldots, p_n$ soient les dimensions du parallélipipède P circonscrit à F et d'arêtes parallèles à celles de la matrice, il est évident que le nombre des domaines de forme F est donné par l'expression

$$\prod_{\nu=1}^{n} (p - p_\nu + 1),$$

multipliée par le nombre A des permutations distinctes de $p_1, \ldots, p_n$, si les directions de la matrice ne sont pas considérées comme équivalentes.

(¹) Ce mot est naturellement pris dans une acception telle que l'étendue en résulte.

Comme exemples de domaines remarquables, il y a les *couches* (en particulier les *files* et les *tranches*), les *espaces diagonaux* (en particulier les diagonales), les *espaces transversaux* (qui résultent des espaces diagonaux par translation de tranches), les *espaces orthodiagonaux* et les *zones* (¹) (formées d'espaces orthodiagonaux parallèles), les *sous-matrices*, les *hypertétraèdres* inscrits dans la matrice ou dans une sous-matrice, etc.

Si, dans une matrice générale, on particularise les éléments d'un domaine, la matrice reste *neutre*, c'est-à-dire générale, à l'extérieur de la région. Inversement, une matrice particulière peut être *neutralisée* sur un domaine, des éléments particuliers devenant neutres (²). La plus remarquable particularisation consiste à *vider un domaine,* c'est-à-dire à prendre des zéros pour tous ses éléments. *Neutraliser un vide,* c'est le *combler* d'éléments neutres. Une *région unie* est une région d'éléments égaux entre eux. Un vide est donc une région unie particulière.

L'étude de la particularisation des éléments d'une matrice, qui constitue un important chapitre de leur théorie, comprend deux parties : l'examen des propriétés engendrées par une particularisation donnée, et le problème inverse, souvent beaucoup plus délicat.

2. Si dans un permanent de genre g, on applique aux termes

(¹) Constatons, en passant, qu'il y a $2^{n-1}\,(2^{n(p-1)+1} - 1)$ zones. Ce n'est que si la classe n est 2 ou 3 qu'il y a des zones de toutes les étendues de 1 à p^n, quel que soit l'ordre p. Par exemple, pour $n = 4$ et $p = 2$, font défaut les étendues 3 et 13 ; pour $n = 4$ et $p = 3$, les nombres 3, 7 et 13 et leurs symétriques ; pour $n = 4$ et $p = 4$, les nombres 3, 7, 13, 17, 23, 27 et leurs symétriques ; pour $n = 5$, $p = 2$, c'est $3 + \mathfrak{M}5$ et $4 + \mathfrak{M}5$. La détermination du nombre des étendues manquantes ne semble pas aisée, comme la plupart des problèmes de partition.

(²) Le vocable *général*, habituellement employé, peut prêter à confusion, pour diverses raisons, dont l'une est que l'élément général d'une matrice particulière n'est pas neutre (« général »). Du reste, on verra un peu plus loin que, dans la présente étude, la terminologie que nous introduisons est à peu près indispensable.

une règle des signes arbitraire, la fonction obtenue (¹), qui comprend aussi comme cas spéciaux les déterminants et plus généralement les pénédéterminants, reste linéaire par rapport aux éléments d'une couche à g dimensions. Par conséquent certaines propriétés des permanents appartiennent encore à cette fonction ; par exemple, si $g = n$, on la multiplie par k en multipliant une tranche quelconque par k.

Pour ces fonctions, le *mineur* d'un point est encore, dans le développement, le coefficient de l'élément de ce point, c'est-à-dire la somme algébrique des $\binom{n}{g}$ mineurs au sens ordinaire (c'est-à-dire de genre égal à la classe), dans toutes les couches à g dimensions passant par le point. De cette définition on déduit aisément que si $g \neq n$, le développement peut se faire suivant les éléments, soit de n tranches orthogonales (par exemple limitantes), soit d'un système quelconque d'espaces diagonaux, par exemple de n espaces diagonaux à $n - 1$ dimensions. — Quant au signe d'un mineur, il dépend évidemment de la loi des signes qui définit la fonction à partir du permanent. Dans le cas important des pénédéterminants, le signe d'un mineur du point E est donné par -1 élevé à une puissance dont l'exposant est la somme des indices signants variables du point E (²).

3. Un point ou un élément d'une matrice est dit *inactif* (³) ou *actif* pour une fonction déterminée, suivant que son mineur est nul ou différent de zéro. L'*inactivité* d'un point est donc, pour la fonction étudiée, une propriété de la sous-matrice du point. Si la matrice n'a pas d'autres éléments particuliers que des zéros,

---

(¹) Ces fonctions mériteraient une dénomination. Si nous ne craignions les néologismes, nous proposerions, en attendant qu'un lecteur imagine un vocable mieux approprié, le mot *polèmes* (dont l'étymologie rappelle que les fonctions qu'il désigne furent étudiées pendant la guerre).

(²) Ailleurs nous considérons le cas des mineurs d'ordre quelconque et en déduisons les lois les plus générales de la dérivation.

(³) Cette notion fut introduite déjà dans notre article *Sur les permanents*. Annales, t. XXXVII, 1912-13, 2ᵉ partie, p. 436, en particulier au § 6. Elle intervient aussi dans plusieurs Mémoires, par exemple dans *Some merogeneous superdeterminants*, Tôhoku Math. Journal, t. IV, 1914, pp. 124 et suiv.

la règle des signes ne joue aucun rôle au point de vue de l'inactivité ; pour que le mineur du point ϵ s'annule pour le genre g, il faut alors que chacune des

$$\binom{n}{g}(p-1)!^{\,g-1}$$

transversales, d'ordre $p - 1$ et de genre g, conjonctives à ϵ, contienne au moins *un* zéro et il suffit qu'il y en ait un seul.

On conçoit que l'inactivité d'un point puisse avoir lieu pour des genres $g_1, \ldots, g_k$, à l'exclusion d'autres et, s'il y a des éléments particuliers non nuls, pour des pénédéterminants d'espèces $\nu_1, \ldots, \nu_k$, à l'exclusion d'autres. Exemple simple : si un élément est nul, ce n'est que pour $p = 2$ que ce zéro rend des points inactifs ; mais tout point neutre est inactif pour un genre et pour un seul : pour le genre g il y en a $\binom{n}{g}$, occupant les points dont g coordonnées valent 2.

4. A un point inactif on peut attacher toutes les valeurs réelles ou imaginaires, sans faire varier la fonction considérée (¹). Donc, si l'élément primitif est neutre, il peut être remplacé par zéro, et inversement. Mais si l'inactivité est envisagée simultanément pour plusieurs points, il y a des restrictions à faire.

Envisageons d'abord le cas où les points pour lesquels on considère l'inactivité sont tous neutres. Si les zéros sont les seuls éléments particuliers, des éléments neutres $\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots$ *séparément inactifs* sont évidemment aussi *simultanément inactifs*, c'est-à-dire qu'ils peuvent simultanément prendre n'importe quelles valeurs, et indépendamment les uns des autres, sans faire varier le permanent. Des éléments neutres inactifs forment un *domaine neutre inactif*.

On conçoit que s'il y a des régions pleines unies, la fonction puisse être indépendante de leurs éléments sans que les mineurs de ces points soient nuls ; car ces mineurs peuvent être égaux et de signes contraires. C'est ce que nous allons mettre en lumière par un exemple.

(¹) On qualifie souvent les éléments inactifs de *quelconques* ou *arbitraires*. Mais ces dénominations prêtent à équivoque.

5. Si dans tout pénédéterminant :

$$\overset{\pm}{\Bigg|}(\overset{\frown}{i}_1, \ldots, i_n) - \left(\mathop{\left[\epsilon\right]}_{2}^{n} \sum_{\omega_2 = i_1}^{p} \delta_{i_\epsilon, \omega_\epsilon} - \delta_{i_1, \ldots, i_n}\right)\left[\left(\overset{\frown}{i}_1, \ldots, i_n\right) + (p, i_2, \ldots, i_n)\right]\overset{\pm}{\Bigg|},$$

le permanent étant exclus, on ajoute à la première tranche (signante) de rang 1 la dernière tranche parallèle, on crée un vide qui permet d'abaisser l'ordre d'une unité ; et comme le nouveau pénédéterminant, égal au primitif, a une structure analogue, on peut continuer l'opération, qui conduit finalement à l'expression

$$\text{(I)} \qquad (p, \ldots, p) \mathop{\left[\alpha\right]}_{1}^{p-1} [(\alpha, \ldots, \alpha) + (p, \alpha, \ldots, \alpha)],$$

indépendante de la classe et de l'espèce ($\geqslant 2$).

Par exemple, $\bar{v}$ désignant $-v$, on a :

$$\left|\begin{array}{ccc} V_1 & * & \bar{v}_1 \\ v_2 & V_2 & v_2 \\ v_3 & v_3 & \bar{v}_3 \end{array}\right| = \overset{\frown}{\Bigg|}\begin{array}{ccc|ccc|ccc} V_1 & a_2 & b_2 & * & * & * & \bar{v}_1 & \bar{a}_2 & \bar{b}_2 \\ \alpha_2 & v_2 & b_3 & * & V_2 & b_3 & \bar{\alpha}_2 & \bar{v}_2 & \bar{b}_3 \\ \beta_2 & \beta_3 & v_3 & * & \beta_3 & v_3 & \beta_2 & \bar{\beta}_3 & \bar{v}_3 \end{array}\overset{\frown}{\Bigg|}$$

$$= \overset{\pm}{\left|\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array}}\right.}\begin{array}{ccc|ccc|ccc} V_1 & A & B & * & * & * & \bar{v}_1 & \bar{A} & \bar{B} \\ C & D & E & * & * & * & \bar{C} & \bar{D} & \bar{E} \\ F & G & H & * & * & * & \bar{F} & \bar{G} & \bar{E} \\ \hline I & J & K & * & * & * & \bar{I} & \bar{J} & \bar{K} \\ L & v_2 & a & * & V_2 & a & \bar{L} & v_2 & \bar{a} \\ M & b & c & * & b & c & \bar{M} & \bar{b} & \bar{c} \\ \hline N & P & Q & * & * & * & \bar{N} & \bar{P} & \bar{Q} \\ R & d & e & * & d & e & \bar{R} & \bar{d} & \bar{e} \\ S & f & v_3 & * & f & v_3 & \bar{S} & \bar{f} & \bar{v}_3 \end{array}\overset{\pm}{\left|\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array}}\right.} = \cdots$$

$$= - v_3 (V_1 - v_1)(V_2 - v_2);$$

pour la matrice de classe 4 on pourra prendre le déterminant (unique) ou bien un des trois pénédéterminants d'espèce 2 où AA est la direction signante.

Les $2p - 1$ seuls paramètres dont dépend le pénédéterminant sont donc les vertèbres de la sous-matrice de tête et celles de la tranche additionnée. La région inactive (dont les points sont représentés par des astérisques dans les exemples) n'existe, quelle que soit n, que si l'ordre dépasse 2 ; elle a pour équation

$$\delta_{i_1, p} + \underset{2}{\overset{n}{\prod_{\epsilon}}} \sum_{\omega_\epsilon = 1_1}^{p} \delta_{i_\epsilon, \omega_\epsilon} = 0,$$

et son étendue a pour expression

$$(p - 2) p^{n-1} - \sum_{\alpha = 2}^{p-1} \alpha^{n-1};$$

mais ce n'est que pour $n = 2$ (cas où les files, étant des tranches, peuvent être additionnées) que ce domaine comprend tous les paramètres dont le pénédéterminant est indépendant, car les $p^{n-1} - p$ points de la région

$$\delta_{p, i_1} \cdot \bar{\delta}(i_2, \ldots, i_n) = 1$$

jouissent aussi de cette propriété. Si l'on attache aux points inactifs des valeurs choisies de manière à pouvoir annexer ces points aux régions unies, la matrice s'écrit simplement :

$$\| \delta(i_1, \ldots, i_n) \bar{\delta}_{i_1, p} [(i_1, \ldots, i_n) - (p, i_2, \ldots, i_n)] + (p, i_2, \ldots, i_n) \ p.$$

Si i_1 était non signant, il n'y aurait plus de région inactive et tous les éléments interviendraient dans l'expression du pénédéterminant, qui dépendrait de l'espèce (¹). Il y a des complications analogues si le genre diffère de la classe.

(¹) Signalons, en passant, un cas particulier remarquable. En faisant

$$(\alpha, \ldots, \alpha) = (p, \alpha, \ldots, \alpha) = 1,$$

6. Dans la suite nous ne considérerons plus que des matrices trouées neutres. Soit la matrice

$$(\mu)\quad \left\| * \left[\sum_{\alpha=1}^{\pi} \delta_{\alpha,\, i_1} + \left(1 - \sum_{\alpha=1}^{\pi} \delta_{\alpha,\, i_1}\right) \prod_{2}^{n}{}_{\epsilon} \sum_{\rho=0}^{\pi} \delta_{i_\epsilon,\, i_1-\rho} \right] \right\|_p ,$$

dont voici la représentation pour $n=3$, $p=4$, $\pi=1$:

$$\left\| \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} * & * & * & * & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ * & * & * & * & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ * & * & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & * & * \\ * & * & * & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & * \end{array} \right\|$$

les points étant mis pour des zéros et les astérisques pour des paramètres généraux. Pour $g=n$ le conjugué de tout mineur d'ordre π, d'éléments *, compris dans les π tranches pleines (les π premières de rang 1), n'a qu'un seul terme non nul. Il y a donc :

$$[(p\,!) : (p-\pi)\,!]^{n-1}$$

termes, dont l'ensemble est fonction des

$$\pi p^{n-1} + (p-\pi)\,(\pi+1)^{p-1}$$

paramètres (tous actifs) de la matrice. Et il n'y a pas de vide inactif, car si quelque zéro était remplacé par un nouveau paramètre, le développement serait altéré. De plus, la disposition des zéros maxime le nombre des termes, car toute déformation du vide, conservant son étendue $(p-\pi)\,(p^{n-1}-\pi^{n-1})$, rend des paramètres inactifs.

Soit $\pi=1$; il y a alors p^{n-1} termes (dont on pourrait prendre la

---

etc., on obtient le pénédéterminant monogène (cf. ANNALES, t. XXXIX, 1919-20, 2ᵉ partie, p. 20) :

$$\left|\, -1 + 2 \prod_{2}^{n}{}_{\epsilon} \sum_{\omega_\epsilon=1}^{i_1} \delta_{i_\epsilon,\, \omega_\epsilon} \right|_{p} {}^{\pm}_{0} = 2^{p-1}.$$

Le calcul du permanent de cette matrice est encore malaisé.

matrice). Désignons par M les matrices, d'ordre 2 et de classe $n-1$, des éléments neutres des tranches parallèles à la tranche pleine T. Voyons ce qui arrive lorsqu'on troue ces matrices de certaines manières remarquables (¹).

a) Si les matrices M sont vidées au dehors d'une matrice de classe N (pour $n-1 \geqslant N \geqslant 0$) y contenue, la matrice entière peut s'écrire :

$$\left\| * \left[\delta_{1,\,i_1} + \bar{\delta}_{1,\,i_1} \mathop{\left\lceil \tau \right\rceil}\limits_{1}^{n-N-1} \delta_{i_1-1,\,i_{N+1+\tau}} \cdot \mathop{\left\lceil \sigma \right\rceil}\limits_{1}^{\nu} \sum_{\rho=0}^{1} \delta_{i_{\sigma+1},\,i_1-\rho} \right] \right\|_p .$$

La région active de T (lieu des seuls éléments dont les mineurs ont un terme non nul) est une couche de classe N et d'ordre p, au dehors de laquelle on peut trouer cette tranche, ce qui se fait en multipliant, dans l'élément général, $\delta_{1,\,i_1}$ par

$$\mathop{\left\lceil \tau \right\rceil}\limits_{1}^{n-N-1} \delta_{p,\,i_{N+1+\tau}} ;$$

le vide des autres tranches est alors actif. Le permanent possède p^N termes. Pour n impaire, le déterminant possède $\nu + 1$ valeurs

---

(¹) Si on prend l'unité pour les éléments non nuls extérieurs à T, on a :

$$\sum_{i=1}^{p} (1, i_2, \ldots, i_n) =$$

$$\left.\overset{+}{\Big|}\; \left(i_1, \ldots, i_n\right) \cdot \delta_{1,\,i_1} + \bar{\delta}_{1,\,i_1} \mathop{\left\lceil \epsilon \right\rceil}\limits_{2}^{n} \left(\delta_{i_1,\,i_\epsilon} + \delta_{i_1-1,\,i_\epsilon}\right) \overset{+}{\Big|}\right._p$$

Si dans T on fait un vide d'étendue E, le nombre des termes se réduit à $p^{n-1} - E$. Des éléments neutres extérieurs à T peuvent alors devenir inactifs. En combinant les deux particularisations, on peut représenter une somme de N quantités par un permanent de ces éléments, d'unités et de zéros, et ce, en satisfaisant à des conditions diverses. L'un des deux nombres p et n étant donné, on minimera l'autre en disposant de E ; ou bien on minimera E en disposant de p et de n, etc.

distinctes et n'est donc uniforme que si, v étant nul, il n'y a qu'un seul terme.

b) Mais c'est surtout en vidant les M au dehors d'hypertétraèdres qu'on obtient des résultats remarquables. Si l'hypertétraèdre est *droit* (comme dans la matrice I ci-dessous), la région active de T' se compose de n arêtes aboutissant à la queue de la tranche. Si l'on vide le domaine inactif, la matrice (dont I est un exemple) possède encore $1+2n(p-1)$ paramètres, donnant $n(p-1)+1$ termes. L'hologénéité est conservée pour toute espèce de pénédéterminants.

$$\overset{\text{(I)}}{\left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast \\
\cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \ast & \ast & \ast & \ast \\
\hline
\ast & \ast & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\hline
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \ast & \cdot & \ast & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}\right\|}, \quad
\overset{\text{(II)}}{\left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
\ast & \cdot & \cdot & \ast & \ast & \cdot & \ast & \ast & \ast \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \ast & \ast \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast \\
\hline
\ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\ast & \ast & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\hline
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \ast & \cdot & \cdot & \ast
\end{array}\right\|}.$$

Si l'on opère de même sur l'hypertétraèdre *principal* (matrice II), les seuls éléments de T ayant un mineur non nul sont ceux, en nombre $\binom{p+n-1}{n}$, de l'hypertétraèdre principal, d'ordre p, orienté en sens inverse de ceux d'ordre 2. On voit qu'il faut $n \geqslant 4$, le cas de la matrice cubique constituant, comme souvent, une sorte d'exception. Pour les pénédéterminants, il y a encore hologénéité.

Enfin, pour $n=4$, considérons les deux autres tétraèdres possibles. Pour le tétraèdre *régulier*, la région active de T est d'étendue $3p-2$, comme pour le tétraèdre droit, mais la forme est tout autre, comme le montrent la matrice III et la suivante, où l'on n'a représenté que la tranche T :

$$\left\|\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
\cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \ast & \cdot \\
\ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ast
\end{array}\right\|$$

Pour le tétraèdre *allongé* (matrice IV), le domaine actif de T

$$\begin{array}{c}(\mathrm{III})\\ \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & * & \cdot \\ * & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & * \\ \hline * & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & * & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & * \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & * & \cdot \end{array}\right\|\end{array} , \quad \begin{array}{c}(\mathrm{IV})\\ \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & * & * \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & * \\ * & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & * \\ \hline * & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ * & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & * \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & * & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}\right\|\end{array} .$$

est d'étendue $p(p+1):2+p-1$.

c) Si les matrices de classe ν et d'ordre 2 considérées en *a)* sont trouées comme les matrices M en *b)*, le domaine actif de T s'obtient en considérant la couche de classe ν, primitivement active, y contenue, et en la trouant de la même manière qu'on a troué en *b)* la tranche T en vue d'obtenir la région active.

7. Il n'est pas nécessaire que la matrice soit neutre (et pleine) pour qu'il n'y ait aucun point inactif. La première question générale qui se pose dans l'étude de l'inactivité est le triple problème suivant : ***Dans la matrice neutre, faire le plus grand vide qui, pour les genres*** $g_1, \ldots, g_K$, ***laisse les points actifs :*** a) ***au moins dans la région neutre restante,*** b) ***au moins dans le vide,*** c) ***dans toute la matrice.*** Pour quelles valeurs de n, p, et des g les solutions de *a)* et de *c)* sont-elles identiques ?

Afin de ne pas trop allonger ce travail, nous publierons ailleurs la solution, qui est compliquée et exige de longs développements (¹).

(¹) Indiquons cependant un cas très spécial, en vue de donner une idée. Pour $g=n=2$, la solution *c)* est obtenue en faisant $\pi=1$ dans la matrice symétrique :

$$\left\| (i_1, i_2) \sum_{\alpha=2}^{\pi+2} \left(\delta_{\alpha,\, i_1+i_2} + \delta_{p+\alpha,\, i_1+i_2}\right) \right\|_p ,$$

où aucun mineur d'ordre non inférieur à $p-\pi$ n'est nul et où l'étendue du domaine neutre est $p(\pi+1)$. Pour $\pi=1$ le nombre des termes est toujours 2 ;

Voici maintenant un problème qui se rattache à la question *a)* et que nous nous bornons à poser : *Trouer la plus petite région neutre entièrement active d'une matrice, de manière à rendre inactive la plus grande région neutre restante.*

8. A la triple question du n° précédent, il est naturel d'opposer celle-ci : *Dans la matrice neutre, faire le plus petit vide tel que, pour les genres* $g_1, \ldots, g_K$, *l'inactivité ait lieu :* a) *au moins pour le domaine neutre,* b) *au moins pour les zéros,* c) *dans toute la matrice.*

Les parties *b)* et *c)* ne pourront être traitées que plus loin. Quant au problème *a)*, il est manifeste que le plus petit vide pour lequel la région neutre (maximée) est inactive pour $g = n$ s'étend sur une tranche (¹). Ce vide est, du reste, le seul qui satisfasse à la double condition que tous ses points soient actifs et qu'il rende inactive toute la région neutre.

De même qu'au n° **7**, ce résultat amène à poser la question suivante : *Dans la tranche vide de la matrice à plus grande région neutre inactive, minimer le domaine dont la neutralisation rende active toute la région neutre.*

Comme il suffit que chaque premier mineur, de classe $n - 1$, pris dans la tranche considérée, acquière un point neutre, le problème se ramène au suivant : *Dans une matrice générale, maximer le vide laissant au moins un point neutre dans chaque première sous-matrice* (²).

Soient n la classe et p l'ordre de la matrice, supposée d'abord vide. Pour $p > n$ la solution consiste à neutraliser $n + 1$ points conjonctifs (par exemple, des vertèbres).

---

pour $\pi = 2$ et $p = 2, 3, 4, 5$... il est 2, 6, 9, 13, ... Quelle est son expression générale ? Pour $n > 2$ la loi se complique fort, même pour $k = 1$ et $g_1 = n$: en général le vide ne s'étend plus exclusivement sur une zone. Pour certaines valeurs de n et de p, la solution est fournie par une matrice se rattachant à (μ) du n° 6.

(¹) Ce vide est donc beaucoup plus simple que le plus grand vide pour lequel la région neutre (minimée) est entièrement active. Cf. le n° 7.

(²) On pourrait généraliser ce problème en considérant les sous-matrices d'ordre π.

Si au contraire $n \geqslant p$, c'est plus compliqué. La neutralisation de l'axe laisse vides les sous-matrices des points dont les indices comprennent tous les nombres 1, ..., p. Pour $p = 2$ la matrice ne peut être trouée. Pour $p > 2$ la solution consiste à neutraliser, outre l'axe, une ou plusieurs *familles actinomorphiques,* ensembles de points dont les n coordonnées sont dans un ordre quelconque n nombres donnés (différents ou non).

Pour $n = p$ on peut prendre une quelconque des $n(n - 1)$ familles à n points (ayant chacun $n - 1$ coordonnées égales).

Pour $n > p$ une telle neutralisation est insuffisante. Par exemple, pour $n = 4$ et $p = 3$, on doit choisir deux familles, telles que (1112) + (1222) ; pour (1123) toute sous-matrice aurait bien au moins un point neutre, mais le vide ne serait plus maximé. Pour $n = 5$, $p = 3$ une solution est fournie par (13333) + (11112) + (22223).

Si $n \geqslant Kp$ les familles à neutraliser doivent comporter deux groupes, l'un de K, l'autre de $n - K$ indices égaux. Ainsi, pour $n = 6$ et $p = 3$ on prendra par exemple (111122) + (112222) ; pour $n = 9$ et $p = 3$, (111 111 222) + (111 222 222).

Ces exemples suffisent à faire apparaître la loi générale.

9. Traitons un autre problème général : *Dans une matrice neutre, déterminer une région D, d'étendue* Ω, *de manière à extrémer le plus petit vide rendant inactif au moins le domaine neutre D, pour les genres* g , ..., g$_K$, *en particulier pour* g = n.

Bornons-nous au cas particulier.

Remarquons d'abord que si un domaine neutre contient une transversale — et il ne peut en être autrement si son étendue dépasse $(p - 1)\, p^{n-1}$ — aucun vide ne peut le rendre inactif. Ce cas est donc à écarter. D'autre part, si l'ordre $p = 2$ il ne peut être question d'extrémer, tout domaine D, d'étendue Ω, exigeant le même vide ; on sous-entendra donc que $p > 2$.

Étudions d'abord le cas du *minimé.*

a) Si $\Omega < p$ la disposition en file des éléments ω de D minime le vide, qui est une matrice, de classe $n - 1$ et d'ordre $p - 1$, normale à D.

b) Soient $\Omega > p - 1$ et $n = 2$. Si on a une des deux relations :

$$\Omega = p \quad , \quad p^2 - 2(p - 1) < \Omega \leqslant p^2 - p,$$

comme toute disposition des ω exige que le vide soit une file, il ne peut être question d'extrémer ; si :

$$p < \Omega \leqslant p^2 - 2(p-1),$$

ce qui épuise toutes les possibilités, il faut et il suffit que D laisse libre au moins une file pour minimer le vide, qui est encore une file.

Si l'on a maintenant

$$n > 2 \quad , \quad p^{\nu-1}(p-1) < \Omega \leqslant p^{\nu}(p-1),$$

ν étant un des nombres $1, \ldots, n-2$, toute disposition des ω dans un parallélipipède $p^{\nu}(p-1)$ *minime* le vide, parallélipipède $p^{\nu}(p-1)^{n-1-\nu}$. Les espaces de ces deux domaines sont normaux (1).

Si $\nu = n-2$ et si le signe d'égalité a lieu dans la précédente relation, tous les points extérieurs au vide et à D sont actifs. Le domaine D et le vide sont alors réciproques. Exemple :

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & 0 & 0 & 0 \end{array}\right|.$$

c) Poursuivons l'étude du minimé pour $n > 2$. Soit d'abord $n = 3$. Si

$$p(p-1) < \Omega < 1 + (p-1)(2p-1),$$

le vide minimé s'étend sur une tranche moins un point, et D peut être choisi arbitrairement dans la région des ω définie par cet exemple :

$$\left|\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & . & 0 & 0 & 0 \\ \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & \omega & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right|,$$

où la limite supérieure de Ω est atteinte. Si l'on a :

$$(p-1)(2p-1) < \Omega < (p-1)p^2 + 1,$$

---

(1) Dans notre travail *Sur les permanents*, publié dans ces ANNALES, t. XXXVII, 1912-1913, IIe partie, pp. 285 et suivantes, la matrice figurant en haut de la seconde page du nº 6 est fautive.

toute disposition des ω laissant une tranche libre minime le vide, qui est précisément une tranche.

Soit maintenant $n = 4$. On voit aisément que si

$$\begin{gathered} p^2(p-1) < \Omega < 1 + (p-1)(p^2+p-1), \\ (p-1)(p^2+p-1) < \Omega < 1 + p(p-1)(2p-1), \\ p(p-1)(2p-1) < \Omega < 1 + p(p-1)(2p-1) + (p-1)^3, \\ p(p-1)(2p-1) + (p-1)^3 < \Omega < 1 + (p-1)\,p^3, \end{gathered}$$

le minimé est respectivement d'étendue

$$\begin{gathered} (p-1)(p^2+p-1) \quad , \quad p(p^2-1) \\ p(p^2-1) + p - 1 \quad , \quad p^3. \end{gathered}$$

De ce qui a lieu pour n 3 ou 4, on induirait aisément les solutions pour n quelconque.

Constatons que Ω et le vide minimé augmentent simultanément.

10. Passons au cas du *maximé*.

I. Soit d'abord $n = 2$. Ce cas constitue, ici encore, une sorte d'exception.

a) Si $\Omega < p$ il *faut* et il suffit, pour maximer le moindre vide, que deux ω ne soient pas en file ; le vide est alors une file ;

b) Si $\Omega = p$, il ne peut (on l'a vu au n° 9) être question d'extrémer ;

c) Si

$$p < \Omega \leqslant p^2 - \mathrm{R} \qquad \text{(X)}$$

où

$$\mathrm{R} = \left(1 + \mathrm{E}\left[\frac{p-1}{2}\right]\right)\left(p - \mathrm{E}\left[\frac{p-1}{2}\right]\right),$$

le vide maximé est un rectangle, d'étendue R, que D circonscrit sans laisser exempt d'éléments ω aucun rectangle plus allongé.

Si en particulier $\Omega = p + 1$, on a une solution en plaçant les ω suivant la ligne brisée :

$$\mathrm{D} \equiv 1 = \delta(i_1, i_2).\ \delta\}i_1, i_2, 1 + \mathrm{E}\left[(p+1) : 2\right]\{$$

$$+ \sum_{\alpha = 0}^{1} \delta\}i_1, \mathrm{E}[p : 2] + \alpha\{.\ \delta\}i_2, \mathrm{E}[p : 2] + \alpha + 1\{,$$

qui ne diffère de l'axe que par une vertèbre en moins et deux points adjacents en plus.

d) Si

$$p^2 - (\pi + 1)(p - \pi) < \Omega \leqslant p^2 - \pi(p - \pi + 1) \qquad (\mathrm{Y})$$

$$\pi \quad 2, 3, \ldots. \mathrm{E}\left[\frac{p-1}{2}\right],$$

D circonscrit un rectangle $\pi(p - \pi + 1)$, maximé du moindre vide. Tous les points extérieurs à ce rectangle sont des ω dans le cas où, dans les relations (X) (Y), le signe d'égalité a lieu ; sinon les points extérieurs au vide et à D sont inactifs et peuvent être annexés à D. Remarquons que si p est impair, on ne peut, dans (Y) pour $\pi = \frac{p-1}{2}$, avoir que le signe d'égalité.

Il est curieux de constater que quand Ω augmente de $p + 1$ jusqu'à $p^2 - 2(p - 1)$, le maximé (contrairement au minimé) diminue (en ne prenant pas toutes les valeurs consécutives) de R à $2(p - 1)$.

e) Si on a la relation :

$$p^2 - 2(p - 1) < \Omega < p^2 - p + 1,$$

il n'existe pas d'extrémé [n° **9**].

II. Soit maintenant $n > 2$.

a) Pour $\Omega < p$, D est : *a)* soit une pseudo-transversale, qui ne diffère d'une transversale que par une coordonnée, comme dans cet exemple :

$$\left|\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
\omega & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdot & \omega & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & * & \cdot & \cdot & \cdot & \omega & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right|,$$

en particulier, une transversale de genre $n - 1$ (cas des trois astérisques), *b)* soit une transversale de genre n. Le vide est alors contenu dans une tranche. Si D est une pseudo-transversale, la direction de la tranche trouée correspond au rang de la coordonnée en question. Pour que cette tranche soit entièrement vide, il faut et il suffit que $\Omega \geqslant n$ (ce qui exige que $p > n$) ; tous les points neutres sont alors inactifs.

b) Pour $\Omega = p$ il y a deux cas à distinguer :

1° Si $p \leqslant n$, D est une pseudo-transversale.

2° Si $p > n$, pour que le vide maximé soit une tranche, il faut et il suffit que n éléments ω se trouvent sur une pseudo-transversale, la disposition des $p - n$ autres ω étant arbitraire.

c) Pour $\Omega > p$, la question est compliquée. Voici quelques exemples de solutions particulières, pour $n = 3$, avec $\Omega = 4, 5, 8, 9, 10, 11$, et pour $n = 4$ avec $\Omega = 4$ ou 5 :

$$\left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \cdot & \cdot & \cdot & \omega & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ o & o & o & o & o & o & \cdot & \omega & \cdot \\ o & \cdot & o & o & o & o & \cdot & \cdot & \omega \end{array} \right\| , \quad \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & * & o & o & o & o & o & * & * \\ * & * & * & o & \omega & o & * & * & \omega \\ o & * & \omega & o & o & o & * & \omega & o \end{array} \right\|$$

$$\left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & * & * & o & \omega & o & * & * & \omega \\ o & \omega & o & o & o & o & o & \omega & o \\ * & * & \omega & o & \omega & o & \omega & * & * \end{array} \right\| , \quad \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & * & o & o & \omega & o & o & * & \omega \\ o & \omega & o & o & \omega & o & o & \omega & o \\ o & * & \omega & o & \omega & o & \omega & * & o \end{array} \right\|$$

$$\left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & o & * & o & \omega & o & * & o & \omega \\ o & \omega & o & \omega & o & \omega & o & \omega & o \\ * & o & \omega & o & \omega & o & \omega & o & * \end{array} \right\| , \quad \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & o & o & o & \omega & o & o & o & \omega \\ o & \omega & o & \omega & \omega & \omega & o & \omega & o \\ o & o & \omega & o & \omega & o & \omega & o & o \end{array} \right\|$$

$$\left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & o & \cdot & o & \cdot & o & o & o & \cdot \\ o & o & \cdot & o & o & \cdot & o & o & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \omega \\ \cdot & \omega & \cdot & \cdot & o & o & \cdot & o & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & o & \cdot & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & \omega & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right\| , \quad \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \cdot & \cdot & o & \cdot & o & o & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & o & \omega & \cdot & \cdot \\ \hline o & o & \cdot & \cdot & o & o & o & o & \omega \\ o & \omega & \cdot & \cdot & o & o & o & o & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & o & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & o & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & o & o & \omega & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right\|$$

les astérisques peuvent être annexés aux domaines D des ω.

Observons enfin qu'en général, lorsque D et le vide sont superposables, tous les points étrangers étant actifs, il y a réciprocité entre D et le vide.

11. Voici une question analogue au problème qui vient d'être étudié : *Dans une matrice neutre, déterminer un domaine* Δ, *d'étendue donnée, de manière à extrémer le plus grand vide laissant la région neutre* Δ *entièrement active pour au moins les genres* $g_1, \ldots, g_k$.

Pour $k = 1$, $g_1 = n$, le vide serait maximé ou minimé suivant que les points de Δ remplissent le plus ou le moins possible de plus grandes transversales de genre n. Voici quelques exemples de minimés et de maximés :

$$\left|\begin{array}{cccc} \omega & \omega & \omega & \omega \\ \omega & \cdot & 0 & 0 \\ \omega & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & 0 & \cdot \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{cccc} \omega & \omega & 0 & 0 \\ \omega & \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \end{array}\right|,$$

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & \omega & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \omega & \omega & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & \omega \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \omega & \omega & \omega & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ \omega & \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & 0 & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \omega & 0 & \omega & 0 & \omega & 0 & \omega & \omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & \omega & 0 & \omega & \omega \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 \\ \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 \\ \hline \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{array}\right|, \quad \left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \omega & \omega & \omega & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & \omega \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \omega & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & \omega \end{array}\right|$$

12. Contrairement à ce qui a lieu pour les éléments neutres [n° **4**], *si des zéros* z_1, z_2, … *sont séparément inactifs pour un même genre quelconque, leur inactivité simultanée pour ce genre n'a nécessairement lieu* a priori, *et leur domaine n'est un « vide inactif »* Z, *que si cette région et celle* M *de leurs sous-matrices* μ_1, μ_2, … *sont extérieures l'une à l'autre*, les mineurs μ restant nuls lorsque des z sont neutralisés. Mais la condition (qui est évidemment satisfaite si Z possède $g - 1$ dimensions, en particulier pour $g = n$, si Z est contenue dans une tranche), n'est pas nécessaire, car lorsqu'elle n'est pas réalisée il arrive souvent, grâce au vide extérieur à Z, qu'en neutralisant Z, il demeure dans les μ un vide suffisant pour qu'ils restent nuls. Par exemple, dans la matrice

$$(1) \qquad \| (i_1, i_2)\,(\delta_{i_1+i_2, p+1} + \delta_{i_1+i_2, p+2}) \|_p,$$

où sont inactifs (outre la sous-diagonale neutre $i_1 + i_2 = p + 2$) les zéros $i_1 + i_2 > p + 2$, leur zone est un vide inactif quoique non contenu dans une file : si on le neutralise, l'inactivité est maintenue.

Plus généralement : *Pour un genre déterminé, l'inactivité de tout domaine entraîne celle de toute région y incluse ; la réciproque n'a lieu pour les vides* (c'est-à-dire que de l'inactivité de plusieurs vides, on ne peut conclure en général à celle de leur ensemble) *que si aucune sous-matrice relative à un quelconque de ces vides partiels n'empiète sur l'ensemble des autres vides.*

On conçoit que des zéros inactifs pour plusieurs genres puissent être simultanément inactifs pour certains de ces genres à l'exclusion d'autres.

Est inactif tout vide fait dans une région neutre inactive ; réciproquement, la neutralisation de tout vide inactif donne une région neutre inactive. Par définition, si une région de zéros inactifs est neutralisée, l'inactivité n'est conservée entièrement dans ce domaine que si elle appartenait à la totalité du vide.

13. Il arrive que chaque point du vide d'une matrice soit inactif, et cela est même possible à la fois pour plusieurs genres ; mais évidemment l'inactivité simultanée ne peut jamais s'étendre sur le vide tout entier.

Le moment est venu de reprendre les parties *b)* et *c)* de la triple question du début du n° **8**.

En ce qui concerne *b)*, le vide minimé est nul. On est ainsi conduit à modifier le problème en introduisant la condition qu'il y ait au moins un zéro. Il s'agit donc de *minimer dans la matrice neutre le vide d'étendue non nulle dont tous les points soient inac-*

tifs pour des genres donnés $g_1, \ldots, g_k$. Pour $k = 1$ et $g_1 = n$ le vide cherché est une diagonale si $p = 2$. Si $p > 2$, la solution n'est simple que pour $n = 2$: le vide cherché se compose alors de deux files orthogonales moins leur point de croisement (ce qui, pour $p = 2$, donne bien une diagonale). Pour $p = 3$ et n quelconque, le vide est en quinconce, les sommets n'étant des zéros que si n est impair.

Quant à la partie *c)* du problème, on voit aisément que : *pour* $g = n$, *le vide s'étendant sur deux tranches parallèles arbitraires, est un des plus petits qui rendent inactifs tous les points de la matrice* (¹).

14. On modifie les problèmes d'extrémé des nᵒˢ **9** et **11**, en remplaçant le domaine neutre par un vide ; d'où cette double question : *Dans une matrice neutre, déterminer un vide V, d'étendue donnée, de manière à extrémer :*

a) *le plus petit vide rendant inactifs (au moins séparément),*

b) *le plus grand vide laissant actifs, au moins pour les genres* $g_1, \ldots, g_k$, *les points du vide V.*

La solution est compliquée. Bornons-nous ici à faire quelques remarques relatives au cas du vide dont tous les points doivent être rendus inactifs. Désignons par ϵ les zéros, en nombre V, à rendre inactifs et par 0 les autres zéros, appartenant au vide W. Lorsque, dans la question du domaine D, il y a réciprocité entre D et le vide, on peut manifestement remplacer et les ω et les zéros

---

(¹) Les deux triples questions des nᵒˢ **7** et **8** peuvent être généralisées de diverses manières. Dans chacun de ces problèmes, on peut combiner *a*), *b*), *c*), en répartissant les genres en deux ou trois catégories : $g_1, \ldots, g_k$ pour *a*), $\gamma_1, \ldots, \gamma_r$ pour *b*), etc. ; mais on introduit ainsi de grandes complications. — Ensuite, on peut supposer que la matrice primitive possède déjà un vide donné V_1. Les questions ne sont plus alors triples, mais sextuples, car on peut demander que le vide cherché V_2 soit tel que l'activité ou l'inactivité (suivant qu'il s'agit du problème du nᵒ **7** ou du nᵒ **8**) ait lieu au moins dans : N (région neutre), $V_1 + V_2$, $N + V_1$, $N + V_2$, $V_1 + V_2$, $N + V_1 + V_2$ (matrice totale). Naturellement il y a alors des conditions de possibilité. — Enfin, on peut poser des problèmes d'extrémés relatifs, le vide cherché devant satisfaire à une condition auxiliaire, par exemple à celle d'être actinomorphe, ou à celle, plus restrictive, d'être une zone.

par des ϵ, le vide total ayant l'étendue V ; en effet, tout ϵ possède alors un mineur que des ϵ suffisent à rendre nul.

Pour certaines valeurs de p, n et V (par exemple, pour $n > 2$ et $V < p$, dans le cas du minimé), le problème actuel ne diffère pas de la question du domaine D ; lorsqu'il n'en est pas ainsi, c'est que, comme dans cet exemple :

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \epsilon & \epsilon & . & \epsilon & \epsilon & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & 0 & \epsilon \\ . & . & . & . & . & . & . & 0 & \epsilon \end{array}\right|,$$

des ϵ interviennent dans l'annulation des mineurs d'autres ϵ, et W est alors plus petit que le vide correspondant au domaine D (¹).

15. Un *vide inactif* est *intégral* quand l'inactivité d'aucun zéro extérieur ne lui est simultanée. Un zéro inactif séparément constitue donc à lui seul un vide inactif intégral.

Quel est le *vide d'une matrice dont tous les zéros sont inactifs séparément ?* Comme ce vide ne peut avoir [n° **12**] plus d'un point dans une couche à $g - 1$ dimensions, il n'y a, quels que soient n et g, de solution que pour $p = 2$. Si $g = n$, le vide cherché est alors une diagonale ; c'est un autre domaine si $g \neq n$; par exemple, pour $g = 2$ et $n = 3$, c'est un tétraèdre régulier (d'étendue 4).

Donnons quelques exemples de vides inactifs intégraux pour $g = n$. Si la matrice n'a que des zéros, les $n\,p$ domaines formés de $p - 1$ tranches parallèles constituent chacun un tel vide et ils jouissent des propriétés d'être maximés, d'empiéter les uns sur

---

(¹) Remarquons que les questions des n^{os} **9**, **11**, et **14** constituent des cas particuliers du problème suivant : *Une région contenant un domaine neutre et un vide, tous deux d'étendue donnée, est à déterminer de manière à extrémer :* a) *le plus petit vide rendant inactifs (au moins séparément),* b) *le plus grand vide laissant actifs, au moins pour les genres $g_1, \ldots, g_k$, tous les points de la région.* — Plus généralement encore : *Des domaines dont quelques-uns sont vides, étant donnés en forme, les situer dans la matrice générale sans qu'ils empiètent les uns sur les autres et de manière à extrémer :* a) *le plus petit vide rendant inactifs (au moins séparément),* b) *le plus grand vide laissant actifs, au moins pour les genres donnés $g_1, \ldots, g_k$, tous les points des domaines cherchés.*

les autres (ce qui doit être considéré comme étant le cas général) et d'être équivalents.

Si l'axe est la région neutre, les seuls points actifs sont les vertèbres et il y a n vides inactifs intégraux équivalents, lieux des points où un indice quelconque est inférieur à i_α (pour $\alpha = 1, \ldots, n$) ; et ce n'est que pour $n = 2$ que ces domaines sont séparés (par l'axe).

Pour indiquer à quels vides inactifs intégraux appartiennent des zéros, il convient parfois de les affecter d'indices désignant ces vides, comme dans cet exemple :

$$\begin{vmatrix} 0 & 0_1 & 0_1 & 0_1 & 0_1 \\ 0_2 & 0_{12} & 0_{12} & 0_{12} & \cdot \\ 0_2 & 0_{12} & 0_{12} & \cdot & \cdot \\ 0_2 & 0_{12} & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

16. Un vide étant fait dans une matrice neutre, on peut se proposer de déterminer son *état d'inactivité*. Le vide d'une matrice est à étudier, pour chaque genre, au point de vue de son inactivité propre et de celle qu'il crée extérieurement. En ce qui concerne l'inactivité intérieure, on peut, pour chaque genre, répartir les vides entiers en diverses catégories suivant : 1° que leur activité est complète [cf. n° **7**], 2° que leurs points inactifs sont isolés [n° **15**] ; 3° qu'ils contiennent des régions inactives (parmi lesquelles on envisagera les vides inactifs intégraux) ; 4° que les 2° et 3° se présentent simultanément ; etc. Quant à l'effet extérieur du vide, c'est plus simple, puisqu'il n'y a que deux cas à distinguer, suivant qu'il donne lieu ou non à une région neutre inactive.

Si le vide de la matrice est actinomorphe, il en est de même, pour chaque genre, de la région neutre inactive, du domaine des zéros inactifs et de toute famille de vides inactifs intégraux équivalents.

17. Il importe de remarquer que, comme pour les points actifs, l'annulation d'éléments neutres inactifs, ainsi que la neutralisation de zéros inactifs séparément ou simultanément, peuvent amener une modification extérieure de l'état d'inactivité de la matrice. Dans le premier cas, il pourra y avoir, pour certains genres, une *extension de l'inactivité ;* dans le second cas, une *réduction de l'inactivité.*

Prenons deux exemples. Représentons par $[s]$ le lieu des points dont la somme des coordonnées est s. Si dans (1) du n° **12**, on vide le domaine neutre inactif $[p+2]$, tous les zéros qui étaient actifs perdent cette propriété et, au lieu d'avoir un seul vide inactif, on en a un nombre pair, de symétriques (et équivalents) deux à deux. Quel que soit p, sont inactifs intégraux les deux vides séparés par la région $[p+1]$; mais pour $p > 3$, il y en a de plus toute une série d'autres. Par exemple, pour $p = 4$, cas de la matrice :

$$\| (i_1, i_2)\, \delta_{i_1 + i_2, 5} \|_4 , \tag{4}$$

il y a, outre les deux vides inactifs intégraux signalés, les suivants :

$$(11) + (12) + (24) \;,\; (11) + (12) + (33) \;,\; (11) + (13) + (34),$$
$$(12) + (22) + (44)$$

et leurs symétriques.

Dans la matrice cubique

$$\| (i_1, i_2, i_3)\, (\delta_{\Sigma i, 5} + \delta_{\Sigma i, 6}) \|_3$$

sont inactifs pour $g = 3$: le domaine neutre, différent d'une zone, composé du centre et du plan orthoaxial $[5]$, et les vides intégraux $[9]$ et $[3, 4]$, celui-ci étant contenu dans un système de trois tranches coordonnées. Si donc on met des astérisques et des points, respectivement pour les éléments neutres inactifs et actifs, la matrice se représente ainsi :

$$\left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0_1 & 0_1 & * & 0_1 & * & . & * & . & 0 \\ 0_1 & * & . & * & * & 0 & . & 0 & 0 \\ * & . & 0 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_2 \end{array} \right\| .$$

Si on neutralise un des vides inactifs intégraux, la région neutre inactive conserve sa propriété. Mais si on neutralise *tous* les zéros inactifs, l'inactivité n'est maintenue que pour (113). Si au contraire on vide la région neutre inactive, on obtient la matrice

$$\| *(\delta_{\Sigma i, 6} - \delta_{i_1, i_2, i_3, 2}) \|_3 = \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0_1 & 0_1 & 0_1 & 0_1 & 0_1 & . & 0_1 & . & 0_2 \\ 0_1 & 0_1 & . & 0_1 & 0_{12} & 0_2 & . & 0_2 & 0_2 \\ 0_1 & . & 0_2 & . & 0_2 & 0_2 & 0_2 & 0_2 & 0_2 \end{array} \right\| ;$$

elle est remarquable : la région neutre, qui est l'hexagone (123), est entièrement active et tous les zéros sont inactifs, formant, entre autres, les deux vides inactifs intégraux équivalents :

$$\delta_{i_1,\, i_2,\, i_3,\, 2} + \sum_{\alpha=1}^{3} \delta_{\Sigma i,\, \alpha+\epsilon} = 1, \qquad \epsilon = 2 \text{ ou } 6,$$

ayant en commun le centre.

18. Examinons quel est l'état d'inactivité quand le vide est un hypertétraèdre [cf. n° **6**] déterminé par des sommets de la matrice.

Prenons d'abord le cas de l'hypertétraèdre principal, dont les sommets sont ceux d'un polylatère à n côtés :

$$1 = \sum_{\nu=1}^{n} \delta_{\sigma,\nu} \sum_{\pi=1}^{p} \delta_{\pi,\, i_\sigma} \mathop{\overline{[\epsilon]}}\limits_{1}^{\sigma-1} \delta_{1,\, i_\epsilon} \mathop{\overline{[\omega]}}\limits_{\sigma+1}^{n} \delta_{p,\, i_\omega},$$

se fermant sur une diagonale de la matrice, hypertétraèdre défini analytiquement par la relation

$$1 = \mathop{\overline{[\nu]}}\limits_{1}^{n-1} \bar{\delta}(1, [i_\nu - i_{\nu+1}]),$$

$[\alpha - \beta]$ valant 0, 1 ou — 1, suivant que $\alpha - \beta$ est nul, positif ou négatif. Pour $n = 2$, la région neutre est inactive et seul le sommet de l'angle droit du vide est actif ; il y a deux vides inactifs intégraux, symétriques par rapport à la diagonale et ayant en commun le vide de la sous-matrice du sommet actif. Pour $n = 3$, ce n'est que si $p = 2$ ou 3 qu'il y a des points inactifs, 4 dans chaque cas ; si $p = 2$, il y a 2 zéros inactifs isolés, ceux de la diagonale vide, mais il n'y en a pas si $p = 3$. Pour $n > 3$, il n'y a de point inactif que si $p = 2$ et il y en a alors $n + 1$, dont les deux de la diagonale vide.

S'il s'agit de l'hypertétraèdre droit (¹), déterminé par un som-

---

(¹) L'hypertétraèdre droit est un cas particulier de la zone. Cf. ANNALES, t. XXXVII, IIᵉ partie, p. 447, où, dans l'expression, au lieu de ... + 1) il faut lire ... + 1, 0).

met quelconque (soit l'origine) et par les n sommets qui lui sont adjacents, l'inactivité n'a lieu pour aucun zéro et il n'y a de région neutre inactive que si : $p < 7$ pour $n = 3$, $p < 4$ pour $n = 4$, $p = 2$ pour $n \geqslant 5$. Si l'angle droit du vide est à l'origine, la région neutre inactive a pour équation (^{1}) :

$$\delta_{n,3}\left(\delta_{\Sigma i,3p}\cdot\sum_{\alpha=2}^{6}\delta_{p,\alpha}+\delta_{\Sigma i,3p-1}\cdot\sum_{\beta=2}^{5}\delta_{p,\beta}+\delta_{\Sigma i,3p-2}\cdot\sum_{\gamma=3}^{4}\delta_{p,\gamma}\right.$$

$$\left.+\,\delta_{i_1,i_2,i_3,2}\,\delta_{p,3}\right)+\delta_{n,p}(\delta_{p,2}+\delta_{p,3})(\delta_{\Sigma i,4p}+\delta_{\Sigma i,4p-1})$$

$$+\sum_{\nu=5}^{\infty}\delta_{n,\nu}\delta_{p,2}(\delta_{\Sigma i,2n}+\delta_{\Sigma i,2n-1})=1.$$

Considérons enfin les deux autres tétraèdres possibles pour $n = 3$. Dans le cas du tétraèdre régulier (^{2}) :

$$1=\prod_{\alpha=1}^{p}\bar{\delta}\left(\alpha,\sum_{\nu=1}^{3}i_\nu-n+1\right)\cdot\prod_{\epsilon=1}^{3}\bar{\delta}\left(\alpha.\sum_{\nu=1}^{3}i_\nu-i_\epsilon-n-p+3\right),$$

tous les points sont actifs, sauf pour les trois premières valeurs de l'ordre. Les points inactifs sont : pour $p = 2$, les points neutres ; pour $p = 3$, le centre (zéro isolé) et pour $p = 3$ ou 4, les sommets, constituant un vide inactif intégral.

Dans le cas du tétraèdre allongé, d'équation :

$$1=\bar{\delta}([i_3-i_1],1).\,\bar{\delta}([i_3-i_2],1).\,\bar{\delta}([i_1+i_2-p-i_3],1),$$

(^{1}) La manière dont l'hypertétraèdre droit se comporte rappelle ce qui a lieu dans plusieurs autres études. Cf. INTERMÉDIAIRE MATH., t. XXVI, 1919, pp. 130-131.

(^{2}) Le tétraèdre régulier a comme arêtes une diagonale de chaque face de la matrice et ses sommets ne sont pas adjacents dans le cube. Le nombre des points de ce tétraèdre est $\dfrac{p(p^2+2)}{3}$.

tous les points sont actifs ; sauf pour $p = 2$; il y a alors 2 points neutres et 2 zéros inactifs.

19. Quel est l'état d'inactivité quand l'hypertétraèdre est la région neutre ?

Dans le cas de l'hypertétraèdre principal, les seuls points neutres actifs forment une diagonale. Sauf pour $n = 2$, auquel cas le vide est entièrement actif, les vides inactifs intégraux et même déjà le lieu des zéros inactifs sont compliqués.

Si l'hypertétraèdre est droit, il n'y a de points actifs : pour $n = 3$, que si $p \leqslant 4$; pour $n = 4$, que si $p \leqslant 3$; pour $n \geqslant 5$, que si $p = 2$. Et si l'angle droit de la région neutre est à l'origine, le domaine actif est le vide :

$$\delta_{n,3}\left[(\delta_{p,2} + \delta_{p,3})(\delta_{\Sigma i, 3p-1} + \delta_{\Sigma i, 3p}) + \delta_{p,4}.\delta_{\Sigma i, 12}\right] +$$
$$\delta_{n,4}\left|\delta_{p,2}(\delta_{\Sigma i, 7} + \delta_{\Sigma i, 8}) + \delta_{p,3}\,\delta_{\Sigma i, 12}\right| +$$
$$\sum_{\nu=5}^{\infty} \delta_{n,\nu}\,\delta_{p,2}\,(\delta_{\Sigma i, 2n} + \delta_{\Sigma i, 2n-1}) = 1.$$

La matrice étant cubique, si la région neutre est un tétraèdre régulier inscrit dans la matrice, ce lieu constitue pour $p = 2$ ou 3 le lieu des points inactifs :

$$\left\| \begin{array}{cc|cc} * & 0 & 0 & * \\ 0 & * & * & 0 \end{array} \right\|, \quad \left\| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & * & * & * & 0 & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 & * \end{array} \right\|.$$

Pour $p \geqslant 4$, il y a des zéros inactifs ; par exemple, pour $p = 4$, la matrice se présente ainsi :

$$\left| \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0_2 & . & 0 & 0 & . & 0_3 & 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0_1 & . & 0 & 0_2 & * & * & . & . & * & * & 0_3 & 0 & . & 0_1 & 0 \\ 0 & . & 0_1 & 0 & . & * & * & 0_2 & 0_3 & * & * & . & 0 & 0_1 & . & 0 \\ . & 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0_2 & 0 & 0 & 0_3 & . & 0 & 0 & 0 & 0 & . \end{array} \right|,$$

la matrice centrale d'ordre 2 étant la région neutre inactive ; il n'y a que trois vides inactifs intégraux, sans empiètement. Quels sont, pour p quelconque, le nombre et la disposition des vides inactifs intégraux ?

Dans le cas du tétraèdre allongé, l'état d'inactivité est très compliqué, mais le lieu des points neutres actifs est simplement une diagonale.

20. Si on neutralise une région quelconque d'un vide inactif intégral, l'autre partie est encore un tel vide et l'inactivité est conservée sur le domaine entier. Il en résulte que si, dans deux vides inactifs intégraux qui empiètent l'un sur l'autre, on neutralise le domaine commun, il reste inactif et les régions non communes constituent encore de tels vides (mais sans empiètement).

Si on neutralise une région contenue dans un vide inactif intégral, l'inactivité même séparée est supprimée sur une partie au moins des autres vides inactifs intégraux primitifs. Toutefois, il y a une exception : si le domaine neutralisé est contenu tout entier dans une région commune à plusieurs de ces vides, l'inactivité est conservée sur chacun de ces domaines, mais à l'exclusion des autres vides inactifs intégraux.

Par exemple, si dans la matrice (4) [n° **17**] on neutralise la région (11) + (12), qui est commune aux deux vides inactifs intégraux (11) + (12) + (24) et (11) + (12) + (33), l'inactivité est conservée sur ces domaines, (24) et (33) étant, dans la nouvelle matrice, deux vides inactifs ; mais le vide [>5] ne reste pas complètement inactif, puisqu'il possède des zéros qui ne sont pas même séparément inactifs.

Pour ne pas trop allonger ce travail, on publiera ailleurs et prochainement un procédé de recherche systématique des vides inactifs intégraux (1) et une étude des propriétés de ces vides. On

---

(1) En vue de donner une idée de la complication de cette recherche, prenons un exemple. En représentant par [*s*] le lieu (espace orthoaxial) des points dont la somme des coordonnées est *s* et par (α) la famille actinomorphique de l'élément α, le système complet des vides inactifs intégraux de la matrice

$$\| (i_1, i_2, i_3) (\delta_{\Sigma i, 3} + \delta_{\Sigma i, 6} + \delta_{\Sigma i, 12}) \|_4$$

est constitué par les 17 domaines : [4] + [5] + (124) + (224) + (144) + (244) ; [4] + [5] + (334) ; — [4] + (122) + (223) + (334) ; — [4] + (124) + (223) + (224) + (144) + (244) ; — [4] + (133) + (144) + (244) ; — [4] + (224) + (144) + (244) + [11] ; — [5] + (144) + (244) + [11] ; — (133) + [10] ; — (122) + (233) + (144) ; — (122) + (233) + (334) ; — (122) + [10] ; — [7] + (224) ; — (124) + (133) + (224) + (233) ; — (133) + (144) + [10] ; — (223) + (144) + (334) ; — (224) + (233) + (144) ; — (233) + (144) + [11].

aura à déterminer les conditions générales pour qu'il n'y ait aucun empiètement, et à résoudre diverses autres questions, dont la suivante : la matrice, neutre trouée, étant de classe n et d'ordre p, quel est, pour le genre g, le nombre maximé des vides inactifs intégraux, équivalents ou non, d'étendue supérieure à E ? On montrera qu'une région neutre inactive possède certaines propriétés spéciales quand elle provient de la neutralisation d'un vide inactif intégral. Enfin, on mettra en lumière les liens entre la théorie de ces vides et certains des plus beaux chapitres de l'invariantologie algébrique.

21. Il nous reste à dire quelques mots du problème suivant (¹): *Dans une matrice neutre, pleine ou trouée d'une manière donnée, extrémer les vides produisant un état d'inactivité donné, dans la région neutre ou dans le vide, soit ancien, soit nouveau, soit total.*

On peut considérer que les problèmes des nᵒˢ **9-11** constituent des cas spéciaux de cette question. Mais voici un autre cas, très particulier : Minimer le vide qui, pour chacun des genres $g_1, \ldots, g_k$, rend inactifs au moins q points : α) formant une région donnée de la matrice, β) de positions quelconques, mais r d'entre eux se trouvant dans le vide (en particulier $r = o$, $r = q$) et l'inactivité des zéros devant être simultanée.

On pourrait imposer des conditions, plus restrictives, relatives aux vides inactifs intégraux.

Si $q = 1$, les cas α) et β) se confondent. Si en outre $k = 1$ et $g_1 \equiv g$, la matrice :

$$\left\| * \left(1 - \overset{n}{\underset{1}{\lceil \epsilon \rceil}} \delta_{1,i_\epsilon} \sum_{\omega=1}^{n} \frac{(\pm_\omega)^2 \, \delta_{p,i_{\omega_g}} \overset{g-1}{\underset{1}{\lceil \Gamma \rceil}} \overline{\delta}_{1,i_{\omega_\Gamma}}}{\overset{g}{\underset{1}{\lceil \gamma \rceil}} \delta_{1,i_{\omega_\gamma}}} \right) \right\|_p$$

(¹) Cette question peut être considérée comme étant un problème inverse de celui du nº **16** constitue une solution, le mineur nul étant à l'origine. Le vide, soit (g), est aussi nécessaire et suffisant pour engendrer une région inactive d'étendue

$$1 + (p-2)\left[1 + (n-1)\bar{\delta}_{n,g}\right]$$

et dont la position se voit aisément.

Le vide $(g_1, \ldots, g_k)$ se compose manifestement de l'ensemble des vides $(g_1), \ldots, (g_k)$ et a l'étendue

$$\sum_{\alpha=1}^{K} \binom{n}{g_\alpha} (p-1)^{g_\alpha - 1} \,;$$

et l'on a ici un cas, assez rare, où la solution pour plusieurs genres se compose simplement de l'ensemble des solutions pour chacun de ces genres envisagés séparément.

On voit, en outre, que certain vide d'étendue

$$\sum_{g=1}^{n-1} \binom{n}{g} (p-1)^{g-1}$$

rend inactif pour tous les genres autres que n un domaine d'étendue $1 + n(p-2)$.

TABLE DES MATIÈRES

1. Définitions.
2. Mineurs.
3. Eléments actifs, inactifs.
4. Inactivité simultanée.
5. Pénédéterminants à régions unies.
6. Quelques remarquables matrices neutres trouées.
7. Vides maximés laissant des régions actives.
8. Vides minimés rendant des régions inactives.
9. Domaine neutre extrémant le moindre vide rendant ce domaine inactif. Cas du minimé.
10. Cas du maximé.
11. Domaine neutre extrémant le plus grand vide laissant ce domaine actif.
12. Vides inactifs.
13. Compléments au problème du n° 8.
14. Compléments aux problèmes des nos 9-11.
15. Vides inactifs intégraux.
16. Etat d'inactivité d'une matrice.
17. Extension et réduction de l'inactivité. Exemples.
18. Cas des hypertétraèdres vides.
19. Cas des hypertétraèdres neutres.
20. Propriétés des vides inactifs intégraux.
21. Extrémer le vide produisant une inactivité donnée.

Thermodynamique

Propriétés générales des fluides

CHAPITRE PREMIER

LES CHANGEMENTS D'ÉTAT PHYSIQUE

1. Les phénomènes de la vaporisation d'un liquide. Etat critique. — Quand, à une température constante et suffisamment basse, on diminue progressivement le volume d'une vapeur en la soumettant à une pression croissante, il existe une limite de pression que l'on ne peut dépasser sans changer l'état physique du corps. Dès que l'on atteint cette pression, la vapeur est dite saturée ; si le volume continue à diminuer, une partie de la vapeur se transforme en liquide, et la pression reste constante. La réduction progressive du volume amène enfin la liquéfaction totale, et le corps à l'état liquide se transforme ensuite, à température constante, de telle sorte que, généralement, son volume n'éprouve que de faibles variations, lorsque la pression varie de quantités considérables (1).

L'ensemble de ces phénomènes peut se représenter par une ligne, en prenant pour abscisse le volume du corps et pour ordonnée la pression. On obtient ainsi une ligne isotherme qui, pour une température déterminée T, se compose de trois parties,

---

(1) Sarrau a si bien décrit le phénomène de la vaporisation que nous n'avons pu nous empêcher de lui emprunter certains passages de la description qu'il en donne dans son *Introduction à la théorie des explosifs*, pp. 47 à 51.

MA, AB, BN (fig. 1). Les parties MA et BN se rapportent à la compressibilité du corps, respectivement à l'état gazeux et à l'état liquide.

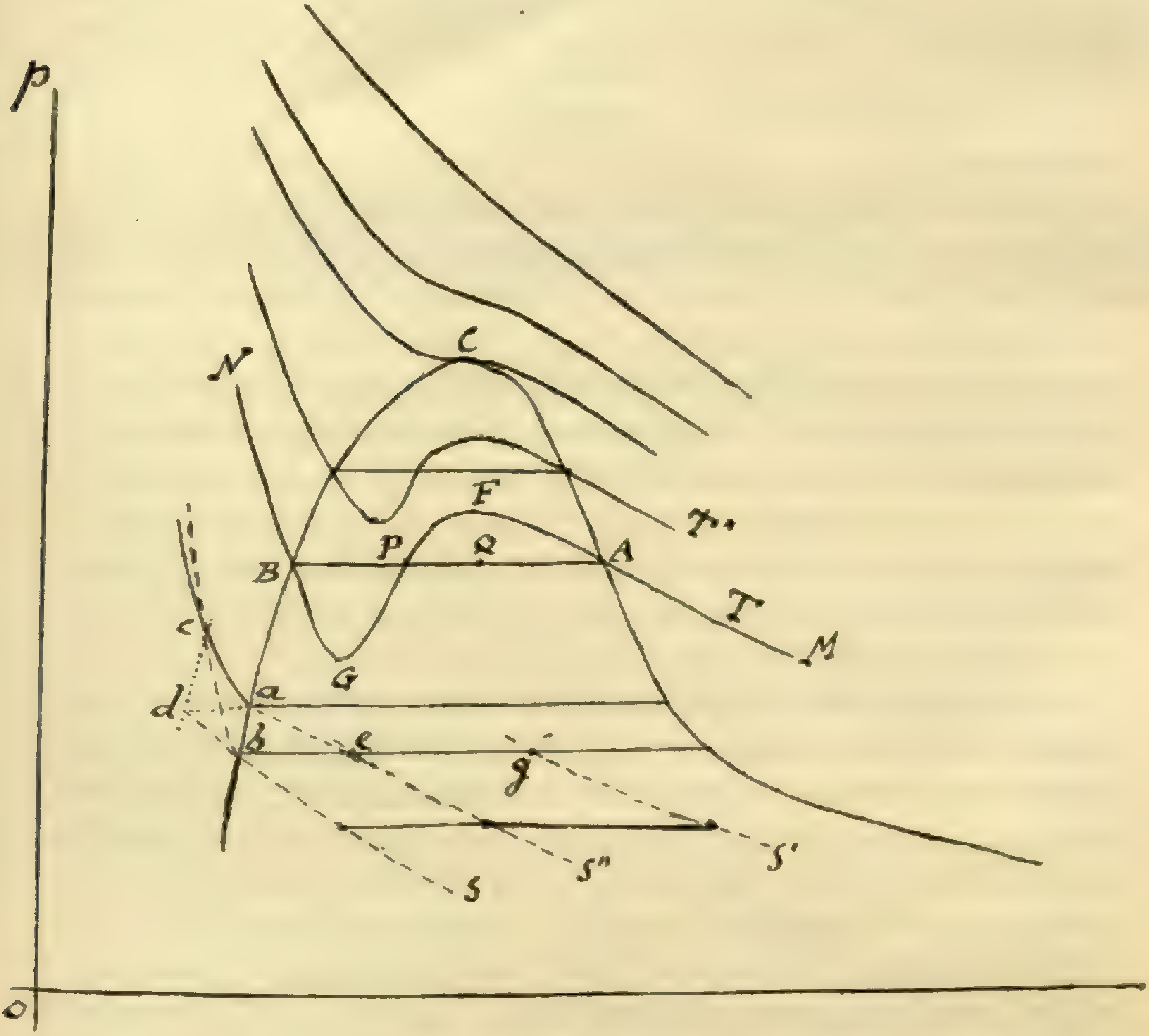


Fig. 1.

La partie AB rectiligne et parallèle à l'axe des volumes, correspond à la liquéfaction progressive de la vapeur. L'ordonnée de cette droite est la *tension* P *de la vapeur saturée* à la température T ; les abscisses des points A et B sont respectivement les volumes de la vapeur et du liquide, à l'état de saturation.

Au point A la liquéfaction commence, au point B elle est complète. En un point quelconque Q, situé entre A et B, la liquéfaction est partielle, et l'on voit aisément que le point Q est le centre de gravité de la quantité de vapeur et de la quantité de liquide, en supposant ces quantités concentrées respectivement aux points A et B.

Pour une température T′ supérieure à T, la ligne isotherme présente une forme analogue à la précédente ; la droite AB s'élève ; mais les points A et B se rapprochent, parce que le poids spécifique de la vapeur saturée augmente avec la température, tandis que celui du liquide diminue, et ce rapprochement des points A et B continue jusqu'à ce que l'on atteigne une température déterminée T_c que l'on appelle la *température critique* du corps. Les points A et B se confondent alors en un point unique C, où la ligne isotherme, devenue continue, présente une inflexion avec tangente parallèle à l'axe des volumes. Au point C correspondent un volume v_c et une pression P_c qui, avec la température corrélative, caractérisent ce que l'on appelle l'*état critique* du fluide.

A des températures supérieures à la température critique, la ligne isotherme tend à se confondre, pour des valeurs croissantes de la température, mais seulement dans sa partie la plus éloignée vers les grands volumes, avec une hyperbole équilatère correspondant à l'équation d'état des gaz parfaits, $pv = RT$.

2. Expériences d'Andrews. La continuité entre l'état liquide et l'état gazeux. — Cette disposition des lignes isothermes ressort des mémorables expériences d'Andrews sur l'acide carbonique. Elle est générale, se présente dans la transformation thermique de tous les corps, et sa découverte a été l'origine de progrès considérables dans la théorie des fluides.

Elle fournit l'explication précise d'un grand nombre de phénomènes par la considération de la *courbe de saturation* ACB qui joint les extrémités des droites de liquéfaction. Cette courbe sépare deux régions du plan : dans la région intérieure le fluide peut exister simultanément sous deux états distincts, liquide et gazeux, à la même température et sous la même pression. Le volume du corps est indéterminé ; il peut varier depuis le volume de la vapeur saturée jusqu'à celui du liquide. Dans la région extérieure, un seul volume correspond à une température et à une pression déterminées.

Lorsque la température dépasse la température critique, deux états distincts ne peuvent coexister ; il est impossible, quelle que soit la pression, d'apercevoir une condensation ou une vaporisation. La liquéfaction ou la vaporisation ne sont réalisables que par suite de transformations telles, que la ligne représentative correspondante traverse la courbe ACB de saturation. Un trajet ne remplissant pas ces conditions amène le corps de l'état liquide à l'état gazeux, et inversement, sans aucune transition appréciable. Il y a donc continuité entre ces états dans toute la région du plan extérieure à la courbe ACB.

3. Les lignes isothermes continues de J. Thomson. — Deux ans après les expériences d'Andrews, James Thomson modifiait les lignes isothermes discontinues, correspondant à des températures inférieures à la température critique, en imaginant la droite de liquéfaction remplacée par une courbe AFGB se raccordant avec les deux branches curvilignes MA et BN du tracé d'Andrews, de telle sorte que l'ordonnée présente aux points F et G un maximum et un minimum.

Cette courbe MAFGBN, dont la forme était obtenue en modifiant graduellement au-dessous de la température critique l'allure des courbes observée aux températures plus élevées, devait être considérée, dans l'esprit de J. Thomson, comme représentant un passage graduel de l'état gazeux à l'état liquide, pendant lequel la masse tout entière du corps serait restée constamment homogène.

Le phénomène correspondant à cette conception théorique est, en apparence, partiellement réalisable. Il est bien connu sous le nom de retard à l'ébullition d'un liquide, ou de retard à la condensation d'une vapeur. On sait que, dans certaines conditions, un liquide peut être soumis, sans vaporisation sensible, à des pressions inférieures à la tension de sa vapeur saturée, à la température considérée. La modification qu'il subit alors serait représentée par une portion de la courbe BG ; elle se produirait jusqu'à ce qu'enfin, à quelque point entre B et G, l'ébullition se manifesterait brusquement. D'autre part, des expériences de Wüllner et Grotrian ont établi qu'une vapeur peut conserver l'état gazeux, sans liquéfaction sensible, sous des pressions supérieures à celle qui, dans les conditions ordinaires, caractérise l'état de saturation : sa modification serait alors représentée par une portion de la courbe AF, et elle se produirait jusqu'à ce qu'enfin, à quelque point entre A et F, la liquéfaction se manifesterait brusquement suivant une modification irréversible.

Quant aux transformations représentées par la portion FG, elles sont telles que la pression augmenterait avec le volume ; elles correspondraient à des états d'équilibre instable et physiquement irréalisables. Toutefois J. Thomson estimait que ces modifications sont théoriquement concevables, et, leur appliquant les règles de la thermodynamique sur les *transformations réversibles*, il arrivait à démontrer que la droite de liquéfaction AB devait couper la branche AFGB en un point P tel que les deux aires AFP et PGB devaient être égales.

4. Insuffisance de la démonstration donnée de l'égalité des aires limitées par la droite de liquéfaction. — En effet, dit-on, suivant un théorème attribué à Maxwell, la droite AB et la partie de courbe AFPGB représentent deux trajets isothermes par lesquels le corps peut passer de l'état entièrement gazeux à l'état entièrement liquide. La variation d'énergie est indépendante du trajet adopté ; il en est de même pour la variation d'entropie, et comme la température a une valeur constante, la quantité de chaleur à céder à l'extérieur est la même dans les deux cas. Il en résulte, d'après le principe de conservation de l'énergie, que le travail consommé $\int pdv$ est aussi le même pour les deux transformations, ce qui démontrerait la proposition.

En fait, comme nous aurons l'occasion de le voir, dans un ouvrage qui suivra celui-ci, il existe bien des systèmes de lignes isothermes, ayant l'allure générale des isothermes de Thomson, dont les parties extérieures à la courbe de saturation donnent une représentation satisfaisante des propriétés des fluides, et dont les parties intérieures à la courbe de saturation vérifient la proposition qui vient d'être énoncée sans que, d'ailleurs, ce soit cette proposition qui ait servi de base pour déterminer la position de la droite de liquéfaction. Il n'en est pas moins vrai que la démonstration qui vient d'être donnée soulève bien des objections.

La transformation envisagée dans cette démonstration, en ce qui concerne le trajet AFPGB n'est pas réversible ; on ne peut donc lui appliquer les règles de la réversibilité qui apprennent qu'à température constante le volume et la pression d'un corps varient en sens inverse. Si cette transformation n'est pas réversible, elle n'est pas davantage irréversible, car on ne peut en imaginer l'exécution ni dans le sens AFPGB ni dans le sens opposé BGPFA. Enfin elle ne représente pas non plus une succession d'états instables, qui est contraire à toutes les tendances de la nature. Elle est donc, non seulement irréalisable, mais aussi inconcevable.

Une conclusion à tirer de cette discussion est digne d'attention, c'est que si, comme il est dit plus haut, on a pu imaginer des systèmes d'isothermes continues dont les parties extérieures à la courbe de saturation représentent convenablement les faits observés, il faut bien se garder d'admettre que les parties intérieures à cette courbe puissent avoir une signification physique quelconque. Les points de ces parties les plus proches de la courbe peuvent, sans doute, représenter les retards à l'ébullition et à la condensation, mais avec une approximation qui ira rapidement en diminuant à mesure que ces points s'éloigneront vers l'intérieur de la courbe. Quant à la partie FG, elle ne répond à aucun phénomène que l'on puisse concevoir. C'est là une imperfection inhérente aux systèmes de lignes isothermes continues que l'on rencontre dans la plupart, sinon dans la totalité, des équations d'état qui ont été proposées pour les fluides.

5. Formule de Clapeyron. — La vaporisation d'un liquide est régie par une formule très importante, la formule de Clapeyron. Elle se déduit très simplement de la loi générale de l'équilibre qui exige que le potentiel chimique h d'un corps dans un système ait même valeur dans toutes les phases que comporte ce système. S'il s'agit d'un liquide en voie de vaporisation à une température fixe T, le potentiel h_1 du corps à l'état de vapeur sera égal au potentiel h_2 du même corps à l'état liquide. Si la vaporisation s'opère à une température $T + dT$ infiniment voisine de la précédente, les potentiels du corps dans les deux états seront encore égaux : ils auront donc varié d'une même quantité, et $dh_1 = dh_2$.

La différentielle du potentiel h d'un corps pur, exprimée en fonction de ses variables normales, la pression p et la température absolue T, est :

$$dh = - SdT + vdp$$

S et v étant l'entropie et le volume moléculaires du corps. Si S_1, S_2 et v_1, v_2 représentent ces variables pour le corps pris successivement à l'état de vapeur et à l'état liquide, on aura, en remplaçant p par P, pour bien spécifier qu'il s'agit d'une tension de vapeur :

$$dh_1 = dh_2 = -S_1 dT + v_1 dP = -S_2 dT + v_2 dP$$

d'où l'on tire :

$$(1) \qquad \frac{\partial P}{\partial T} = \frac{S_1 - S_2}{v_1 - v_2}$$

C'est la formule de Clapeyron. En multipliant chaque membre par T, et en désignant $(S_1 - S_2)\,T$, qui est la chaleur moléculaire de vaporisation, par le symbole L, on obtient cette formule sous sa forme classique :

$$(2) \qquad T\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{L}{v_1 - v_2}$$

C'est un fait d'expérience bien connu que la vaporisation d'un liquide s'opère toujours avec absorption de chaleur et augmentation de volume : L et $v_1 - v_2$ sont toujours positifs ; il en est donc de même de $\frac{\partial P}{\partial T}$, en sorte que la tension de la vapeur saturée d'un liquide croît toujours avec la température. Il semble même, d'après les faits d'expérience, que $\frac{\partial P}{\partial T}$ soit, non seulement positif, mais aille toujours en croissant avec la température, jusqu'au point critique sans jamais tendre vers zéro, en sorte que la courbe qui représente la tension de vapeur en fonction de la température serait toujours convexe vers l'axe des T.

6. Les phénomènes de la sublimation et de la fusion d'un solide. — La formule de Clapeyron ne s'applique pas seulement à la vaporisation d'un liquide : la démonstration qui précède est encore valable pour la sublimation, comme pour la fusion d'un solide : h_3 étant le potentiel du corps à l'état solide, le phénomène de changement d'état physique s'opère en satisfaisant, suivant le cas, à la relation

$$h_3 = h_1, \qquad \text{ou} \qquad h_3 = h_2,$$

ce qui donnera, S_3 et v_3 étant l'entropie et le volume moléculaires du corps à l'état solide,

$$\frac{\delta P}{\delta T} = \frac{S_3 - S_1}{v_3 - v_1}, \qquad \text{ou} \qquad \frac{\delta P}{\delta T} = \frac{S_3 - S_2}{v_3 - v_2}.$$

Les trois cas sont compris dans la formule générale

$$(3) \qquad \frac{\delta P}{\delta T} = \frac{\Delta S}{\Delta v}$$

ΔS et Δv étant les variations d'entropie et de volume dans le changement d'état envisagé.

La sublimation d'un solide correspond toujours, comme la vaporisation d'un liquide, à une absorption de chaleur et à une augmentation de volume, le plus souvent, considérable. La tension de la vapeur saturée du solide croît donc aussi toujours avec la température ; mais la fusion du solide qui absorbe aussi toujours de la chaleur, ne s'opère pas nécessairement avec une augmentation du volume, et le coefficient différentiel $\frac{\delta P}{\delta T}$ peut devenir négatif, comme il arrive pour l'eau dont la densité est plus grande à l'état liquide qu'à l'état solide.

7. Le triple point. Le changement d'état stable. — En général, un corps chimiquement pur ne peut coexister que dans deux états physiques différents, en contact dans un même système, sauf à une température particulière, caractérisée par les conditions d'équilibre $h_1 = h_2 = h_3$, et à laquelle le corps peut se séparer, sous une même pression, en trois phases différentes, l'une solide, l'autre liquide et la troisième gazeuse. Quand cette circonstance se présente, les trois courbes dont les ordonnées représentent les pressions, et les abscisses les températures, pour chacun des trois changements d'état, se coupent en un même point qu'on appelle le *triple point*.

A température croissante, la courbe de sublimation du solide, d'abord située au-dessous de la courbe de vaporisation du liquide, passe au-dessus de cette dernière à partir du triple point. Cette disposition montre bien que, de ces deux changements d'état, celui qui est stable à une température inférieure à celle du triple point, c'est la sublimation du solide, tandis qu'à une température supérieure, c'est la vaporisation du liquide qui devient stable. Dans le premier cas, en effet, la tension de vaporisation étant supérieure à la tension de sublimation, si l'on mettait en contact le corps pris dans ses trois états d'agrégation, il s'établirait un phénomène de distillation isotherme qui ne finirait qu'avec la disparition de l'état liquide auquel correspond la plus forte tension de vapeur. Dans le second cas, au contraire, le même phénomène de distillation se produirait, mais en sens inverse, et jusqu'à complète disparition de l'état solide, auquel correspond la plus forte tension de vapeur.

8. Réserves à faire sur la formule de Clapeyron, appliquée à la fusion et à la sublimation. — La démonstration de la formule de Clapeyron repose sur la considération d'une transformation thermo-élastique qui ne met en jeu que deux espèces d'énergie. C'est une conception théorique, qui n'est jamais rigoureusement réalisée en pratique. La vaporisation d'un liquide s'en approche cependant dans une mesure suffisante pour avoir permis, dans des cas nombreux, la vérification de la formule. La fusion ou la sublimation est un phénomène plus complexe, dans lequel se trouve engagé un corps à l'état solide, possédant une énergie de *forme* dont il est difficile de le supposer dépouillé, et dont les effets, le plus souvent, ne sauraient être négligés dans la transformation à envisager pour établir la formule ; il n'en est cependant tenu aucun compte dans la démonstration. Aussi ne peut-on accorder à cette formule une égale confiance dans son application aux trois changements d'état physique, et celle qui concerne la vaporisation d'un liquide offre beaucoup plus de sécurité. C'est d'ailleurs la seule dont nous aurons à faire l'emploi.

9. Règles observées par les lignes adiabatiques à l'intérieur de la courbe de saturation et à leur sortie de cette courbe. — Ces règles ont été signalées par M. C. Raveau (1) : il est utile de les connaître.

Observons tout d'abord que les lois du déplacement de l'équilibre thermo-élastique assignent, d'une façon absolument générale, les propriétés suivantes aux lignes isothermiques et aux lignes adiabatiques :

---

(1) Journal de Physique. Année 1892, p. 461.

1° Pour chaque système, l'ordonnée varie en sens inverse de l'abscisse, la ligne progressant dans la direction positive des axes de coordonnées (*ov, op*), à mesure que la température ou l'entropie croît.

2° Chaque ligne d'un système coupe en un seul point chaque ligne de l'autre système, la ligne adiabatique passant, de droite à gauche, au-dessus de la ligne isothermique.

Ces règles indiquent comment sont disposées, l'une par rapport à l'autre, les deux lignes qui se coupent en un point quelconque de la courbe de saturation. Mais il convient d'en signaler quelques autres, caractéristiques de l'état de saturation.

A l'intérieur de la courbe de saturation, la distance des adiabatiques, comptée parallèlement à l'axe des v, va en croissant à mesure que la température s'abaisse.

Soient deux de ces adiabatiques, correspondant aux valeurs S' et S'' de l'entropie ($S' > S''$), et qui traversent une ligne de liquéfaction, relative à une température quelconque, aux deux points g, e d'abscisses v' et v'' ($v' > v''$) : on aura :

$$\frac{S' - S''}{v' - v''} = \frac{\delta P}{\delta T}$$

Cela résulte immédiatement de la formule (1) de Clapeyron, dans laquelle $\frac{S_1 - S_2}{v_1 - v_2}$ représente la variation d'entropie, le long de la ligne de liquéfaction, pour chaque variation de volume égale à l'unité, en sorte que l'on peut remplacer $S_1 - S_2$ par $S' - S''$ à la condition de remplacer $v_1 - v_2$ par $v' - v''$.

Si l'on choisit une autre droite de liquéfaction, on aura toujours :

$$\frac{\delta P}{\delta T}(v' - v'') = S' - S'' = \text{const.} ;$$

$v' - v''$ est le segment de la droite intercepté entre les deux adiabatiques, et comme la courbe qui représente la tension de vapeur en fonction de la température est convexe vers l'axe des T d'après tous les faits connus [**5**], $\frac{\delta P}{\delta T}$ va en décroissant avec la température : le segment $v' - v''$ va donc en croissant, et comme le dit si bien M. Raveau, le faisceau des adiabatiques s'épanouit à mesure que la température s'abaisse.

En pénétrant à l'intérieur de la courbe de saturation, les adiabatiques se réfractent et leur direction se rapproche de celle de l'axe des v.

Soit c un point infiniment voisin de la courbe de saturation, du côté, par exemple, qui correspond à la liquéfaction de la vapeur, ca et cb l'isotherme et l'adiabatique qui passent par ce point : déterminons, sur le prolongement de la droite de liquéfaction passant en a, le point d où viendrait passer l'adiabatique bS, si elle se prolongeait régulièrement en dehors de la courbe de saturation.

En menant l'adiabatique ae, nous formons deux cycles de Carnot infiniment petits $daeb$, $caeb$ qui sont décrits entre deux températures et deux adiabatiques ayant les mêmes valeurs ; les surfaces limitées par ces cycles, sont donc égales ; d'où résulte l'égalité des triangles acb, adb, et le point d se trouve sur une parallèle, menée par c, à l'élément ab de la courbe de saturation, ce qui démontre le théorème.

CHAPITRE II

LES GAZ PARFAITS

10. La constante absolue des gaz parfaits. — Il est universellement admis qu'un gaz réel, dont le volume augmente indéfiniment à température invariable, tend à satisfaire à la relation

$$(1) \qquad pv = \mathrm{RT}.$$

On dit alors que le gaz réel est devenu parfait : et dans ce cas limite, l'équation (1) est son équation d'état. Si le gaz, chimiquement pur, est pris sous son poids moléculaire, en vertu du principe d'Avogadro, R est une même constante pour tous les corps.

La température absolue T étant 273°,09 au zéro de l'échelle centigrade, le poids moléculaire du corps étant exprimé en grammes, le volume qu'il occupe en litres, et la pression qu'il supporte en atmosphères, la valeur de la constante R des gaz parfaits, adoptée officiellement par le Congrès international de Chimie, à Rome, en 1906, est :

$$R = 0{,}08207. \tag{2}$$

Ce n'est pas la seule valeur numérique de la constante R que l'on ait à considérer dans les applications. Avec les unités adoptées ci-dessus, le travail est mesuré en prenant la pression atmosphérique par décimètre carré pour unité de pression et le litre pour unité de volume : dans certains calculs importants pour le chimiste, le travail est mesuré en prenant pour unité l'unité de chaleur, c'est-à-dire la calorie ; et la valeur de R doit être modifiée en la multipliant par le nombre de calories que représentait l'unité de travail primitivement adoptée, c'est-à-dire par $24{,}19\left(= \frac{760 \times 13{,}596}{427{,}2}\right)$, ce qui donne :

$$R = 0{,}03207 \times 24{,}19 = 1.985. \tag{3}$$

11. L'énergie libre, l'entropie et les deux chaleurs spécifiques. — On tire de l'équation (1) pour l'énergie libre I des gaz parfaits, exprimée en fonction de ses variables normales v et T,

$$-I = \int \frac{\partial I}{\partial v}\, dv = \int p\, dv = \int \frac{RT}{v}\, dv = RT \log v - \Phi, \tag{4}$$

Φ étant une fonction de la température introduite par l'intégration, et qui nous est encore inconnue. Elle joue cependant un rôle important dans les propriétés des gaz parfaits, des gaz réels et même des fluides en général ; mais elle n'a donné lieu jusqu'ici à aucune recherche, ni théorique ni expérimentale.

La formule (4) donne pour l'entropie S :

$$S = -\frac{\partial I}{\partial T} = R \log v - \frac{\partial \Phi}{\partial T} \tag{5}$$

et pour la capacité calorifique moléculaire sous volume constant

$$(6) \qquad C_v = T\frac{\delta S}{\delta T} = -T\frac{\delta^2 \Phi}{\delta T^2}.$$

Si l'on exprime S en fonction de p et de T, en remplaçant, dans l'équation (5), v par sa valeur tirée de (1), il vient :

$$S = R \log \frac{RT}{p} - \frac{\delta \Phi}{\delta T},$$

ce qui donne pour la capacité calorifique moléculaire sous pression constante, en dérivant et en multipliant par T,

$$(7) \qquad C_p = T\frac{\delta S}{\delta T} = R - T\frac{\delta^2 \Phi}{\delta T^2} = R + C_v$$

d'où la formule bien connue,

$$(7) \qquad C_p - C_v = R.$$

L'expérience montre que C_p et C_v sont des quantités variables avec la température, contrairement à ce que l'on suppose bien souvent, au moins dans les applications. Mais ces fonctions de la température prennent, au zéro absolu, deux valeurs déterminées que nous désignerons par C et c, et qui obéissent encore à la formule (7), en sorte que ces deux constantes sont liées à la constante R par la relation

$$(8) \qquad C - c = R.$$

Si l'on désigne par m le rapport limite, au zéro absolu, des deux chaleurs spécifiques, on déduit de la relation (8) :

$$(9) \qquad \frac{C}{R} = \frac{C}{C-c} = \frac{m}{m-1} \quad \text{ou} \quad C = \frac{m}{m-1} R,$$

$$(10) \qquad \frac{c}{R} = \frac{c}{C-c} = \frac{1}{m-1} \quad \text{ou} \quad c = \frac{1}{m-1} R.$$

12. L'énergie U et la fonction Φ. — On a, entre l'énergie U d'un gaz parfait et son énergie libre I, la relation $U = I + ST$, et les équations (4) et (5), donnent pour l'énergie U

$$(11) \qquad U = \Phi - T\frac{\delta \Phi}{\delta T} = -T^2 \frac{\delta}{\delta T}\left(\frac{\Phi}{T}\right).$$

L'énergie U n'est fonction que de la température.

Si C_v avait toujours la valeur constante c, on tirerait de l'équation (6), en intégrant deux fois :

$$\Phi = cT - cT \log T + AT + B$$

A et B étant deux constantes introduites par la double intégration. La formule qui précède n'est évidemment pas exacte, mais la forme qui en résulte pour Φ engage à poser :

$$(12) \qquad \Phi = cT - cT \log T + R\varphi$$

φ étant une nouvelle fonction de la température dont la considération sera plus commode que celle de la fonction Φ.

On tire de cette expression de Φ, eu égard à (10),

$$(13) \quad \frac{\delta \Phi}{\delta T} = - c \log T + R \frac{\delta \varphi}{\delta T} = R\left(\frac{\delta \varphi}{\delta T} - \log T^{\frac{1}{m-1}}\right).$$

Et la formule (5) qui donne l'entropie prend la forme

$$(14) \qquad \frac{S}{R} = \log vT^{\frac{1}{m-1}} - \frac{\delta \varphi}{\delta T}.$$

En dérivant (13) et multipliant par T, l'équation (6) deviendra :

$$(15) \quad C_v = c - RT \frac{\delta^2 \varphi}{\delta T^2} = c\left(1 - (m-1)\, T \frac{\delta^2 \varphi}{\delta T^2}\right)$$

ce qui nous fixe sur deux conditions que devra remplir la fonction inconnue φ, résultant de ce que C_v, quantité essentiellement positive, devient égale à c au zéro absolu. Ces conditions sont les suivantes :

$$(16) \qquad T \frac{\delta^2 \varphi}{\delta T^2} = 0 \qquad \text{pour } T = 0$$

$$1 - (m-1)\, T \frac{\delta^2 \varphi}{\delta T^2} > 0 \qquad \text{quel que soit T.}$$

Les formules (4) et (11) deviennent :

$$(17) \quad \frac{I}{RT} = - \log v + \frac{c}{R} - \frac{c}{R} \log T + \frac{\varphi}{T}$$

$$= \frac{\varphi}{T} + \frac{1}{m-1} - \log vT^{\frac{1}{m-1}}.$$

$$\frac{U}{RT} = \frac{1}{m-1} + \frac{\varphi}{T} - \frac{\delta\varphi}{\delta T}. \tag{18}$$

On remarquera enfin que l'équation (14) peut être mise sous la forme :

(19
$$\frac{vT^{\frac{1}{m-1}}}{e^{\frac{\delta\varphi}{\delta T}}} = e^{\frac{S}{R}}.$$

En sorte que la loi des transformations adiabatiques s'obtient en égalant à une constante le second membre de la formule (19). C'est la *formule de Poisson corrigée* (voir Ch. Phys. de l'auteur, t. I$^{\text{er}}$, p. 34), quand on ne réduit pas à une simple constante la fonction $\frac{\delta\varphi}{\delta T}$, ainsi qu'on le fait couramment.

13. Mesure de l'entropie et de l'énergie à partir d'un état initial convenablement choisi. — Il semble que l'attention n'ait pas été jusqu'ici suffisamment appelée sur la convenance qu'il y avait à choisir, pour tous les corps, un état initial commun, facile à repérer, et à partir duquel seraient mesurées leur entropie et leur énergie. On est conduit à un choix judicieux de cet état par la formule de Clapeyron [**5**] qui donne la chaleur de vaporisation L d'un corps, condensé sous la forme solide ou liquide,

$$\frac{\delta P}{\delta T} = \frac{\Delta S}{\Delta v} = \frac{L}{T\Delta v}. \tag{20}$$

On a vu que la variation d'entropie ΔS et de volume Δv, pour le passage de l'état condensé, solide ou liquide, à l'état de vapeur saturée, à tensions fixes (P, T), sont deux quantités essentiellement positives, d'où résulte que la tension de la vapeur saturée croît toujours avec la température. Aux températures inférieures à celle du triple point, l'état stable correspond à la vaporisation du liquide [**7**]. A mesure que la température s'abaisse au-dessous du triple point, le volume du corps primitivement solidifié et entièrement transformé en vapeur, s'accroît sans limite, et finit par devenir assez grand pour que cette vapeur saturée puisse être considérée comme gaz parfait. Sa température continuant à s'abaisser, les tensions P et T seront désormais liées au volume v_1 du corps vaporisé sous son poids moléculaire, par la relation

$$Pv_1 = RT \qquad \text{ou} \qquad \frac{P}{T} = \frac{R}{v_1}$$

d'où l'on tire, v_1 devenant infini,

$$(21) \qquad \text{Lim}\,\frac{P}{T} = 0 \qquad \text{pour } T = 0.$$

La pression supportée par le corps pris entièrement à l'état solide, non seulement tend vers zéro avec la température, mais devient infiniment petite par rapport à cette température ; ce qui signifie que la courbe des tensions de la vapeur saturée, rapportée aux deux axes OP et OT, est tangente à son origine O, à l'axe des températures.

C'est cet état limite et stable du corps solidifié que nous adopterons comme état initial. Par définition, l'énergie de ce corps et son entropie sont nulles. Il se trouve alors à la température du zéro absolu, et n'exerce aucune pression sur l'extérieur. S'il émet encore une vapeur, elle est tellement raréfiée, qu'il n'en existe aucune quantité appréciable dans un volume fini.

14. L'entropie des gaz parfaits aux très basses températures. — Ces simples considérations conduisent aisément à des conclusions intéressantes.

Une croyance très répandue est que l'entropie d'un gaz parfait devient infinie négativement, quand sa température tend vers le zéro absolu, tandis que son volume ou sa pression resterait invariable (1). Examinée de près, cette affirmation ne correspond à aucune réalité possible.

Un gaz sensiblement parfait à la température ordinaire, tel que l'hydrogène, ne peut pas subsister dans cet état sous un volume fini, si l'on vient à abaisser indéfiniment sa température. Ce gaz, comme tous les corps, possède un état critique à partir duquel il peut exister comme vapeur saturée, sa température et sa pression décroissant progressivement, comme on vient de le voir, jusqu'à devenir nulles, tandis que son volume s'accroît indéfiniment. Si donc, sous un volume constant v, et plus grand, par exemple, que son volume critique, on abaisse sa température, il finira par atteindre l'état de vapeur saturée : et tout nouvel abaissement de sa température aura pour effet de condenser cette vapeur, en sorte qu'au zéro absolu on aura, non pas un gaz parfait, mais un corps solide avec une quantité inappréciable de gaz occupant une partie du volume v.

---

(1) *Leçons de Thermodynamique*, par le Dr Max Planck (Traduction française 1913, p. 276 et 300).

Si c'est la pression qui reste invariable, supposons, pour préciser, que cette pression soit inférieure à la pression critique, et que le gaz parte d'un état à considérer comme vapeur sèche. Son volume ira en décroissant avec la température d'après l'équation (1), et il arrivera à l'état de vapeur saturée, quand il aura atteint la température de condensation qui correspond à la pression constante qu'il supporte. A ce moment, toute tentative pour abaisser sa température aura pour seul effet de le condenser entièrement à température constante ; après quoi, sa température pouvant reprendre sa marche descendante, il finira par atteindre le zéro absolu, à l'état d'un corps solide soumis à la pression donnée.

Un corps ne peut rester gazeux, quand on abaisse indéfiniment sa température, qu'à la condition de faire croître son volume, en même temps, au delà de toute limite, de manière qu'il conserve l'état de vapeur sèche ou, tout au moins, l'état de vapeur saturée. Il devient alors forcément gaz parfait, obéit à la relation (1), et sa pression doit nécessairement tendre vers zéro avec la température.

Son entropie se présente alors, d'après la formule (14), non comme une quantité infinie négativement, mais sous une forme indéterminée. Cette indétermination est réelle, et l'entropie d'un gaz parfait, aux très basses températures, peut avoir une infinité de valeurs différentes. C'est bien ce que démontre d'une façon péremptoire la détente adiabatique d'un gaz, et pendant laquelle son entropie initiale, qui peut avoir une infinité de valeurs différentes, demeure constante, tandis que sa température et sa pression tendent vers zéro.

15. Valeur limite de l'entropie d'un gaz au zéro absolu. — Parmi toutes ces valeurs limites de l'entropie d'un gaz, il en est une qui est particulièrement intéressante, c'est celle qui correspond au cas où le gaz se détend en restant, à partir d'une température suffisamment basse, à l'état de vapeur saturée. Son entropie, fonction de la température seule, tend alors vers une valeur bien déterminée, qu'il devient facile de trouver, et qui est sa valeur minima.

Dans ce cas, pour une température très voisine du zéro absolu, la différence Δv entre le volume très grand v_1 du corps supposé à l'état gazeux et le volume v_0 du corps supposé entièrement à l'état solide, peut être remplacée par le volume v_1, c'est-à-dire par $\frac{RT}{P}$, et la formule (20) devient, ΔS pouvant être remplacé lui-même par S_0, valeur limite de l'entropie d'un gaz au zéro absolu,

$$\frac{\delta P}{\delta T} = \frac{S_0}{R}\,\frac{P}{T}.$$

On tire de cette équation différentielle, par une intégration qui introduit la constante K :

$$P = KT^{\frac{S_0}{R}}. \qquad (22)$$

$\frac{P}{T}$ doit tendre vers zéro d'après (21) ; il en résulte que l'entropie limite S_0 est positive et supérieure à R. On peut d'ailleurs remplacer, dans cette formule, P par $\frac{RT}{v_1}$; ce qui donne :

$$\frac{R}{K} = v_1 T^{\frac{S_0}{R}-1}. \qquad (23)$$

Quand une vapeur saturée s'approche du zéro absolu, le produit $v_1 T^{\frac{S_0}{R}-1}$ tend vers une valeur déterminée $\frac{R}{K}$. La formule (14) s'applique aussi à cet état limite ; et si l'on désigne par A la valeur limite de $\frac{\delta\varphi}{\delta T}$, en posant :

$$\left(\frac{\delta\varphi}{\delta T}\right)_{T=0} = A, \qquad (24)$$

la formule (14) deviendra :

$$(25) \qquad e^{\frac{S_o}{R}+A} = v_1\, T^{\frac{1}{m-1}}.$$

Les deux formules (23) et (25) doivent être identiques, d'où découlent quelques conséquences d'une importance capitale. On en tire (¹) :

$$(26) \qquad \frac{S_o}{R} - 1 = \frac{1}{m-1}, \qquad \text{ou} \qquad S_o = \frac{m}{m-1}\, R = C,$$

$$K = \frac{R}{e^{\frac{m}{m-1}+A}}.$$

Les formules (22) et (23) ou (25) deviennent donc

$$(27) \qquad P = \frac{R}{e^{\frac{m}{m-1}+A}}\, T^{\frac{m}{m-1}} = \frac{R}{e^{\frac{C}{R}+A}}\, T^{\frac{C}{R}},$$

$$(28) \qquad v_1\, T^{\frac{1}{m-1}} = e^{\frac{m}{m-1}+A}.$$

D'après (26), l'augmentation que subit l'entropie d'un corps solide, pris sous son poids moléculaire, pour se vaporiser entièrement à très basse température en prenant l'état de gaz parfait, tend vers la constante C, quand la température tend vers le zéro absolu.

16. La tension de la vapeur saturée aux basses températures. — En faisant décroître la température à partir du triple point, la vapeur émise par un corps solide, comme d'ailleurs celle qui est émise par un liquide en surfusion, suit déjà très sensiblement les lois des gaz parfaits. A la température de la glace fondante la tension de la vapeur d'eau est de $4^{mm}.5$ environ, et cette vapeur occupe 190 000 à 200 000 fois le volume du corps condensé. On

---

(¹) Ainsi, la véritable valeur de S_o est C et non pas R, comme nous a conduit à le dire une faute de raisonnement qui nous a échappé dans l'une de nos communications à l'Académie des Sciences (C. R , t. 64, 1917, p. 343).

peut donc, aux basses températures, faire l'emploi des formules (27) et (28), qui seront d'autant plus exactes que la température sera plus voisine du zéro absolu. Elles ont, au point de vue théorique, une importance considérable.

Dans la démonstration de ces formules, il a été implicitement supposé qu'il s'agissait de la vapeur émise par un corps solide ; mais en dessous du triple point, le corps peut aussi exister à l'état instable de liquide surfondu, émettant une vapeur dont la tension est supérieure à celle de la vapeur émise par le corps solidifié à la même température. M. G. Tammann a signalé le bétol et la benzophénone comme se prêtant au phénomène de surfusion à un degré remarquable. Tout ce qui a été dit précédemment, s'applique également au cas où le corps condensé serait supposé à l'état liquide. Il arrive à la température du zéro absolu avec une tension de vapeur nulle : la courbe des tensions est tangente à l'axe des températures, et se confond, pour ainsi dire, avec la courbe des tensions de la vapeur émise par le corps solidifié. Les deux courbes se rejoignent sous un angle très aigu au triple point, et doivent peu s'écarter l'une de l'autre. Enfin la variation d'entropie, pour le passage de l'état liquide à l'état de vapeur saturée, est encore égale à C, au zéro absolu, en sorte qu'à cette température *le corps a même entropie dans ses deux états de condensation.*

Il supporte aussi une même pression : son volume seul pourrait différer dans les deux états, et il passerait de l'un à l'autre sans aucune autre manifestation extérieure qu'un changement de volume. Il semble qu'on soit ainsi amené d'une façon irrésistible à cette conclusion, que l'état solide et l'état liquide se confondent au zéro absolu, sous une pression nulle, dans une sorte d'état amorphe et critique qui ne permet plus de les distinguer.

Quoi qu'il en soit, les considérations qui précèdent montrent bien que la formule (27) régit avec une approximation de même ordre, aux basses températures, la tension de la vapeur saturée, quel que soit l'état de condensation, solide ou liquide, du corps qui émet cette vapeur.

Aux basses températures, on peut remplacer, dans la formule (19) $\frac{\delta \varphi}{\delta T}$ par sa valeur limite A ; on retrouve alors la loi des transformations adiabatiques des gaz parfaits, régie par la formule de Poisson

$$vT^{\frac{1}{m-1}} = \text{const.}$$

mais cette formule n'est applicable qu'aux températures très voisines du zéro absolu.

17. Valeur limite de la chaleur de vaporisation d'un liquide et de l'énergie du gaz produit par cette vaporisation. — D'après ce que l'on a vu plus haut, form. (26), l'entropie S_0 d'un gaz dont la température s'approche du zéro absolu, et comptée à partir de l'état initial que nous avons choisi, tend vers la même limite C que la chaleur moléculaire à pression constante de ce gaz.

Cette entropie n'est autre chose que la chaleur de vaporisation L divisée par T, $\frac{L}{T}$: ce qui démontre que la chaleur de vaporisation du corps condensé, à l'état liquide par exemple, tend à s'annuler avec la température absolue.

Cette chaleur de vaporisation du liquide s'annule aussi à la température critique, d'après la formule de Clapeyron ; elle passe donc par un maximum, à une température intermédiaire, que l'expérience n'a pas pu relever jusqu'ici, vraisemblablement parce qu'elle est inférieure à la température du triple point, alors que le changement d'état ne peut se produire que dans des conditions d'instabilité les plus défavorables aux mesurés calorimétriques ; et c'est parce que toutes les chaleurs de vaporisation d'un liquide ont été mesurées au-dessus du triple point qu'on constate qu'elles vont toujours en décroissant quand la température s'élève. S'il existe de ces déterminations à très basse température, pour l'azote par exemple, ces températures sont loin d'être très basses par rapport à la température critique du corps.

La chaleur de vaporisation d'un liquide étant nulle au zéro absolu, le changement d'état physique s'opère sans échange de chaleur avec l'extérieur et aussi sans travail, puisque le travail $P(v - v_0) = RT = 0$. D'où résulte que l'énergie du corps est la même dans les deux états extrêmes, et qu'elle est nulle pour l'état gazeux comme pour l'état condensé à partir duquel il a été convenu de mesurer l'énergie ($P = 0$, $T = 0$, $v = v_0$).

Mais, à partir du zéro absolu, $\frac{\delta U}{\delta T}$, pour un gaz parfait, c'est-à-dire C_v par définition, ne diffère pas de $\frac{U}{T}$, qui doit aussi tendre vers la constante c pour $T = 0$. On a donc, d'après (18), et suivant la convention (24),

$$\frac{\varphi}{T} = \frac{\delta\varphi}{\delta T} = A, \qquad \text{pour } T = 0. \tag{29}$$

Ce sont deux nouvelles conditions, entraînant $\varphi = 0$, et à ajouter aux conditions (16), que la fonction φ devra remplir au zéro absolu. Il importe de les retenir.

La formule (18) peut donc s'écrire pour les très basses températures, en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur :

$$U = \frac{RT}{m-1} = cT \tag{30}$$

On a dans les mêmes conditions pour la fonction $J = U + pv$

$$J = (c + R)T = CT = \frac{m}{m-1}\,RT \tag{31}$$

L'énergie libre I et le potentiel H d'un gaz parfait ne sont pas, comme U et J, fonctions de la température seule, excepté dans le cas où le gaz est à considérer comme vapeur saturée. Comme alors S est égal à C à très basse température, on aura :

$$I = U - ST = (c - C)T = -RT \tag{32}$$

$$H = I + Pv_1 = I + RT = 0 \tag{33}$$

Les quatre fonctions U, J, I et H tendent vers zéro avec la température absolue pour une vapeur saturée qui prend elle-même l'état parfait ; mais le rapport de ces fonctions à la température absolue, c'est-à-dire leur dérivée, tend vers les valeurs suivantes :

$$\left\{\begin{aligned} &\lim \frac{U}{T} = \frac{\delta U}{\delta T} = c = \frac{R}{m-1}, \quad &&\lim \frac{J}{T} = \frac{\delta J}{\delta T} = C = \frac{mR}{m-1}, \\ &\lim \frac{I}{T} = \frac{\delta I}{\delta T} = -R \quad &&, \lim \frac{H}{T} = \frac{\delta H}{\delta T} = 0 \end{aligned}\right. \tag{34}$$

18. Expression à adopter pour la fonction Φ. — La fonction φ qui doit satisfaire aux conditions (16) et (29) définit l'importante fonction Φ par la relation (12). Suivant une hypothèse dont on abuse souvent en Physique, sans chercher à s'entourer des raisons qui pourraient justifier cette hypothèse, nous supposerons φ développable en série suivant les puissances entières de T, ce qui eût été inacceptable pour la fonction Φ, et c'est ce motif qui nous a conduit à substituer la première de ces fonctions à la seconde : nous poserons donc, en arrêtant le développement au quatrième terme de la série,

$$\varphi = AT + A_1T^2 + A_2T^3 \tag{35}$$

La fonction φ ainsi définie satisfait à toutes les conditions qu'il nous a été possible de prévoir, c'est-à-dire aux conditions (16) et (29). L'hypothèse faite paraît donc plausible jusqu'à plus ample information, et mérite d'être prise en considération ; aussi adopterons-nous la formule suivante pour exprimer la fonction Φ

$$\Phi = cT - cT \log T + R(AT + A_1T^2 + A_2T^3) \tag{36}$$

Pour la définir complètement, il ne reste plus qu'à déterminer les quatre constantes c, A, A_1, A_2. Trois de ces constantes, c (ou C), A_1 et A_2 rentrent dans la formule suivante, déduite de (6) et (7) :

$$C_p = C - 2RT(A_1 + 3A_2T) \tag{37}$$

et peuvent se calculer sur les données expérimentales concernant la chaleur spécifique du corps, voisin de l'état parfait. La quatrième constante A rentre dans la formule (27), qui donne la tension de la vapeur saturée à très basse température, et l'étude de cette tension pourra peut-être aider à la détermination de la constante A qui paraît plus difficile à atteindre que les trois autres.

CHAPITRE III

LES COEFFICIENTS DE LA THERMO-ÉLASTICITÉ AUX BASSES TEMPÉRATURES

19. L'entropie d'un corps est invariable au zéro de la température absolue. — Si l'on prend un corps condensé à à l'état initial ($p = 0$, $T = 0$), on aura $S = 0$, $U = 0$. En comprimant ce corps à température constante, son volume va diminuer conformément à l'une des lois du déplacement de l'équilibre thermo-élastique, tandis que la pression qu'il supporte, d'abord nulle, prendra une valeur positive p_0. De même son énergie, nulle au début, va augmenter et prendre une valeur positive U_0, puisque cette énergie reste soumise, pour chaque accroissement élémentaire de la pression, à l'équation différentielle

$$dU = TdS - pdv$$

qui se réduit ici à

$$dU = - pdv.$$

A partir de l'état ainsi obtenu, on peut faire subir au corps, par une variation infinitésimale de la pression p_0, une nouvelle transformation, non plus isothermique, mais adiabatique, en lui interdisant tout échange de chaleur avec l'extérieur. Sa température, jusqu'alors constante, sera libre de varier, mais seulement pour s'accroître, puisqu'elle partira de la valeur la plus basse qu'elle puisse avoir, et cela quel que soit le sens de la variation de pression imposée au corps. Or, suivant qu'il y aura augmentation ou diminution de la pression dans cette transformation réversible, les variations de la température, si elles se produisaient, devraient être de signes contraires, et l'une d'elles serait négative, ce qui est impossible. La température du corps restera donc invariable comme son entropie ; au zéro de la température absolue, toute transformation isothermique est en même temps adiabatique. L'entropie du corps nulle, par définition, à l'état initial que nous avons choisi, restera constamment nulle, tant que sa température elle-même sera nulle. Cette proposition a une importance capitale, on en tire très simplement des conséquences remarquables concernant les huit coefficients indépendants de la thermo-élasticité, ϵ_T, ϵ_S, h, l, α_v, C_v, α_p, C_p, dont nous avons donné ailleurs une théorie complète. (1)

20. Au zéro absolu, les deux coefficients de compressibilité deviennent égaux ; les six autres coefficients thermo-élastiques s'annulent. — Il résulte de l'énoncé même de la proposition qui précède, que le coefficient de compressibilité isothermique est, en même temps, coefficient de compressibilité adiabatique, au zéro absolu : ϵ_T et ϵ_S tendent vers une même valeur à mesure que la température s'abaisse, et, au zéro absolu, $\epsilon_T = \epsilon_S$.

A cette température limite, le coefficient de Thomson $h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S$ s'annule évidemment. La chaleur de dilatation $l = T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T$, non seulement s'annule, mais encore le rapport $\frac{l}{T}$ tend vers zéro avec T.

L'équation différentielle de l'énergie libre I, exprimée en fonction de ses variables normales T et v,

$$dI = d(U - ST) = -SdT - pdv$$

donne les relations

$$(1) \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v = -S \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial v}\right)_T = -p.$$

$$(2) \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \qquad \frac{I - U}{T} = -S = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v .$$

$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T$ s'annulant, la première des relations (2) montre que le coefficient de dilatation à volume constant $\alpha_v = \frac{1}{p}\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v$ s'annule au zéro absolu, quelle que soit la pression que supporte le corps.

---

(1) E. Ariès, *Chimie physique élémentaire*, t. Ier, 1914, pp. 13 à 20 et p. 26. Le lecteur pourra se reporter avec fruit à ces pages dans la lecture du présent ouvrage, qui revient souvent sur ce sujet.

Ce corps étant pris à l'état que nous venons de considérer plus haut, son énergie libre I_o sera égale à U_o, puisque les deux énergies ne diffèrent que par le produit ST dont chaque facteur est nul. Faisons subir au corps une nouvelle transformation, cette fois-ci à volume constant, en soumettant sa température, d'abord nulle, à une augmentation ΔT. Désignons par ΔU et ΔI les variations subies par U_o et I_o, en posant :

$$U = U_o + \Delta U, \qquad I = I_o + \Delta I.$$

L'application de la deuxième formule (2) à l'état dans lequel se trouvera le corps au bout de cette deuxième transformation, donne :

$$\frac{I_o + \Delta I - (U_o + \Delta U)}{\Delta T} = \frac{\Delta I - \Delta U}{\Delta T} = \left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_v = -S.$$

Si l'on fait tendre ΔT vers zéro, S aussi tend vers zéro, et cette équation devient :

$$\left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_v - \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_v = \left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_v = 0, \qquad \text{pour } T = 0.$$

Elle se réduit à :

$$(3) \qquad \left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_v = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_v = C_v = 0, \qquad \text{pour } T = 0.$$

La capacité calorifique à volume constant est nulle au zéro absolu, quelle que soit la pression supportée par le corps.

L'équation différentielle du potentiel H, exprimée en fonction de ses variables normales T et p,

$$dH = d(U - ST + pv) = d(J - ST) = -SdT + vdp$$

donne les relations :

$$(4) \qquad \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p = -S \qquad \left(\frac{\delta H}{\delta p}\right)_T = v$$

$$(5) \qquad -\left(\frac{\delta S}{\delta p}\right)_T = \left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p \qquad \frac{H - J}{T} = -S = \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p.$$

De même que $\left(\frac{\delta S}{\delta v}\right)_T$, $\left(\frac{\delta S}{\delta p}\right)_T$ s'annule évidemment avec T ; il en est de même pour $\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p$ d'après la première des équations(5), d'où résulte que le coefficient de dilatation à pression constante $\alpha_p = \frac{1}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p$ est nul au zéro absolu, comme le coefficient de dilatation à volume constant α_v.

H_o et J_o représentant les valeurs que prennent les fonctions H et J, quand le corps est soumis à la pression p_o et à la température du zéro absolu, on aura $H_o = J_o$, puisque ces deux quantités ne pourraient différer que par le produit ST qui est nul. A partir de cet état et à pression constante, faisons croître de ΔT la température du corps, et désignons par ΔH, ΔJ les variations subies par H_o et J_o, en posant :

$$H = H_o + \Delta H \qquad J = J_o + \Delta J.$$

Par application de la deuxième formule (5), on aura :

$$\frac{H_o + \Delta H - (J_o + \Delta J)}{\Delta T} = \frac{\Delta H - \Delta J}{\Delta T} = \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p = -S.$$

Si l'on fait tendre la température ΔT vers zéro, S s'annulera, et l'équation précédente deviendra :

$$\left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p - \left(\frac{\delta J}{\delta T}\right)_p = \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p = 0, \qquad \text{pour } T = 0.$$

Elle se réduit à :

$$(6) \quad \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p = \left(\frac{\delta J}{\delta T}\right)_p = C_p = 0, \qquad \text{pour } T = 0.$$

La capacité calorifique à pression constante est nulle au zéro absolu, quelle que soit la pression supportée par le corps.

On arrive plus simplement au même résultat par l'une des deux relations connues

$$(7) \qquad \frac{\epsilon_T}{\epsilon_S} = \frac{C_p}{C_v}, \qquad C_p - C_v = \alpha_p \alpha_v p v T.$$

La première montre que, ϵ_T étant égal à ϵ_S, C_p doit être égal à C_v et, par suite, nul au zéro absolu. Elle montre aussi que, si C_p et C_v s'annulent, leur rapport tend vers l'unité.

La seconde peut être mise sous la forme

$$(8)\qquad \frac{C_p - C_v}{T} = \left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p \cdot \left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v ;$$

elle montre que la différence des deux capacités calorifiques divisée par la température, produit de deux quantités qui tendent vers zéro, est un infiniment petit du second ordre aux très basses températures.

On remarquera avec quelle rigueur toutes les conclusions qui précèdent sont confirmées par notre théorie générale sur les huit coefficients indépendants de la thermo-élasticité, théorie qui nous apprend que si $\epsilon_T = \epsilon_S$, on a aussi $C_p = C_v$ et que les quatre autres coefficients α_p, α_v, l et h s'annulent. C'est ce qui arrive pour un corps condensé à l'état initial ($p = 0$, $T = 0$), ainsi que nous venons de le démontrer directement :

21. Valeur, au zéro absolu, de la dérivée, par rapport à la température, des quatre fonctions de Massieu. Signification de cette dérivée, quand la pression s'annule. — Aux équations (3) et (6) on peut joindre les suivantes :

$$\left(\frac{\delta J}{\delta T}\right)_v = \frac{\delta}{\delta T}(U + pv) = \left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_v + v\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v$$

$$\left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_v = \frac{\delta}{\delta T}(I + pv) = \left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_v + v\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v$$

$$\left(\frac{\delta U}{\delta T}\right)_p = \frac{\delta}{\delta T}(J - pv) = \left(\frac{\delta J}{\delta T}\right)_p - p\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p$$

$$\left(\frac{\delta I}{\delta T}\right)_p = \frac{\delta}{\delta T}(H - pv) = \left(\frac{\delta H}{\delta T}\right)_p - p\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p .$$

Et comme, au zéro absolu, $\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v$ et $\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p$ s'annulent, les équations (3) et (6), complétées par celles ci-dessus, peuvent se réunir dans la formule générale :

$$(9)\qquad \frac{\delta U}{\delta T} = \frac{\delta I}{\delta T} = \frac{\delta J}{\delta T} = \frac{\delta H}{\delta T} = 0, \quad \text{pour } T = 0$$

quelle que soit la pression p_0 supportée par le corps condensé, les dérivées des quatre fonctions de Massieu étant prises en considérant comme invariable, soit le volume, soit la pression.

Si la pression supportée par le corps condensé s'annule comme la température, ce qui le ramène à l'état initial que nous avons adopté, les fonctions I, J et H s'annulent comme l'énergie U, puisqu'elles n'en diffèrent que par des termes en ST et pv qui deviennent nuls. Les dérivées ci-dessus ne sont alors que les valeurs limites que prennent les quatre fonctions de Massieu divisées par la température, quand la température et la pression tendent vers zéro, en sorte que l'on peut poser :

$$(10) \qquad \frac{U}{T} = \frac{I}{T} = \frac{J}{T} = \frac{H}{T} = 0, \quad \text{pour } T = 0 \quad \text{et} \quad p = 0.$$

22. Ce que les Allemands appellent le théorème de Nernst. — Tous les résultats qui précèdent, concernant les propriétés des corps aux très basses températures, découlent des principes fondamentaux de la thermodynamique et de quelques faits simples d'expérience que personne ne songe à contester. On leur trouvera certains points de contact avec les conséquences tirées d'une hypothèse que M. W. Nernst a énoncée en janvier 1906, et qu'il appelle son théorème, quoique cependant il n'en ait jamais donné un semblant de démonstration. Nous n'insisterons pas ici sur les différences profondes qui séparent nos deux théories ; le lecteur qui désirerait en juger pourra se reporter aux *Leçons de thermodynamique* (traduction française, pp. 270 à 278 et 289 à 300) de M. Max Planck, et dans lesquelles ce savant essaye de mettre au point la théorie assez vague et incomplète de M. Nernst, destinée cependant suivant son auteur (¹) et ses commentateurs allemands qui en ont fait grand bruit, à combler les *lacunes de la thermodynamique*. On ne saurait trop protester contre une pareille prétention.

(¹) Bulletin de la Société française de Physique, 1910, 1^{er} fascicule. Conférence faite le 1^{er} avril 1910 par M. W. Nernst, *Sur les chaleurs spécifiques aux basses températures et développement de la thermodynamique*, pp. 19 et suiv., notamment p. 32.

23. Valeur absolue de l'entropie. — Prenons un corps condensé à l'état initial. D'après ce qui a été déjà dit, toute augmentation finie de volume qu'on lui impose à température constante et nulle, n'a d'autre résultat que de lui faire émettre, à tensions fixes ($T = o$, $p = o$) une quantité de vapeur inappréciable et échappant à toute mesure, en sorte que son entropie et son énergie resteront nulles. Toute diminution de son volume, obtenue par l'effet d'une compression exercée toujours à température constante et nulle, fait croître sa pression et son énergie, d'abord nulles, et qui deviendront positives. Mais son entropie restera nulle, puisque la transformation isothermique sera, en même temps, adiabatique. En résumé un corps, pris au zéro de la température absolue, a une entropie nulle et une énergie nulle ou positive, quelle que soit la pression qu'il supporte, et quel que soit le volume qu'il occupe.

Désignons par v le volume ainsi occupé par le corps à cette température limite du zéro absolu. Faisons-lui subir, *à volume constant*, une succession d'accroissements de température dT, de manière à l'amener à un état quelconque déterminé par son volume primitif v et par la température T qu'il finira par acquérir. Comme il arrive souvent, l'application à ces transformations élémentaires de l'une des lois si fécondes du déplacement de l'équilibre, conduit à des conclusions assez remarquables.

La loi dont il s'agit nous apprend que chacune de ces transformations s'opérant à volume constant avec une variation positive dT de la température, donnera lieu à une augmentation de l'entropie, le produit $dSdT$ devant être nécessairement positif (1). Il en résulte que l'entropie S d'un corps, pris dans un état quelconque, défini par son volume et par sa température (v, T), est une quantité positive, sauf au zéro de la température absolue, cas dans lequel cette quantité s'annule. L'entropie ainsi mesurée à partir de l'état initial si heureusement choisi, peut s'annuler, mais n'est jamais négative. Cela peut-il signifier autre chose, sinon que l'on obtient ainsi sa *valeur absolue* ?

---

(1) E. Ariès, *Chimie physique élémentaire*, t. I^{er}, 1914, p. 24.

24. Valeur absolue de l'énergie thermo-élastique. — Dans chacune des transformations que nous venons d'envisager, on a pour la variation d'énergie dU la formule générale et classique :

$$dU = TdS - pdv$$

et, comme $dv = 0$,

$$dU = TdS$$

dS étant toujours positif d'après ce qui précède, il en sera de même pour dU. Chaque élévation élémentaire dT de la température donnera lieu à une augmentation de l'énergie ; et comme le corps part de la température zéro avec une énergie nulle ou positive, il arrivera nécessairement à la température T et sous le volume v, c'est-à-dire à un état quelconque, avec une énergie positive. Comme l'entropie, l'énergie ainsi mesurée à partir de l'état initial, dans une transformation thermo-élastique quelconque, peut s'annuler, mais n'est jamais négative ; et l'on peut dire que l'on en obtient ainsi la valeur absolue.

Mais il importe d'observer qu'il ne s'agit pas ici de l'énergie *totale,* prise dans son acception la plus étendue. Cette énergie totale peut avoir, à l'état initial, une certaine valeur dépendant des valeurs actuelles des facteurs des formes d'énergie, autres que la chaleur et l'élasticité. Mais toutes les transformations thermo-élastiques possibles, à partir de cet état, et ce sont les seules dont nous nous occupons, ne peuvent faire décroître l'énergie au-dessous de sa valeur primitive. Il doit être bien entendu que c'est dans ce sens, d'ailleurs bien défini, que l'on en mesure, à partir de l'état initial, la valeur absolue, toujours positive ou nulle.

Les conditions dans lesquelles l'entropie et l'énergie sont supposées s'annuler ne doivent pas nous surprendre ; elles paraissent assez rationnelles. Un corps maintenu à la température limite du zéro absolu, quelle que soit la pression qu'il supporte, n'a aucune tendance à transmettre de la chaleur au milieu environnant, qui est au moins à la même température ; son entropie, ne pouvant subir aucune diminution, est à considérer comme nulle. Si, en outre, ce corps ne supporte aucune pression, il ne possède aucune force expansive, aucune capacité de travail. Ne pouvant céder de l'énergie, ni sous forme de chaleur, ni sous forme de travail, son énergie est à considérer comme nulle.

Ainsi s'éliminent des équations de la thermodynamique ces deux constantes mystérieuses et fort gênantes, complètement arbitraires, disent les uns, seulement inconnues, disent plus justement les autres, qui accompagnent les expressions de l'entropie et de l'énergie ou des trois autres fonctions de Massieu, dans toutes les formules de la thermo-élasticité.

CHAPITRE IV

LA CHALEUR SPÉCIFIQUE DES FLUIDES MAINTENUS A L'ÉTAT DE SATURATION

25. Variation de l'entropie le long de la courbe de saturation. — L'entropie S d'un fluide maintenu à l'état de saturation est, comme la tension P que ce fluide exerce, et comme le volume v qu'il occupe, une fonction de la température seule. En prenant le volume comme abscisse et la pression comme ordonnée, le cycle de transformation que subit ce corps est représenté par la courbe de saturation.

Dans le parcours de ce cycle (fig. 2), l'entropie du corps, primitivement à l'état liquide, part du zéro absolu avec une valeur nulle pour croître sans cesse jusqu'à la température critique. Sa valeur S_c est alors supérieure à C.

Au delà, sur la partie de la courbe de saturation qui correspond à l'état de vapeur, deux hypothèses sont à prévoir et à discuter.

1° *L'entropie du corps continue à croître.* Elle finira, dans ce cas, par décroître et par reprendre, en un certain point D, la valeur S_c qui est supérieure à celle qu'elle doit avoir quand le corps sera revenu au zéro absolu, à l'état de gaz parfait. Il en résulte que l'adiabatique passant au point critique pénètre dans la courbe de saturation, et qu'il en existe une autre complètement extérieure à cette courbe, mais qui la touche en un point I_0. A partir du point D, l'entropie peut décroître continuellement, ou bien, après avoir diminué jusqu'en I_1, aller en croissant jusqu'en I_2, pour décroître enfin jusqu'à sa valeur minima C.

2° *L'entropie du corps est maxima au point critique.* Elle commence à décroître à partir de ce point. L'adiabatique S_c, comme l'isotherme T_c, est tangente à la courbe de saturation, et présente un point d'inflexion à son contact avec cette courbe. Cette hypothèse correspond au cas où le point I_0 remonterait sur la courbe de saturation jusqu'à venir se confondre avec le point critique.

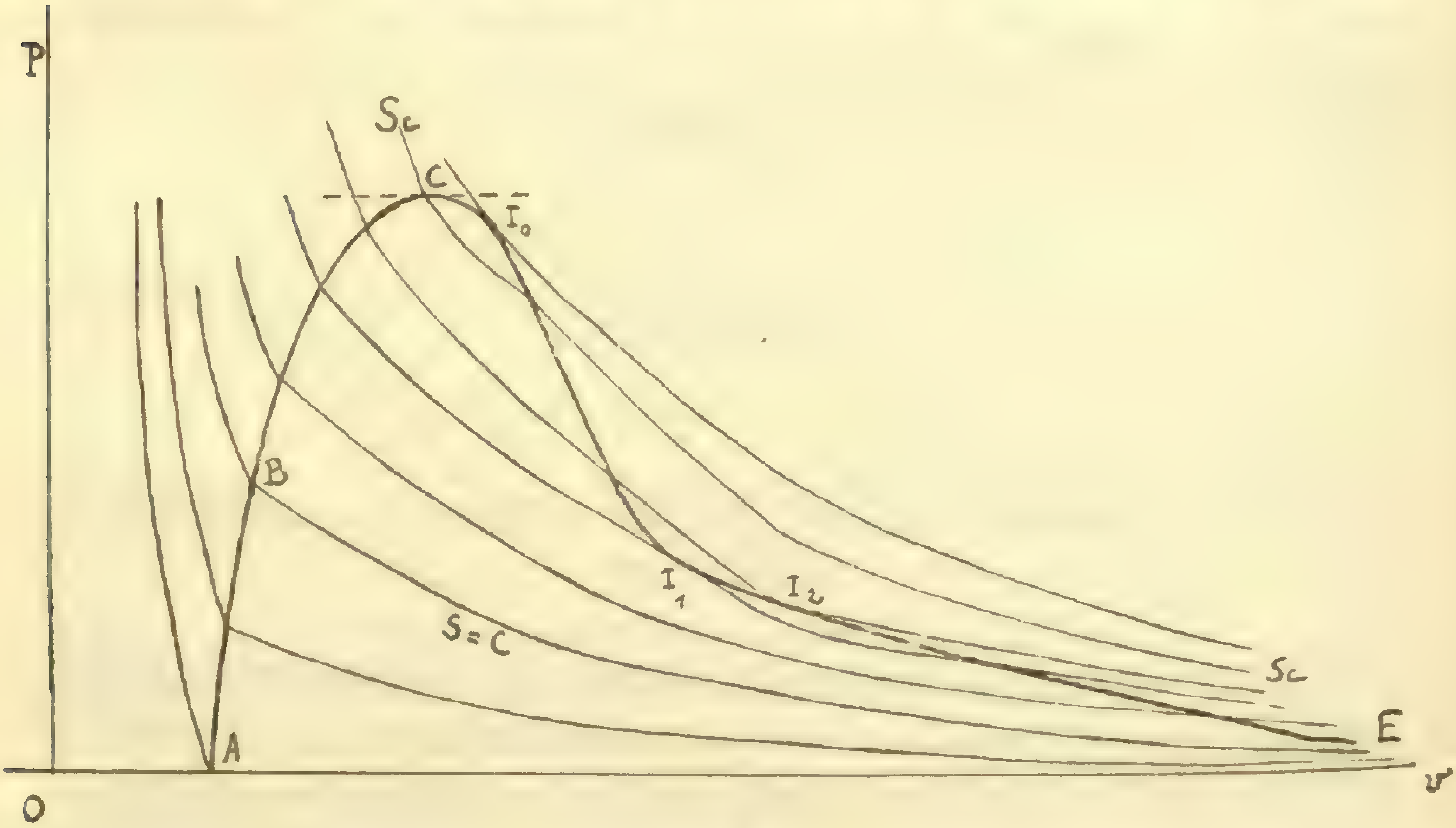


Fig. 2. (1)

L'entropie étant une fonction de la température seule dans le cycle de transformation qui vient d'être décrit, nous poserons :

$$S = f(T), \tag{1}$$

ce qui permet de donner de ce cycle une autre représentation graphique qu'il est utile de connaître, et qui consiste à regarder dans la formule (1), l'entropie S comme l'ordonnée d'une courbe analytique dont l'abscisse serait la température correspondante T.

Le principe de la continuité entre l'état liquide et l'état de vapeur, qui entraîne l'identité des deux états au point critique, conduit à considérer la courbe (1) comme ayant une forme continue, sans que sa tangente elle-même puisse subir une brusque variation à la traversée du point critique.

---

(1) Erratum : Marquer D au second point d'intersection de la courbe $ABCI_0$ et de la courbe S_c.

Cette remarque faite, on voit aisément que, dans la première hypothèse, la forme générale de la courbe (1) sera celle représentée par la figure 3, la partie OBC correspondant à l'état liquide, et la partie CI_0DE correspondant à l'état de vapeur, avec deux tracés possibles dont l'un est indiqué en traits discontinus.

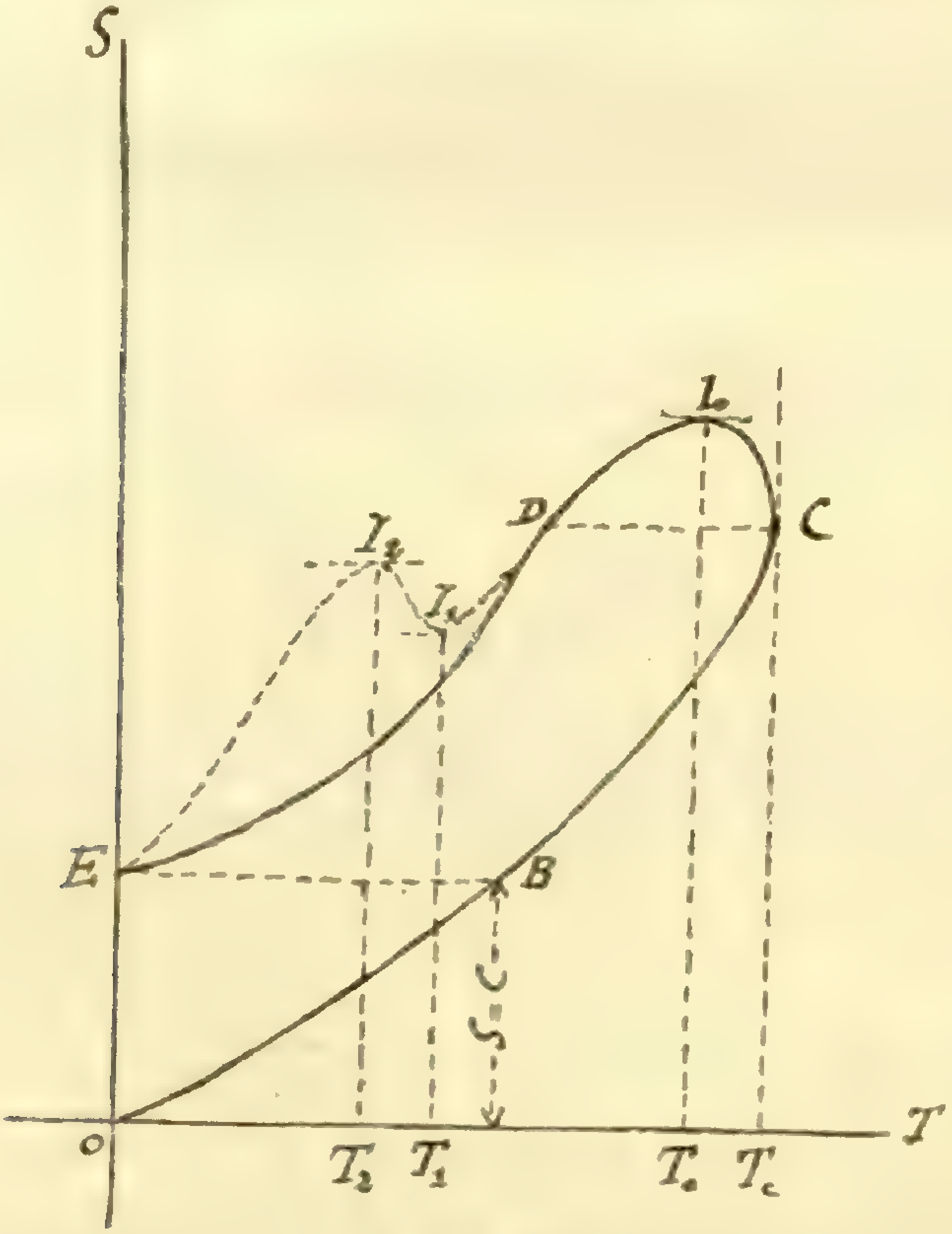


Fig. 3.

Dans la seconde hypothèse, le point I_0 venant se confondre avec le point critique C, la forme de la courbe se modifie assez profondément, comme l'indique la figure 4. Les deux branches OBC et CI_1I_2E viennent se raccorder par un rebroussement avec même tangente au point critique C.

26. Formule donnant la chaleur spécifique d'un fluide maintenu à l'état de saturation. — Le cycle de transformation que nous venons d'examiner donne lieu à la conception de la chaleur spécifique M, définie par la formule $M = T\,\frac{\delta S}{\delta T}$. Suivant que le corps sera à l'état de vapeur ou à l'état liquide, on peut affecter les quantités variables qui s'y rapportent de l'indice 1 ou de l'indice 2, et poser :

$$M_1 = T\frac{\delta S_1}{\delta T} \quad , \quad M_2 = T\frac{\delta S_2}{\delta T}.$$

Considérons, d'une façon générale, pour un corps pris dans un état quelconque, une sorte de chaleur spécifique $T\frac{\delta S}{\delta T}$ que nous

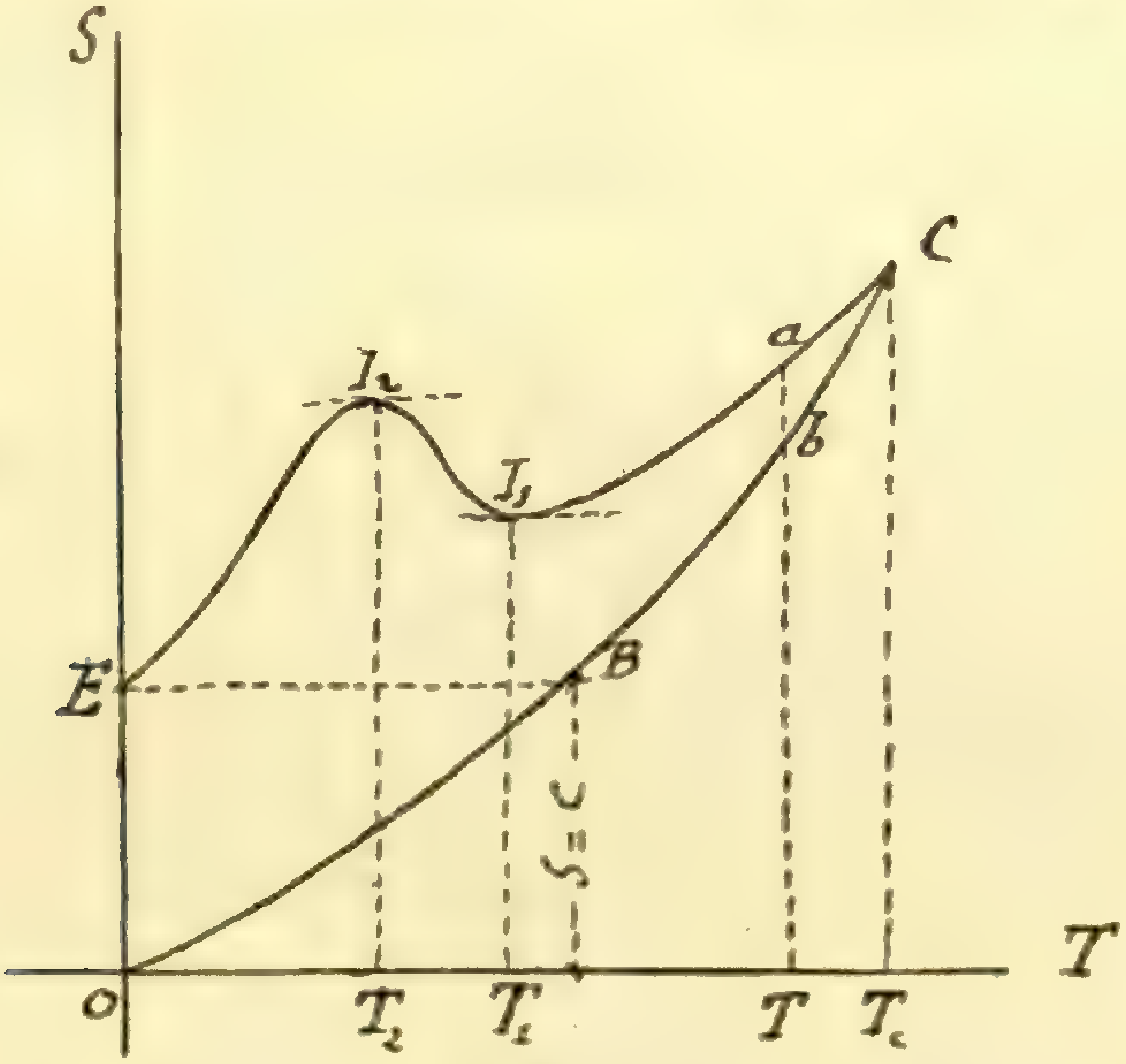


FIG. 4.

laisserons d'abord indéterminée, et dont une définition plus précise dépendra de la manière dont pourra être conçue la transformation élémentaire donnant lieu à une variation dS d'entropie pour une variation dT de la température. En prenant comme variables indépendantes la pression et la température, on aura :

$$T\frac{\delta S}{\delta T} = \mathrm{Lim}\,\frac{T}{dT}\left(\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_p dT + \left(\frac{\delta S}{\delta p}\right)_T dp\right)$$

soit, en vertu de la formule (5) [**20**]

$$T\frac{\delta S}{\delta T} = \mathrm{Lim}\,\frac{T}{dT}\left(\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_p dT - \left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p dp\right)$$

$$(2) \qquad = C_p - T\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p \frac{\delta p}{\delta T} = C_p - Tv\alpha_p\frac{\delta p}{\delta T}$$

Le second membre de cette formule bien connue représentera la chaleur spécifique M, si p est constamment égal à la tension de vaporisation du fluide.

27. Valeur limite, au zéro absolu, de la chaleur spécifique d'un fluide maintenu à saturation. — Faisons l'application de la formule qui précède au calcul de la chaleur spécifique M_2, en faisant tendre la température T vers le zéro absolu ; on aura, tout à la fois, comme il a été déjà démontré [20],

$$C_p = 0 \quad , \quad \left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p = 0 \quad , \quad \frac{\delta P}{\delta T} = 0 \quad ;$$

et par conséquent,

$$M_2 = 0 \quad , \qquad \text{pour } T = 0.$$

La chaleur spécifique M_1, quand T tend vers zéro, se calcule par la même formule. La vapeur saturée sous le volume v_1 devient alors gaz parfait, et sa tension P satisfait, comme l'on sait, aux relations

$$Pv_1 = RT \quad , \qquad \text{et} \qquad P = KT^{\frac{m}{m-1}} \quad ;$$

d'où l'on tire :

$$\frac{T}{P}\,\frac{\delta P}{\delta T} = \frac{m}{m-1} \quad .$$

On a d'ailleurs :

$$C_p = C \quad , \quad \left(\frac{\delta v_1}{\delta T}\right)_p = \frac{R}{P} \quad .$$

Et la formule (2) donne :

$$M_1 = C - T\,\frac{R}{P}\,\frac{\delta P}{\delta T} = C - \frac{m}{m-1}\,R = 0 \qquad \text{pour } T = 0.$$

La chaleur spécifique d'une vapeur saturée, comme la chaleur spécifique d'un liquide saturé, s'annule au zéro de la température absolue.

28. Signes de la chaleur spécifique d'un fluide maintenu à saturation. Température d'inversion d'une vapeur saturée. — On voit facilement par les figures 2, 3 ou 4, que la chaleur spécifique M_2 d'un liquide saturé est une quantité essentiellement positive à toute autre température qu'au zéro absolu. A la température critique, elle devient infinie positivement dans la première hypothèse (fig. 3), la tangente au point C devenant verticale. Dans la seconde hypothèse, sa valeur peut varier de zéro à l'infini positif, suivant l'angle que la tangente au point de rebroussement (fig. 4) fera avec l'axe des températures.

La chaleur spécifique M_1 d'une vapeur saturée, nulle au zéro absolu, commence nécessairement par augmenter, et est positive aux basses températures, comme il ressort des figures 2, 3 et 4.

Dans la première hypothèse, elle s'annule une fois ou trois fois pour changer de signe aux températures successives T_2, T_1, T_0 qui correspondent aux points I_2, I_1, I_0 de la courbe (fig. 3), et devient infinie négativement à la température critique T_c. Le rapport $\frac{M_1}{M_2}$ est alors égal à -1.

Dans la seconde hypothèse (fig. 4), la chaleur spécifique M_1 peut s'annuler pour changer de signe deux fois aux températures T_2 et T_1 et finit par prendre à la température critique une valeur positive qui peut varier de zéro à l'infini. Le rapport $\frac{M_1}{M_2}$ est alors égal à $+1$.

On appelle *température d'inversion*, toute température à laquelle la chaleur spécifique M_1 s'annule pour changer de signe. En principe, il en existe un nombre impair ou pair suivant celle des deux hypothèses que l'on admet. Il semble bien peu probable qu'il puisse en exister plus de trois, et l'expérience a, depuis longtemps, démontré qu'il en existe au moins une pour l'eau, le sulfure de carbone, la benzine, le chloroforme, le chlorure de carbone, l'alcool et l'éther. C'est donc une ou trois températures d'inversion qu'il y a lieu de prévoir dans la première hypothèse, et deux qui s'imposent dans la seconde hypothèse.

Le cas qui se présente comme le plus simple, le plus naturel, et partant, comme le plus séduisant, consiste à admettre une seule température d'inversion avec la forme de courbe qui est indiquée à la fig. 3 par un trait plein.

29. Valeur de la chaleur spécifique de la vapeur saturée au voisinage de l'état critique. — Si l'on s'en tient à ce qui doit se passer au voisinage de l'état critique, il résulte des considérations qui précèdent que : dans la première hypothèse, M_1 et M_2 tendent vers des valeurs égales, mais de signes contraires et infinies ; dans la seconde hypothèse, M_1 et M_2 tendent vers une même valeur positive qui peut varier de zéro à l'infini.

L'expérience seule peut décider du choix à faire entre ces deux hypothèses qui sont également compatibles avec les principes de la thermodynamique. Elle ne s'est pas encore prononcée d'une façon très nette sur cette question, qui serait cependant élucidée, si l'on connaissait le signe de la chaleur spécifique de la vapeur saturée au voisinage de l'état critique, signe qui doit être négatif dans la première hypothèse, et positif dans la seconde.

Les déterminations de M. E. Mathias sur l'acide sulfureux (1) semblent établir que cette chaleur spécifique serait bien négative et très grande avec tendance à augmenter jusqu'à la température critique. Mais elles gagneraient à être confirmées par d'autres faits d'expérience, parce qu'elles ne concernent qu'un seul corps, et qu'elles dérivent d'une façon trop indirecte de certaines observations.

Nos connaissances sur la valeur que prend, au point critique, le coefficient différentiel $\frac{\delta P}{\delta T}$, que nous désignerons par le symbole $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c$, viennent, fort à propos, porter un appui sérieux aux déterminations de M. E. Mathias (2).

---

(1) E. Mathias, Séances de la Société française de physique, 1890, p. 122. Journal de Physique, 1890, p. 449. Comptes rendus, t. 119, 1894, pp. 404 et 849. Annales de la Faculté des sciences de Toulouse, t. X, M. 1896.

(2) Il ne nous en coûte pas aujourd'hui, ne cherchant que la vérité, de renoncer aux préférences que nous avons manifestées, d'ailleurs avec bien des réserves, pour la seconde hypothèse, dans une communication à l'Académie des Sciences sur le même sujet (Comptes rendus, t. 165, 1917, p. 51). Un examen plus approfondi de la question nous amène, dans la discussion qui suit, à considérer, au contraire, la première hypothèse comme, de beaucoup, la plus vraisemblable.

Nous ne connaissons cette valeur d'une façon précise pour aucun corps ; mais il y en a un très grand nombre pour lesquels, non seulement les tensions P_c et T_c du point critique, mais encore les tensions P et T très voisines de ce point, ont été déterminées par des expériences dignes de confiance ; en sorte que le rapport $\frac{P_c - P}{T_c - T}$ donne, pour ces corps, une valeur approchée du coefficient $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c$. Tous les exemples connus fixent à ce rapport une valeur bien nettement finie, ce qui est incompatible avec la seconde hypothèse.

En effet, les deux branches EC et OC (fig. 4) de la courbe analytique (1), sont représentées, au voisinage du point C, par les formules suivantes :

$$S_1 = S_c + (T - T_c)\left(\frac{\delta S_1}{\delta T}\right)_c + \frac{(T - T_c)^2}{2}\left(\frac{\delta^2 S_1}{\delta T^2}\right)_c + - -$$

$$S_2 = S_c + (T - T_c)\left(\frac{\delta S_2}{\delta T}\right)_c + \frac{(T - T_c)^2}{2}\left(\frac{\delta^2 S_2}{\delta T^2}\right)_c + - -$$

Posons :

$$T_c - T = dT, \quad S_1 - S_2 = ab = \Delta S \quad \left(\frac{\delta^2 S_1}{\delta T^2}\right)_c - \left(\frac{\delta^2 S_2}{\delta T^2}\right) = 2k_1.$$

On tire par soustraction, de ces deux développements en série, en remarquant que $\left(\frac{\delta S_1}{\delta T}\right)_c = \left(\frac{\delta S_2}{\delta T}\right)_c$ et en négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur au second :

$$\Delta S = k_1 dT^2 \tag{3}$$

ce qui montre que ΔS est, par rapport à dT, un infiniment petit du deuxième ordre au moins.

Désignons, d'autre part, par dP la différence $P_c - P$ et par Δv la différence $v_1 - v_2$ des volumes occupés par le fluide dans ses deux états de saturation, à la température T et sous la pression P ; on voit, par la seule inspection de la courbe de saturation (fig. 2), en lui supposant, avec sa tangente au point C, un contact de premier ordre seulement, que l'on a :

$$dP = k_2 \Delta v^2 \tag{4}$$

ΔS, dT, dP, Δv, qui se rapportent à des variations à partir de l'état critique, ont mêmes significations que dans la formule de Clapeyron [**6**] qu'on peut écrire :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta v} \tag{5}$$

L'élimination de ΔS et de Δv entre les trois relations (3), (4) et (5) donne :

$$\frac{dP}{dT} = kdT$$

$k = k_1^{\frac{2}{3}} k_2^{\frac{1}{3}}$ étant une quantité positive et finie, ce qui donne, à la température critique,

$$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c = 0$$

Si l'on n'accepte pas la raison que nous avons donnée [**25**] pour admettre que les deux branches de courbe EC et OC ont même tangente au point C, et si l'on suppose qu'elles se rencontrent en un point anguleux (1), la relation (3) sera évidemment remplacée par la suivante :

$$\Delta S = k_1 dT \tag{6}$$

Et l'élimination de ΔS et de Δv entre les trois relations (4), (5) et (6) donnera :

$$\frac{dP}{dT} = kdT^{\frac{1}{3}}$$

en sorte que l'on aura encore à la température critique :

$$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c = 0$$

Ainsi donc, dans tous les cas, la seconde hypothèse est à écarter, comme conduisant à une valeur nulle de $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c$, ce qui est en contradiction avec de nombreux faits d'expérience connus.

---

(1) Ce qui implique une discontinuité de la chaleur spécifique M qui aurait à ce point deux valeurs M_1 et M_2 positives et inégales dont l'une au moins finie, M_1. Cette conséquence paraît bien peu satisfaisante.

Par contre, la première hypothèse est en accord avec ces faits. On voit, en effet, par la fig. 3, en admettant que la courbe a, avec sa tangente au point C, un contact de premier ordre seulement, comme la courbe de saturation (fig. 2), que la relation (5) devra être remplacée par la suivante :

$$(7) \qquad dT = k_1 \Delta S^2$$

L'élimination de ΔS et Δv entre les trois relations (4), (5) et (7) donne :

$$\frac{dP}{dT} = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_2$$

$\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c$ a ainsi une valeur finie conforme aux faits observés.

Les deux courbes (fig. 2) et (fig. 3) qui représentent l'état de saturation, peuvent avoir, avec leur tangente au point critique, un contact d'ordre impair supérieur au premier. Si le contact est du même ordre, du troisième par exemple, pour les deux courbes, le résultat ne change pas ; $\left(\frac{\delta P}{\delta T}\right)_c$ a une valeur finie. Cette valeur devient nulle ou infinie, si les deux contacts sont d'ordre différent, ce qui est encore contraire aux faits observés. D'où résulte que, dans la seule hypothèse possible et qu'il faut bien admettre, les deux courbes représentant l'état de saturation ont, avec leur tangente au point critique, un contact de même ordre. Cet ordre pourrait bien être le troisième, en raison de l'extrême rapidité avec laquelle varient, an voisinage immédiat de l'état critique, avant de s'annuler, la différence $v_1 - v_2$ et la différence $S_1 - S_2$, c'est-à-dire la chaleur de vaporisation.

30. Détermination par l'expérience du signe de la chaleur spécifique de la vapeur saturée au voisinage de l'état critique. — Sans que la discussion qui précède puisse être considérée comme une démonstration rigoureuse, elle montre au moins qu'il est très vraisemblable que la chaleur spécifique de la vapeur saturée tend vers une valeur négative et infinie en s'approchant de l'état critique. S'il pouvait encore subsister des doutes à cet égard, il semble que la question pourrait être tranchée par l'expérience d'une façon simple et assez directe.

Il ne s'agit, en effet, que de préciser le sens d'un phénomène sans avoir, d'ailleurs, à opérer au voisinage immédiat de l'état critique. Car, si la chaleur spécifique de la vapeur saturée est infinie négativement au point critique, elle reste, sur une certaine étendue de la courbe de saturation, finie négativement avant d'arriver à s'annuler à une certaine température d'inversion T_o, qui doit être notablement inférieure à la température critique.

Il suffirait donc de prendre une vapeur saturée, d'acide carbonique par exemple, à une température T' franchement inférieure à la température critique, mais encore notablement supérieure à la température présumée T_o d'inversion, et de soumettre cette vapeur, ne comportant qu'une trace du liquide qui l'a produite, à une détente brusque et prolongée.

Si la chaleur spécifique du corps est négative, cette opération sensiblement adiabatique aura pour premier effet une condensation de vapeur qui, après avoir atteint un maximum, finira par disparaître complètement à une température T'' inférieure à T_o, pour ne plus laisser que de la vapeur sèche.

Si, au contraire, cette chaleur spécifique est positive, l'unique effet de cette détente adiabatique sera de faire disparaître très rapidement les traces du liquide et de surchauffer la vapeur, sans qu'il ait été possible d'observer aucun commencement de condensation.

Le résultat de l'expérience sera donc bien différent suivant que la chaleur spécifique, à l'état initial de la vapeur, sera négative ou positive. On pourrait même, par un procédé d'approximations successives, déterminer dans une certaine mesure, la température d'inversion T_o, si elle existe ; car elle est toujours comprise entre les températures T' et T'', qui sont accessibles à l'observation, et que l'on peut rapprocher graduellement.

CHAPITRE V

LE PRINCIPE DES ÉTATS CORRESPONDANTS

31. Énoncé du principe. — L'équation d'état des fluides de Van der Waals,

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{K}{v^2}, \tag{1}$$

considérée comme applicable au poids moléculaire de tout fluide d'une constitution chimique bien définie, avait suggéré à son auteur la notion des états correspondants, basée sur le principe suivant qui découle immédiatement de cette équation :

L'équation d'état est la même pour le poids moléculaire de tous les fluides, pourvu que l'on adopte comme unités de température, de pression et de volume, la température critique T_c, la pression critique P_c et le volume moléculaire critique v_c.

Si l'on désigne par τ, π et υ les trois nouvelles variables qui viennent ainsi remplacer les variables ordinaires T, p et v, et que l'on appelle les variables réduites, ces dernières seront définies par les relations

$$\tau = \frac{T}{T_c} \quad , \quad \pi = \frac{p}{P_c} \qquad \upsilon = \frac{v}{v_c} \tag{2}$$

L'équation (1) ne représentant que d'une façon assez imparfaite les propriétés thermiques des fluides, la vérification de ce principe fondamental par l'expérience donne lieu à la constatation de bien des écarts, et les chimistes sont partagés sur sa véritable valeur.

Ceux qui l'admettent, appellent *normales* les substances qui y satisfont avec une certaine approximation, souvent assez grossière, et dont ils veulent bien se contenter. Les substances qui, comme l'eau et certains alcools, s'en écartent trop grandement, sont dites *anormales*, et supposées ne pas avoir la même constitution à l'état liquide et à l'état de vapeur. Les phénomènes de polymérisation, notamment, sont présentés comme cause principale des divergences que manifestent les corps anormaux. C'est une explication commode dont on a trop facilement abusé.

Par contre, d'autres chimistes paraissent aller trop loin. Ils rejettent purement et simplement le principe des états correspondants, sans vouloir reconnaître que, manifestement, il doit contenir un fonds de vérité, et qu'une étude plus approfondie pourra, peut-être, le dégager des obscurités qui le masquent encore, pour lui donner un sens précis.

Amagat, qui en était un partisan convaincu, a pu dire, par anticipation, sans doute, mais en se basant sur des coïncidences frappantes, qu'il n'est pas possible de regarder comme fortuites, que ce principe constituait, dans la science moderne, l'une des plus belles conquêtes de la physique moléculaire.

Il est certain que, tel qu'il a été énoncé plus haut, il ne s'applique pas d'une façon générale et indistinctement à tous les corps. Mais une première modification, qu'il est assez naturel d'envisager, consiste à supposer que tous les corps peuvent se partager en groupements, chaque terme d'une même série, comparé à tous les autres, satisfaisant à la loi, tandis que deux termes, pris dans des groupements différents, seraient impuissants à l'observer.

Il restera encore à rechercher les causes caractéristiques, poids moléculaire, degré d'atomicité, architecture moléculaire, ou fonction chimique, qui devront intervenir dans cette classification des corps purs. Dans le domaine de la théorie, comme dans celui de l'expérimentation, il ne manque pas de matériaux nécessaires pour servir de base à des recherches dirigées dans le sens qui vient d'être indiqué. Malheureusement, les trois éléments critiques T_c, P_c et v_c, qui ont une importance considérable, ne sont encore connus que d'une façon trop incertaine pour bien des corps, principalement en ce qui concerne la pression critique et surtout le volume moléculaire critique.

Contrairement à une opinion assez accréditée, le principe des états correspondants n'est tributaire ni de l'équation de Van der Waals ni d'aucune autre équation d'état formulée d'une façon explicite. On en tire directement, avec le seul concours des notions fondamentales de la thermodynamique et de quelques faits universellement admis, des conséquences importantes et assez nombreuses, formant des lois particulières que nous nous proposons de signaler dans ce chapitre. Le contrôle, par l'expérience, des conditions dans lesquelles ces lois multiples sont observées, doit aider puissamment à préciser la véritable portée de ce principe.

32. Loi qui relie les valeurs des trois éléments critiques. — L'application de ce principe aux fluides réduits à l'état de gaz parfait conduit très simplement à une première loi sur laquelle Amagat a, depuis longtemps, attiré l'attention.

L'expression $\frac{pv}{T}$ a une même valeur pour tous les corps d'une même série, pris à des états correspondants.

On a, pour un gaz parfait, d'après les relations (2)

$$\frac{pv}{T} = R = \frac{\pi\upsilon}{\tau}\,\frac{P_c v_c}{T_c}.$$

Soit, en posant :

$$(3) \qquad \frac{P_c v_c}{T_c} = r,$$

$$(4) \qquad \frac{\pi\upsilon}{\tau} = \frac{R}{r}.$$

Pour un gaz donné qui, comme tous les autres corps, comporte trois constantes critiques P_c, v_c et T_c, r est une constante déterminée, et $\frac{\pi\upsilon}{\tau}$ a toujours même valeur quelles que soient la température et la pression du gaz parfait; mais cette valeur est commune à tous les gaz d'une même série pris à leurs divers états correspondants, en sorte que r, c'est-à-dire, $\frac{P_c v_c}{T_c}$ est le même pour tous ces corps. Telle est la loi qui relie les trois éléments critiques.

Si l'on reprend ces fluides à des états correspondants quelconques, $\frac{pv}{T}$ aura même valeur pour tous, puisque

$$(5) \qquad \frac{pv}{T} = \frac{\pi\upsilon}{\tau}\,\frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{\pi\upsilon}{\tau}\, r,$$

et que π, υ, τ et r ont même valeur.

Les déterminations les plus précises que l'on possède sur les trois éléments critiques apprennent que la quantité r n'est pas une constante universelle comme l'indique l'équation de Van der Waals, qui fixe la valeur de cette quantité à $\frac{3}{8}$ R. On voit apparaître dès maintenant la nécessité de classer les corps dans des groupes différents, suivant la valeur que prend r pour chaque série de corps.

33. La loi sur les deux coefficients de dilatation. La polymérisation et le maximum de densité. — Les coefficients de dilatation à pression constante α_p et à volume constant α_v, multipliés par la température absolue, ont même valeur pour tous les corps d'une même série pris à des états correspondants.

D'après la définition même de ces coefficients, on a :

$$(6) \qquad T\alpha_p = \frac{T}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p = \frac{T_c\tau}{v_c\upsilon}\,\frac{v_c}{T_c}\left(\frac{\delta \upsilon}{\delta \tau}\right)_\pi = \frac{\tau}{\upsilon}\left(\frac{\delta \upsilon}{\delta \tau}\right)_\pi$$

$$(7) \qquad T\alpha_v = \frac{T}{p}\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v = \frac{T_c\tau}{P_c\pi}\,\frac{P_c}{T_c}\left(\frac{\delta \pi}{\delta \tau}\right)_\upsilon = \frac{\tau}{\pi}\left(\frac{\delta \pi}{\delta \tau}\right)_\upsilon \cdot$$

Les trois variables réduites ayant même valeur pour tous les corps considérés, et la relation qui relie ces variables étant identique, $T\alpha_p$ et $T\alpha_v$ ont, chacun, d'après les équations qui précèdent, une valeur unique pour tous ces corps.

Ces lois sur les coefficients de dilatation conduisent à des réflexions intéressantes.

Si α_p, par exemple, s'annule, comme il arrive pour l'eau liquide à 4° c. environ sous la pression atmosphérique, ce qui correspond à un maximum de densité, ce coefficient s'annule aussi pour tous les autres corps de la série, pris à des états correspondants. Tous les corps d'une série ont donc un maximum de densité, ou aucun d'eux n'en possède. Il semble peu vraisemblable que les corps purs puissent se grouper en deux sortes de séries présentant des propriétés si opposées, et l'hypothèse la plus plausible est qu'aucun corps pur ne peut avoir un maximum de densité. L'existence du maximum de densité pour un liquide serait donc le signe caractéristique d'une modification partielle dans la constitution chimique du corps, telle que la polymérisation bien connue de l'eau à la température ordinaire.

34. La loi sur la chaleur moléculaire de dilatation à température constante. — Cette chaleur moléculaire divisée par la pression a même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

Cela résulte immédiatement de la formule bien connue, attribuée à Clapeyron, qui relie cette chaleur l au coefficient de dilatation à volume constant

$$\frac{l}{p} = T\alpha_v \tag{3}$$

et de la loi qui vient d'être démontrée, concernant le produit $T\alpha_v$.

35. La loi sur le coefficient de compressibilité isotherme.— Ce coefficient multiplié par la pression a même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

On a, en effet, d'après la définition même de ce coefficient ϵ_T

$$p\epsilon_T = -\frac{p}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta p}\right)_T = -\frac{P_c\pi}{v_c\upsilon}\,\frac{v_c}{P_c}\left(\frac{\delta\upsilon}{\delta\pi}\right)_\tau = -\frac{\pi}{\upsilon}\left(\frac{\delta\upsilon}{\delta\pi}\right)_\tau \tag{9}$$

ce qui démontre la proposition.

36. Lois sur la tension de vaporisation et sur les volumes moléculaires d'un fluide à l'état de saturation. — Quand un corps est à l'état critique, tous les autres corps de la même série, pris à des états correspondants, sont aussi à l'état critique : car, pour tous ces corps, les trois variables réduites doivent être prises égales à l'unité.

Si le premier corps est une vapeur ou un liquide à l'état de saturation à une température quelconque, les autres sont aussi des vapeurs ou des liquides à l'état de saturation : car tous ces corps obéissant à une seule et même équation d'état réduite, la tension réduite Π de la vapeur saturée, le volume moléculaire réduit υ_1 ou υ_2 du corps à l'état de vapeur ou de liquide, sont trois fonctions de la température réduite τ, identiques pour tous les corps considérés ; ce qui signifie que tous les corps d'une série, saturés à des températures réduites égales, ont même tension de vaporisation réduite et même volume moléculaire réduit, soit à l'état de vapeur, soit à l'état liquide.

37. La loi sur la chaleur de vaporisation. — La chaleur moléculaire de vaporisation d'un liquide, divisée par la température absolue, a une même valeur pour tous les corps d'une série pris à des températures correspondantes.

Cela résulte immédiatement de l'application des remarques précédentes à la formule de Clapeyron qui donne la chaleur de vaporisation du liquide. L représentant cette chaleur pour le corps pris sous son poids moléculaire, et v_1 ou v_2 les volumes qu'il occupe à l'état de vapeur ou à l'état liquide, la formule de Clapeyron donne successivement :

$$(10) \qquad \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \frac{\delta \mathrm{P}}{\delta \mathrm{T}}(v_1 - v_2) = \frac{\mathrm{P}_c}{\mathrm{T}_c}\frac{\delta \Pi}{\delta \tau} v_c(\upsilon_1 - \upsilon_2) = r\frac{\delta \Pi}{\delta \tau}(\upsilon_1 - \upsilon_2)$$

r, $\frac{\delta \Pi}{\delta \tau}$, υ_1 et υ_2 ayant respectivement mêmes valeurs pour tous les corps d'une série, pris à des états correspondants, la loi se trouve démontrée.

38. Les lois sur les différences des chaleurs moléculaires. — De la première des deux relations (2) [**20**], on tire en dérivant par rapport à T :

$$\frac{\delta^2 \mathrm{S}}{\delta v \delta \mathrm{T}} = \frac{\delta^2 p}{\delta \mathrm{T}^2}.$$

En intégrant, à température constante, entre deux volumes extrêmes v_0 et v, il vient, après avoir multiplié par T chaque membre de l'équation ainsi obtenue :

$$\mathrm{T}\left(\frac{\delta \mathrm{S}}{\delta \mathrm{T}}\right)_v - \mathrm{T}\left(\frac{\delta \mathrm{S}_0}{\delta \mathrm{T}}\right)_{v_0} = \mathrm{T}\int_{v_0}^{v} \frac{\delta^2 p}{\delta \mathrm{T}^3} dv$$

Le corps étant pris sous son poids moléculaire, le premier membre de cette équation représente la différence entre les chaleurs moléculaires à volume constant, quand le corps passe à une même température du volume v_0 au volume v. Nous désignerons cette différence par $\Delta \mathrm{C}_v$.

D'autre part, on a :

$$\frac{\delta p}{\delta T} = \frac{P_c}{T_c}\frac{\delta \pi}{\delta \tau} \quad \text{et} \quad \frac{\delta^2 p}{\delta T^2} = \frac{P_c}{T_c}\frac{\delta^2 \pi}{\delta \tau^2}\frac{\delta \tau}{\delta T} = \frac{P_c}{T_c^2}\frac{\delta^2 \pi}{\delta \tau^2}$$

Et l'équation qui précède devient, son second membre étant exprimé, avec les variables réduites :

$$\Delta C_v = T_c \tau \int_{v_0}^{v} \frac{P_c}{T_c^2}\, v_c \,\frac{\delta^2 \pi}{\delta \tau^2}\, d\upsilon = r\tau \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} \frac{\delta^2 \pi}{\delta \tau^2}\, d\upsilon$$

Elle se traduit en langage ordinaire comme il suit :

La variation de la chaleur moléculaire C_v, à températures correspondantes, et entre volumes correspondants, est la même pour tous les corps d'une série.

La formule bien connue qui donne la différence des deux chaleurs moléculaires C_p et C_v pour un même état d'un corps, et que nous avons déjà rappelée [**20**] peut s'écrire :

$$C_p - C_v = T\alpha_p .\ T\alpha_v .\ \frac{pv}{T}$$

$T\alpha_p$, $T\alpha_v$ et $\frac{pv}{T}$, d'après trois lois déjà démontrées, ayant mêmes valeurs pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants, il en sera de même pour la différence $C_p - C_v$.

De cette loi et de la précédente découle évidemment la suivante :

La variation de la chaleur moléculaire C_p, à températures correspondantes, et entre volumes correspondants, est la même pour tous les corps d'une série.

39. Loi sur la chaleur moléculaire des gaz aux basses températures. — La tension de la vapeur saturée est régie, aux très basses températures, par la formule (27) [**15**]

$$P = \frac{R}{e^{\frac{m}{m-1}} + A}\, T^{\frac{m}{m-1}}$$

qui devient, par la substitution des variables réduites Π et τ aux variables ordinaires P et T,

$$P_c \Pi = \frac{R T_c^{\frac{m}{m-1}}}{e^{\frac{m}{m-1}} + A}\, \tau^{\frac{m}{m-1}}$$

soit

$$\Pi = \frac{RT_c^{\frac{m}{m-1}}}{P_c e^{\frac{m}{m-1}+A}} \tau^{\frac{m}{m-1}} = \frac{RT_c^{\frac{C}{R}}}{P_c e^{\frac{C}{R}+A}} \tau^{\frac{C}{R}}$$

Cette formule doit être identiquement la même pour tous les corps d'une série, d'où résulte que pour ces corps

1° $\frac{C}{R}$ et, par suite, C, c et m doivent avoir mêmes valeurs ;

2° $\frac{RT_c^{\frac{m}{m-1}}}{P_c e^{\frac{m}{m-1}+A}}$ et, par suite, $\frac{T_c^{\frac{m}{m-1}}}{P_c e^A}$ doit avoir une seule valeur.

La première de ces deux propositions est particulièrement intéressante. Elle stipule que la chaleur moléculaire (à pression constante où à volume constant) de tous les gaz d'une série tend vers une seule et même valeur (C ou c), à mesure que la température s'approche du zéro absolu. Elle fait naturellement songer à la loi de Delaroche et Bérard, qui apparaît ici sous une forme encore incomplète, comme une émanation du principe des états correspondants.

40. Les vérifications expérimentales du principe. — Telles sont les lois principales qui découlent directement du principe de Van der Waals sur les états correspondants. L'éminent savant hollandais a été le premier à signaler celles qui concernent les deux coefficients de dilatation, le coefficient de compressibilité isotherme et la vaporisation d'un liquide. La loi qui relie les valeurs des trois éléments critiques et celles relatives aux différences des chaleurs moléculaires ont été indiquées dans la suit avec des démonstrations plus ou moins claires et rigoureuses. La dernière n'avait pas encore, que nous sachions, été démontrée.

La plus intéressante de ces lois et, en même temps, la plus simple est celle qui régit la tension de vaporisation, et en vertu de laquelle la tension réduite $\frac{P}{P_c}$ est la même pour tous les corps d'une série, pris à une même température réduite $\frac{T}{T_c}$. Elle est d'un contrôle particulièrement facile, en raison des nombreuses déterminations qui ont été récemment exécutées par d'habiles opérateurs sur les tensions de vaporisation ainsi que sur les températures et pressions critiques.

Nous avons fait un essai de ce contrôle dans une suite de communications à l'Académie des Sciences, qui nous ont conduit à quelques conclusions (¹). L'incertitude qui règne encore sur la plupart des données expérimentales dont il a bien fallu nous contenter, nous oblige à ne formuler ces conclusions qu'avec des réserves.

Il résulte de cette étude de première approximation que l'Argon, le Crypton, le Xénon et même le Mercure, corps monoatomiques, s'accorderaient très nettement pour observer la loi sur les tensions de vaporisation.

L'oxyde de carbone, le chlore, le brome, l'iode, l'acide chlorhydrique, l'acide iodhydrique sont des corps diatomiques qui appartiendraient à une même série.

Il en serait de même pour l'acide carbonique, l'acide sulfureux, l'oxyde azoteux, le sulfure de carbone qui sont des corps triatomiques.

L'ammoniaque, l'acétylène, le trichlorure de phosphore, sont trois corps tétra-atomiques, dont les tensions de vapeur, encore bien imparfaitement connues pour les deux derniers, paraissent en harmonie pour observer les lois sur les états correspondants.

Le chlorure stannique, le fluorure de méthyle, le chloroforme, corps penta-atomiques, d'une part, le formiate de méthyle, le chlorure et le bromure d'éthyle, corps octo-atomiques, d'autre part, viendraient se ranger dans deux séries distinctes.

On savait déjà par les belles recherches de M. Sydney Young sur les propriétés thermiques des fluides purs à l'état de saturation, que les quatre dérivés halogènes du benzène observent très sensiblement les lois sur les états correspondants. Ce sont des corps composés de douze atomes.

On voit que les corps à classer dans un groupement comportent

---

(¹) COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (du 31 déc. 1917 au 12 août 1918). Ces communications ont été réunies dans un fascicule sous le titre : *Thermodynamique. Sur les tensions de vaporisation des liquides purs*. Gauthier-Villars, 1918.

le même nombre d'atomes. Ce serait, semble-t-il, une condition nécessaire à leur admission dans une série. Cette condition nécessaire est-elle suffisante ? et tous les corps, d'une même atomicité, ne peuvent-ils pas se partager en plusieurs groupes, suivant certains autres caractères de leur constitution chimique ? Ce sont là des questions d'un ordre très élevé qu'il reste à élucider. Il sera, croyons-nous, assez aisé d'y arriver en procédant avec méthode, quand nos connaissances seront plus précises et plus étendues sur les valeurs des éléments critiques et sur les tensions de vaporisation des liquides à diverses températures.

CHAPITRE VI

LA LOI DE DELAROCHE ET BÉRARD

41. La chaleur moléculaire des gaz parfaits. — Pour cinq gaz diatomiques, ceux qu'on appelait autrefois gaz permanents, l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, l'oxyde de carbone et l'oxyde azotique, considérés dans les limites de température et de pression assez restreintes, voisines des températures et pressions ordinaires, Delaroche et Bérard avaient observé que la chaleur moléculaire à pression constante avait très sensiblement la même valeur ; ce qui est assez remarquable. Mais les autres gaz diatomiques, dont les températures critiques sont beaucoup plus élevées, le chlore, le brome, l'iode, les acides chlorhydrique, bromhydrique et iodhydrique s'écartent notablement de cette loi.

Quand on passe aux gaz triatomiques, ceux qui, dans les conditions normales, s'écartent le moins de l'état parfait, l'acide sulfureux et surtout l'acide carbonique, l'oxyde azoteux, observent avec une certaine approximation la loi de Delaroche et Bérard, mais la valeur commune de la chaleur moléculaire n'est plus la même que pour les gaz permanents.

Ces coïncidences ne sont pas les effets du hasard, et la loi de Delaroche et Bérard doit contenir un fonds de vérité comme le principe des états correspondants qui lui paraît intimement lié, et qui suggère de suite une manière de concevoir cette loi sous une forme plus précise qui serait la suivante :

A températures correspondantes, tous les gaz parfaits d'une série ont même chaleur moléculaire à pression constante (ou à volume constant).

C'est, d'après ce que l'on a vu au chapitre précédent, la généralisation de la loi qu'observe la chaleur moléculaire d'un gaz parfait, quand sa température tend vers le zéro absolu.

On s'explique alors pourquoi la chaleur moléculaire du chlore, par exemple, est si notablement différente de celle de l'azote, aux températures ordinaires. Ce n'est, en effet, pas à moins de 600° c. qu'il faut élever la température du chlore pour que cette température soit en correspondance avec celle de l'azote pris au zéro de l'échelle centigrade. On s'explique de même pourquoi l'acide carbonique et l'oxyde azoteux, dont les températures critiques sont très voisines, ont des chaleurs moléculaires assez sensiblement comparables à toute température centigrade, ce qui correspond aussi, assez sensiblement, à une même température réduite pour les deux corps. Cette remarque s'applique également à l'azote et à l'oxyde de carbone dont les températures critiques sont assez voisines.

42. Les lois sur les chaleurs moléculaires des fluides à volume constant et à pression constante et les lois qui en dérivent. — La loi de Delaroche et Bérard ainsi rectifiée permet de donner un nouveau développement aux conséquences tirées du seul principe des états correspondants au chapitre précédent.

On a vu que la variation, à températures correspondantes et entre volumes correspondants, de la chaleur moléculaire C_v ou C_p était la même pour tous les corps d'une série [**38**] ; si l'un des deux volumes occupés v_0 grandit infiniment, la chaleur moléculaire C_p ou C_v devient celle d'un gaz parfait ; elle est la même pour tous les corps de la série, d'après la loi généralisée de Delaroche et Bérard ; d'où résulte que cette chaleur est aussi la même pour tous les fluides de la série occupant des volumes v quelconques mais en correspondance. On peut donc énoncer la loi suivante, applicable aux deux chaleurs moléculaires C_p et C_v :

Tous les corps d'une même série, pris à des états correspon-

dants, ont même chaleur moléculaire, soit à volume constant, soit à pression constante.

Cette loi a été depuis longtemps indiquée, presque sous la même forme, par M. A. Leduc et par Amagat comme principe expérimental (1).

On peut écrire comme il suit la formule de Reeck :

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\epsilon_T}{\epsilon_S} = \frac{p\epsilon_T}{p\epsilon_s}$$

C_p, C_v et $p\epsilon_T$ ayant même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants, d'après les lois déjà démontrées, il en sera de même pour $p\epsilon_s$, d'après la formule qui précède.

Le coefficient de compressibilité adiabatique multiplié par la pression a même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

La formule bien connue qui relie le coefficient de Thomson $h = \left(\frac{\delta T}{\delta p}\right)_S$ à C_p et à α_p peut se mettre sous la forme :

$$\frac{h}{v} = \frac{T\alpha_p}{C_p}.$$

Quand $T\alpha_p$ et C_p ont mêmes valeurs pour deux corps, $\frac{h}{v}$ a aussi même valeur pour ces deux corps, d'où résulte la loi suivante :

Le coefficient de Thomson h, divisé par le volume moléculaire, a même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

43. La loi sur l'entropie et les lois qui en dérivent. — On a pour la différentielle totale de l'entropie exprimée en fonction de la température et du volume :

$$dS = \left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_v dT + \left(\frac{\delta S}{\delta v}\right)_T dv\,.$$

---

(1) Bulletin de la Société française de Physique, 1906, 4e fasc., p. 64.

Par définition des coefficients C_v et l, on a :

$$C_v = T\left(\frac{\delta S}{\delta T}\right)_v \quad , \quad l = T\left(\frac{\delta S}{\delta v}\right)_T$$

et l'équation précédente prend la forme

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + \frac{l}{T}\,dv = C_v \frac{dT}{T} + \frac{l}{p}\,\frac{pv}{T}\,\frac{dv}{v}$$

soit, en fonction des variables réduites τ et υ,

$$dS = C_v \frac{d\tau}{\tau} + \frac{l}{p} \cdot \frac{pv}{T}\,\frac{d\upsilon}{\upsilon}$$

D'après les lois déjà démontrées, C_v, $\frac{l}{p}$ et $\frac{pv}{T}$ sont trois fonctions des variables réduites, mais identiques pour tous les corps d'une série, en sorte que dS est la différentielle d'une seule fonction $f(\tau, \upsilon)$ applicable à tous ces corps. On a donc, par intégration, pour leur différence commune d'entropie $S - S_o$, à deux états correspondants (τ, υ) et (τ_o, υ_o) :

$$S - S_o = f(\tau, \upsilon) - f(\tau_o, \upsilon_o).$$

Les corps d'une même série condensés au zéro de la température absolue et sous une pression nulle, sont à des états correspondants, et l'on sait que leur entropie est alors nulle. Si donc τ_o et υ_o se rapportent à ce cas, l'équation précédente montre que :

L'entropie moléculaire a même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

De cette loi découle immédiatement la suivante :

La chaleur moléculaire M_1 ou M_2 des fluides maintenus à l'état de saturation a la même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

S_1 ou S_2, suivant qu'il s'agit de l'état de vapeur ou de l'état liquide, est, en effet, une même fonction de τ pour tous ces corps, et l'on a :

$$M_1 = T\frac{\delta S_1}{\delta T} = T_c\tau\,\frac{\delta S_1}{\delta \tau}\,\frac{\delta \tau}{\delta T} = \tau\,\frac{\delta S_1}{\delta \tau}$$

$$M_2 = T\frac{\delta S_2}{\delta T} = T_c\tau\,\frac{\delta S_2}{\delta \tau}\,\frac{\delta \tau}{\delta T} = \tau\,\frac{\delta S_2}{\delta \tau}$$

ce qui démontre la proposition.

Le coefficient M_1 s'annule pour changer de signe à la température dite d'inversion [**28**]. Quand cette circonstance se produit pour un corps, elle se produit nécessairement pour tout autre corps de la même série, pris à la même température réduite : d'où la loi suivante :

Pour tous les corps d'une série, la température d'inversion est dans un rapport invariable avec la température critique.

44. Lois sur les quatre fonctions de Massieu. — L'équation différentielle de l'énergie U, exprimée en fonction de ses variables normales S et v, est, comme l'on sait,

$$dU = TdS - pdv = TdS - T\frac{pv}{T}\frac{dv}{v}$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$\frac{dU}{T_c} = \tau dS - \tau\frac{pv}{T}\frac{d\upsilon}{\upsilon}$$

Le second membre est, pour tous les corps d'une même série, la différentielle exacte d'une seule fonction $F(\tau, \upsilon)$. On en déduit que la différence d'énergie à deux états correspondants (τ, υ) et (τ_0, υ_0), et divisée par la température critique, est la même pour tous ces corps :

$$\frac{U - U_0}{T_c} = F(\tau, \upsilon) - F(\tau_0, \upsilon_0)$$

Si τ_0 et υ_0 se rapportent au cas où les corps sont condensés au zéro de la température absolue et sous une pression nulle, leur énergie U_0 sera nulle [**24**], et l'équation précédente deviendra :

$$\frac{U}{T_c} = F(\tau, \upsilon)$$

soit

$$\frac{U}{T} = \frac{T_c}{T}F(\tau, \upsilon) = \frac{F(\tau, \upsilon)}{\tau}$$

$\frac{U}{T}$ a donc même valeur pour tous les corps de la série pris à des états correspondants.

Les trois autres fonctions de Massieu I, H, J sont reliées à l'énergie U par les formules connues :

$$I = U - ST, \qquad H = U - ST + pv, \qquad J = U + pv$$

d'où

$$\frac{I}{T} = \frac{U}{T} - S \qquad \frac{H}{T} = \frac{U}{T} - S + \frac{pv}{T} \qquad \frac{J}{T} = \frac{U}{T} + \frac{pv}{T}$$

La seule inspection de ces expressions conduit à l'énoncé général suivant :

Les quatre fonctions de Massieu, divisées par la température absolue, ont respectivement même valeur pour tous les corps d'une série pris à des états correspondants.

La loi de Delaroche et Bérard, généralisée et précisée par l'énoncé que nous en avons donné plus haut, était indispensable à la démonstration de ces nouvelles lois, qui viennent combler les lacunes laissées au chapitre précédent. On obtient ainsi un ensemble nombreux de lois cohérentes et rationnelles, qui doivent singulièrement aider à décider si le principe des états correspondants doit être définitivement admis.

45. Les vérifications du principe aux très basses températures. — Un fait vraiment remarquable, et qui ne saurait être passé sous silence ici, c'est l'accord que l'on constate entre les nombreuses lois que nous venons de passer en revue et les propriétés des corps aux très basses températures (Chap. II et III), propriétés qui ont été démontrées indépendamment de toute considération sur le principe des états correspondants, et qui viennent cependant en confirmer toutes les conséquences.

Au point initial ($p = 0$, $T = 0$), qu'il y a quelque raison de regarder comme le point critique, où l'état liquide et l'état solide viennent se confondre, ainsi que nous l'avons déjà dit [**16**], et à partir duquel il a été convenu que devraient se compter l'entropie et les fonctions de Massieu U, I, J, H, tous les corps d'une série sont évidemment à des états correspondants.

Or, à ce point initial, d'après les démonstrations données au Chapitre III, les quantités

$$\frac{pv}{T}, \qquad T\alpha_p, \qquad T\alpha_v, \qquad \frac{l}{p}, \qquad \frac{h}{v},$$

$$p\epsilon_T, \qquad p\epsilon_s, \qquad C_p, \qquad C_v, \qquad S,$$

$$M_2, \qquad \frac{U}{T}, \qquad \frac{I}{T}, \qquad \frac{J}{T}, \qquad \frac{H}{T},$$

s'annulent toutes, et ont, par suite, comme l'exigent les lois sur les états correspondants, une même valeur pour tous les corps, quelle que soit, d'ailleurs, la série à laquelle ils appartiennent : ce qui devait être, parce que zéro, comme l'unité, comme R, est une constante universelle, qui n'est fonction de rien du tout.

Si l'on considère, en outre, la vapeur saturée d'un liquide à la température limite du zéro absolu, cette vapeur devient gaz parfait, et l'on a, d'après les démonstrations données au Chapitre II,

$$\frac{pv}{T} = R, \qquad T\alpha_p = 1, \qquad T\alpha_v = 1, \qquad \frac{l}{p} = 1, \qquad \frac{h}{v} = \frac{1}{C}$$

$$p\epsilon_T = 1, \qquad p\epsilon_s = \frac{c}{C}, \qquad C_p = C, \qquad C_v = c, \qquad S = C,$$

$$M_1 = 0, \qquad \frac{U}{T} = c \qquad \frac{I}{T} = -R, \qquad \frac{J}{T} = C, \qquad \frac{H}{T} = 0,$$

Enfin, la chaleur de vaporisation L, dans le passage du premier au second état, à température et pression nulles, satisfait [**17**] à la relation limite

$$\frac{L}{T} = C.$$

Chacune de ces quantités a même valeur pour tous les corps d'une série, qui se trouvent à des états correspondants. Quelques-unes même de ces valeurs (0, 1, R) sont indépendantes du classement des corps, comme cela devait être pour la raison donnée plus haut ; les autres sont celles qui sont caractérisées par la série considérée, laquelle détermine C et *c*.

46. Forme définitive de la fonction Φ des gaz parfaits, dans la théorie des états correspondants. — Eu égard à la formule (37) [**18**], reproduite ci-dessous :

$$C_p = C - 2RT(A_1 + 3A_2T)$$

la loi de Delaroche et Bérard rectifiée se traduit en posant :

$$(1) \qquad C_p = C + C_1\tau + C_2\tau^2 = C + C_1\frac{T}{T_c} + C_2\frac{T^2}{T_c^2}$$

C_1 et C_2 étant, comme C, des constantes caractéristiques des corps appartenant à une même série.

Ces trois constantes peuvent se calculer au moyen de trois équations simples du premier degré en C, C_1 et C_2, quand on connaît à trois températures convenablement espacées la chaleur spécifique de l'un des corps d'une série, voisin de l'état parfait. Les constantes de la formule (1) étant ainsi déterminées, on pourra vérifier la loi de Delaroche et Bérard, à la condition de connaître, par des données expérimentales précises, un assez grand nombre de valeurs de la chaleur spécifique. Malheureusement tel n'est pas le cas, si l'on se rapporte aux indications du RECUEIL DES CONSTANTES PHYSIQUES de la Société française de physique, p. 319.

L'identification des deux formules précédentes donne :

$$\frac{C_1}{T_c} = -2RA_1, \qquad \text{soit} \qquad RA_1 = -\frac{C_1}{2T_c}$$

$$\frac{C_2}{T_c^2} = -6RA_2, \qquad \text{soit} \qquad RA_2 = -\frac{C_2}{6T_c^2}$$

et la fonction Φ des gaz parfaits, définie par la formule (36) [**18**], prend, dans la théorie des états correspondants, la forme définitive :

$$(2) \qquad \Phi = cT - cT \log T + RAT - \frac{C_1}{2T_c} T^2 - \frac{C_2}{6T_c^2} T^3.$$

On a vu au Chapitre V [**39**] que l'on pouvait poser :

$$(3) \qquad Q = \frac{T_c^{\frac{m}{m-1}}}{P_c e^A},$$

Q étant une même constante pour tous les corps d'une série, d'où l'on tire :

$$(4) \qquad A = \log \frac{T_c^{\frac{m}{m-1}}}{QP_c}.$$

Pour que la fonction Φ soit complètement déterminée, il faut connaître, d'après la formule (2), outre les éléments critiques T_c, P_c, les constantes de la formule (1) et la constante Q. Cette dernière semble beaucoup plus difficile à atteindre que les autres. Elle est d'ailleurs moins intéressante, car elle disparaît de la plupart des formules dont on a à se servir dans la pratique.

Notes sur la Flore du Katanga

PAR

É. DE WILDEMAN
Directeur du Jardin Botanique de l'État, Bruxelles

V

Depuis le dépôt du fascicule précédent de ces notes et de sa publication dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES (¹), il nous a été possible de réunir sur la Flore du Katanga, un assez grand nombre de données, d'abord par suite de la détermination pendant la guerre de documents accumulés à Bruxelles, ensuite grâce à l'obligeance de M. Rogers, collecteur anglais, qui, en nous promettant des récoltes, nous avait fait parvenir la liste des plantes qu'il avait eu l'occasion de trouver sur le territoire de notre Congo.

Plusieurs des espèces relevées ici sont accompagnées de leur description ; les unes sont nouvelles et apparaissent pour la première fois ici ; les autres ont été signalées dans des publications antérieures, parfois comme « nomen nudum » dans ces « Notes »; mais comme leur diagnose n'a paru qu'en latin dans des revues qu'il n'est pas aisé, et sera moins aisé encore, de se procurer, nous avons cru utile d'en donner ici une description plus étendue, avec des indications plus détaillées sur leurs affinités.

Nous sommes encore fort loin de la connaissance complète de la flore de cette partie de notre Colonie ; aussi ne songeons-nous nullement à essayer de présenter même un aperçu de la géo-botanique du Katanga.

Les découvertes de M. Rogers, celles de nos compatriotes, Bequaert, Florent, Hock, Homblé, Ringoet, prouvent de la façon la plus nette la grande richesse de cette flore qui semble se caractériser par de nombreuses espèces endémiques, dont la présence

---

(¹) Tome XXXVIII, 1914, pp. 353-365. Cfr. ANN. SOC. SCIENT. BRUX., XXXIV, 1910, XXXVII, 1913 et XXXVIII, 1914, pp. 1-32.

dans ce coin de notre Colonie est liée, sans aucun doute, à la nature particulière du sol et du climat.

Nous reviendrons probablement encore à diverses reprises sur la flore du Katanga avant de pouvoir en donner une synthèse.

Souhaitons de voir des naturalistes belges se rendre nombreux au Congo, et étudier sur place la variabilité des plantes qui le peuplent. Puissent-ils nous ramener des documents de plus en plus complets et abondants ; ce sera le seul moyen de préciser la constitution de la flore des divers domaines végétaux qui s'étendent sur le Congo.

Bruxelles, 15 avril 1919.

GRAMINACEAE

RHYTACHNE *Desv.*

Rhytachne congolensis *Hack.*

Région du Lualaba (Kat.), déc. 1912 (Homblé, n. 942).

Rhytachne rottbœllioides *Desv.*

Katentania (Biano-Manika), Vallée boisée, novembre 1912, (Homblé, n. 711) ; Manika, 1911 (Ad. Hock) ; Chilongo, 1911 (Ad. Hock) ; Katanga, 1911 (Homblé, n. 12).

ROTTBŒLLIA *L. f.*

Rottbœllia exaltata *L. f.*

Élisabethville, fév. 1912 (Homblé, n. 51) ; Chisangwe, janv. 1912 (Homblé, n. 34) ; Vallée de la Luembe, févr. 1910 (Hock).

TRACHYPOGON *Nees.*

Trachypogon polymorphus *var.* **Montufari** *subv.* **capensis** *Hack.*

Élisabethville, mars 1912 (J. Bequaert, n. 221) ; Shinsenda, févr. 1912 (Ringoet in Coll. Homblé, n. 384. — Nom. vern. : Maiani).

SCHIZACHYRIUM *Nees.*

Schizachyrium brevifolius *(Lev.) Nees* Agrost. Brasil. (1829), p. 332 ; *De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 4.

Andropogon brevifolius *Lev.*
Élisabethville, avril 1912 (Bequaert, n. 321).

HETEROPOGON *Pers.*

Heteropogon contortus *(L.) Pal. Beauv.* ex *Roem.* et *Schult* Syst. II (1817), p. 533 ; *De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 5.
Andropogon contortus *L.*
Bukama, avril 1911 (Bequaert).

ANTHISTIRIA *L. f.*

Anthistiria imberbis *Retz.* Observ. bot. II (1753), p. 11 ; *De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 6.
Themeda Forskalii var. imberbis *Hack.* in *D C.* Monog. Phan. VI (1889), p. 661.
Shisangwe, 1912 et 1913 (H. Homblé, n. 43 et 37. — Dembo) ; Shinsenda, 1912 (Ringoet, coll. Homblé, n. 372. — Nom ind. : Munkuga [Balamba]) ; Élisabethville, 1912 (J. Bequaert, n. 471. — Dembo) ; Vallée de Kapiri, 1913 (Homblé, n. 1053. — Très commun en diverses stations. — Nom. ind. : Kantotune [Kis.]).

CYMBOPOGON *Spreng.*

Cymbopogon acutispathaceus *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 6, tab. XXVII, fig. 1-12.
Andropogon acutispathaceus *De Wild.*
Shinsenda, brousse, 2 mai 1912 (Ringoet, n. 3).
Cymbopogon Bequaerti *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 8, tab. XXVI, fig. 18-20.
Andropogon Bequaerti *De Wild.*
Savane boisée sèche à Élisabethville, 4 avril 1912 (J. Bequaert), n. 306).
Cymbopogon Cymbarius *(L.) Rendle* in JOURN. LINN. SOC. BOT. XXXVIII (1908), p. 241 ; *De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 10.
Élisabethville, 1912 (J. Bequaert, n. 356. — Savane boisée riche).
Cymbopogon densiflorus *(Steud.) De Wild.* BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 10.
Andropogon densiflorus *Steud.*

Vallée de la Kapiri, févr. 1913 (Homblé, n. 1058) ; région du Lualaba, déc. 1912 (Homblé, n. 921. Plante cultivée contre les maux de tète) ; Shinsenda, mars 1912 (Homblé, n. 365. Nom. vern. : Kikoti).

Cymbopogon diplandrus *(Hack.) De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 11.

Andropogon diplander *Hack.*

Shinsenda, 1912 (Ringoet, n. 10).

Cymbopogon filipendulus *(Hochst.) Rendle* Cat. Welw. Afr. Pl. II (1899), p. 157 ; *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 12.

Andropogon filipendulus *Hochst.*

Tschinsenda (Rogers, n. 10399) ; Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1044. — Terre fertile profonde).

Cymbopogon kapandensis *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux, VI (1919), p. 13, tab. XXVIII, fig. 10-22.

Andropogon kapandensis *De Wild.*

Région du Lualaba, vallée de Kapanda, dans la plaine à son embouchure, décembre 1912 (Homblé, n. 991).

Cymbopogon luembensis *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 14, tab. XXV fig. 1-11.

Andropogon luembensis *De Wild.*

Vallée de la petite Luembe, février 1910 (Ad. Hock).

Cymbopogon modicus *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 16, tab. XXVII, fig. 13-23.

Andropogon modicus *De Wild.*

Savane boisée, 4 avril 1912 (J. Bequaert, n. 310).

Cymbopogon pilosovaginatus *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 17, tab. XXIV, fig. 12-20.

Andropogon pilosovaginatus *De Wild.*

Shinsenda, marais, mai 1912 (Ringoet, n. 11) ; Vallée de la Kapanda, dans la plaine à l'embouchure de la rivière, décembre 1912 (Homblé, n. 987) ; Savane boisée sèche à Élisabethville (J. Bequaert, n. 444).

Cymbopogon rufus (*Kunth*) *Rendle* in Cat. Welw. Afr. Pl. II, 1 (1899), p. 155 ; *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 19

Andropogon rufus *Kunth.*

Tshinsenda (Rogers, n. 10205) ; Vallée de la Kapanda, 1912 (Homblé, n. 988) ; Savane boisée, partie basse près d'Élisabethville, 1912 (J. Bequaert, n. 445).

Cymbopogon scabrimarginatus *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 20, tab. XXIV, fig. 1-11.

Andropogon scabrimarginatus *De Wild.*

Shinsenda, 2 mai 1912 (Ringoet, n. 11).

Cymbopogon subcordatifolius *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 22, tab. XXVI, fig. 1-9.

Andropogon subcordatifolius *De Wild.*

Brousse à Élisabethville, mai 1912 (Homblé, n. 315. — Nom ind. : Ninteke).

ANDROPOGON *L.*

Andropogon bipennatus *Hack.* in Flora (1895), p. 142 ; *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 29.

Élisabethville, avril 1912 (Bequaert, n. 352) ; Welgelegen, 1912 (J. Bequaert, n. 415. — Savane boisée, dans le voisinage de l'eau).

Andropogon cerisiaeformis *Nees* FL. AFR. AUSTR. (1841), p. 109 ; *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 32.

Élisabethville, 1912 (Homblé, p. 48. — Nom ind. : Sokotela).

Andropogon Homblei *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 35, tab. XXXII, fig. 16-20.

Vallée du Kapiri, terre fertile, boisée, février 1913 (Homblé, n. 1068).

Andropogon Ringoeti *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 36, tab. XXXII, fig. 1-15.

Shinsenda, 29 mars 1912 (Ringoet, n. 2. Brousse).

Andropogon shirensis *Hochst.* in SCHIMP. PL. ABYSS. sect. 3, n. 1807 ; *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 38.

A. distachyus in *Th.* et *H. Durand*, Sylloge, p. 625 et al. Congo.

Élisabethville, 1912 (J. Bequaert, n. 273, 385. — Savane boisée sèche) ; Vallée de Kapiri, 1912 (Homblé, n. 1069, 1057) ; Vallée de la petite Luembe, février 1910 (Ad. Hock).

POLLINIA *Trin.*

Pollinia Bequaerti *De Wild.* nov. spec. (¹)

Plante à souche fibreuse ; tiges plus ou moins couchées à la base, genouillées et s'enracinant aux nœuds, atteignant plus de 80 cm. de long, ramifiées, glabres, à nœuds visibles nombreux plus ou moins ciliés à l'état jeune ; gaine ciliée sur le dos et les bords, ligule atteignant 3 mm. de long, limbe lancéolé-linéaire, plan, de 6-12 cm. de long et 4-10 mm. de large, éparsement velu-scabre sur les deux faces, cilié sur les bords, racèmes au nombre de 2-6 au sommet d'un pédoncule commun, dressés, de 3-7 cm. de long, l'inférieur généralement sessile, les autres plus ou moins longuement pédicellés, épillets non ferrugineux de 4 mm. env. de long, non compris les aristes; rachis cilié, glumes subcoriaces ; épillet sessile à glume externe canaliculée extérieurement à l'état sec, glabre sauf vers le sommet cilié, de 4 mm. env. de long ; glume II env. aussi longue que la précédente, glume III réduite, parfois une pule rapidement caduque ; glume aristée à limbe de 5 mm. de long, non lobé au sommet, ariste de env. 7 mm. de long, ciliée, genouillée vers le milieu, étamines au nombre de trois, anthères de 2.5 mm. env. de long ; ovaire ovoïde, stigmates divergents plumeux ; épillet pédicellé à pédicelle de 2 mm. env. de loug, plus court que le rachis, de constitution analogue à celle de l'épillet sessile.

Nieuwdorp, 5 mai 1912 (J. Bequaert, n. 391. — Places humides et ombragées de la vallée de Kasunumu).

Pollinia Homblei *De Wild.* nov. spec. (²)

Plante à souche fibreuse, à tiges dressées ou plus ou moins couchées et genouillées à la base, atteignant plus de 125 cm. de long ; tiges glabres à plus

---

(¹) *Pollinia Bequaerti* ; Ramis basi plus minus geniculatis, usque 80 cm. altis, ramosis, glabris, nodis numerosis juvenilis ciliolatis, vagina dorso ciliata, ligula usque 3 mm. longa, lamina lanceolato-lineari, 6-12 cm. longa et 4-10 mm. lata, sparse velutino-scabra ; racemis 2-6, erectis, 3-7 cm. longis sessilis vel longe pedicellatis, spiculis circ. 4 mm. longis, glumis spiculis sessilibus subcoriaceis ; gluma externa 4 mm. circ. longa, gluma II 4 mm. circ. longa, gluma III reducta, aristata circ. 7 mm., ciliata, medio geniculata ; staminibus 3, ovario ovoideo, stigmatis divergentibus ; spiculis pedicellatis pedicello circ. 2 mm. longo.

(²) *Pollinia Homblei* ; Radix fibrosa, ramis erectis vel basi geniculatis, usque 125 cm. altis, glabris, circ. 4-nodis, vagina glabra, ligula brevi, glabra, lamina lineari usque 8 cm. longa et 5 mm. lata, supra et infra glabra ; racemis 2-3, erectis 5-8.5 cm. longis, spiculis ferruginosis, circ. 4 mm. longis; glumis coriaceis, spiculis sessilibus, gluma externa elliptica, dorse brunneo-velutina, ciliata, circ. 4 mm. longa, gluma II truncata, dorso velutina, gluma interna elliptico-lanceolata, 3 mm. circ. longa, ciliata ; arista circ. 7 mm. longa basi pilosa, ovario ovoideo ; spiculis pedicellatis pedicello ciliato.

de quatre nœuds visibles ; gaine glabre, ligule courte, glabre, limbe linéaire plan atteignant 8 cm. de long et 5 mm. de large, les supérieurs très réduits, glabres sur les deux faces ; racèmes au nombre de 2-3 au sommet d'un pédoncule commun, dressés, de 5-8,5 cm. de long, plus ou moins distants, l'inférieur généralement sessile, épillets ferrugineux tous fertiles, de env. 4 mm de long, non compris les aristes ; glumes coriaces ; épillet sessile à glume externe elliptique densément velue-brunâtre sur le dos, ciliée, de env. 4 mm. de long ; glume II tronquée, velue sur le dos et les bords, glume interne elliptique-lancéolée, souvent rapidement caduque, de 3 mm. env. de long, ciliée, glume avec ariste à limbe de env. 2 mm. de long, muni de chaque côté de l'ariste d'un pinceau de poils, ariste de env. 7 mm. de long, ciliée, genouillée vers le milieu, étamines 3, anthères de env. 4 mm. de long ; ovaire ovoïde, stigmates divergents plumeux ; épillets pédicellés de même constitution à pédicelle cilié latéralement des deux côtés, environ aussi long que le fragment du rachis.

Chisangue, janvier 1912 (Homblé, n. 42. — Dembo inondé) ; Région du Lualaba, décembre 1912 (Vallée de la Kapanda, à l'embouchure de la rivière) (Homblé, n. 984).

Obs. — Espèce affine des *P. aurea* et *phaeantha*.

MELINIS *Pal. Beauv.*

Melinis minutiflora *Pal. Beauv.*

Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1032) ; région de Lualaba (Kat.), déc. 1912 (Homblé, n. 964).

AXONOPUS *Pal. Beauv.*

Axonopus semialatus *Hook. f.*

— — var. **Ecklonii** *Stapf.*

Katentania, oct. 1912 (Homblé, n. 685) ; Shinsenda, mars 1912 (Homblé, n. 483) ; Katanga, 1911 (Homblé, n. 8) ; Étoile du Congo, oct. 1911 (Ad. Hock) ; Vallée de la P^{te} Luembe, fév. 1910 (Hock).

PANICUM *L.*

Panicum brizanthum *Hochst.*

Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1059).

Panicum colonum *L.*

Shinsenda, 1912 (Ringoet, n. 408, et n. 408. — Nom vern. : Lupunga).

Panicum rus-Galli *L.*

Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1835. — Nom vern. : Sono [Kisa]).

Panicum diagonale *Nees*
Plateau de Biano, nov. 1912 (Homblé, n. 879) ; Vallée de la Petite Luembe, 1910 (Ad. Hock).

Panicum Dregeanum *Nees.*
Élisabethville (Rogers, n. 10318).

Panicum falciferum *Trin.*
Élisabethville (Rogers, n. 10139).

Panicum interruptum *Willd.*
Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 350. — Nom vern. : Saka).

Panicum maximum *Jacq.*
Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1038. — Nom vern. : Kayalenge [Kisa]). — Bord de l'eau, hauteur 2.50 m.

Panicum serratum *R. Br.*
Katentania, nov. 1912 (Homblé, n. 716) ; Haut Katanga, oct. 1911 (Ad Hock, plante crois. sur termitières) ; Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1063) ; Baya (Rogers, n. 10387).

OPLISMENUS *Pal. Beauv.*

Oplismenus africanus *Pal. Beauv.*
Nieuwdorp, mai 1912 (Bequaert, n. 572).

SETARIA *Pal. Beauv.*

Setaria aurea *Hochst.*
Tschinsenda (Rogers, n. 10108).

Setaria Homblei *De Wild.* nov. spec. (1).
Plante pérennente, à souche cespiteuse ou partiellement pivotante, à racines nombreuses, assez fortes, tomenteuses. Tiges dressées, grêles, atteignant avec

---

(1) *Setaria Homblei* ; Culmis erectis usque 90 cm. longis, simplicibus, 2-3-nodis, glabris ; vagina glabra vel sparse ciliata ; ligula ciliolata, lamina erecta, acuta 5-22 cm. longa, margine ciliolata, 1-4 mm. lata ; panicula cylindrica, laxa, 3-5 cm. longa et 5-6 mm. lata, rachide puberula, spiculis oppositis vel subverticillatis ; ramis reductis unispiculatis, spicula biflora, basi 4-8-setulosa, setulis unilateralis ; spiculis 4-5 mm. longis subglobulosis, gluma externa subacuta 2 mm. circ. longa, interna 1 mm. longa ; flos mascula 3-staminata, flos hermaphrodita 3-staminata, ovario ovoideo, stylis divergentibus, basi geniculatis, stigmatis plumosis.

les épis jusque 90 cm. de haut, simples, à 2-3 nœuds visibles, glabres sauf vers le sommet sous la panicule où elles sont pubéruleuses-scabres ; gaines glabres ou éparsement ciliées, les inférieures surtout fortement striées, persistantes ; ligule ciliolée ; feuilles dressées, aiguës de 5-22 cm. de long, ciliolées sur les bords de 1-4 mm. de large. Panicule cylindrique relativement lâche de 3-5 cm. de long et 5-6 mm. de large, à axe pubéruleux, à épillets opposés ou subverticillés, parfois distants de 3 mm. ; rameaux réduits à un épillet biflore, courtement stipité, à 4-8 soies de 2-7,5 mm. de long, unilatérales, scabres, dressées, d'un jaune-violacé ; épillets de 4-5 mm. de long, subglobuleux ; glumes membraneuses, l'inférieure ovale-élargie, subaiguë de 2 mm. env. de long, 3-nerviée ; la supérieure de même forme, un peu plus développée de 3 mm. env. de long, 5-nerviée ; fleur mâle généralement un peu plus grande que la fleur hermaphrodite à valve 5-nerviée d'env. 3 mm de long, pale un peu plus courte ; étamines trois à anthères de 2 mm. env. de long ; fleur hermaphrodite constituée comme la fleur mâle, à trois étamines, à ovaire ovoïde, à styles divergents généralement genouillés, à stigmates plumeux.

Plateau de Biano (Manika), env. de Katentania, partie non boisée, novembre 1912 (Homblé, n. 747) ; Shinsenda, mars 1912 (leg. Berdal, coll. Homblé, n. 557) ; Hauts plateaux de la Manika, octobre 1911 (Ad. Hock) ; Esschen, plateau, partie boisée, novembre 1912 (Homblé, n. 883).

Obs. — Cette espèce est indiscutablement très voisine du *S. perennis* Hack., qui semble, jusqu'à ce jour, avoir été observé seulement dans le sud de l'Afrique (cf. FLORA CAPENSIS VII, p. 424 et Medley Wood. Natal plants, pl. 171). Il faut cependant faire remarquer que si l'on compare les échantillons du Katanga avec ceux qui ont servi de base à l'iconographie des plantes du Natal *(loc. cit.)*, il y a dans l'épi une différence d'aspect assez notable. Dans les plantes du Katanga, l'épi est plus lâche, il y a de l'espace entre les épillets ; dans la plante figurée, l'épi est particulièrement dense.

Nous n'avons pu malheureusement étudier aucun spécimen authentique de *S. perennis* Hack., ce qui nous a amené à séparer spécifiquement la plante du Katanga.

PENNISETUM *Pers.*

Pennisetum Prieurii *Kth.*

Élisabethville, avril 1912 (Homblé, n. 286 — Noms vern. : Mingala et Bisékè) ; Élisabethville, avril 1912 (Bequaert, n. 317).

LEERSIA *Sw.*

Leersia hexandra *Sw.*
Élisabethville, 1911 (Hock).

ARISTIDA *L.*

Aristida angustata *Stap f.*
Élisabethville (Rogers, n. 10216).
Aristida Hocki *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. Bruxelles, VI (1919), p. 39, tab. XXXV, fig. 1-6.
Élisabethville, 1911 (Ad. Hock).

SPOROBOLUS *R. Br.*

Sporobolus angustifolius *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante cespiteuse; tiges dressées ou géniculées à la base, simples ou plus rarement ramifiées, atteignant avec les inflorescences environ 90 cm. de long, glabres, à deux ou trois nœuds visibles, gaines foliaires glabres, ligule ciliée, limbe linéaire, de 4-17 cm. de long et 1-3 mm. de large, rigide, glabre sur le dos et la face supérieure et les bords souvent enroulés, nervures rapprochées ; panicule dressée de 14-25 mm. de long et 6-7 cm. de large, assez lâche, ramifications fasciculées ou alternes non en verticilles, rameaux étalés-dressés, capillaires, glabres, lisses, plus ou moins ramifiés, violacés ou olivâtres, en épillets disposés irrégulièrement ; pédicelles courts, de 1 mm. de long env. parfois de 4 mm. de long ; épillets de 2 mm. de long et 1 mm. de large ; d'un vert olive ; glume externe ovale 1-nerviée, de 0,5 mm de long, caduque, glume interne 1-nerviée, de env. 1 mm. de long, valve elliptique subaiguë environ aussi longue que la pale de près de 2 mm. de long ; étamines au nombre de 3, anthères de env. 0,7 mm. de long, ovaire obovoïde à stigmates divergents plumeux.

Katanga, 1911 (H. Homblé, n. 16) ; Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Vallée de Kapiri, 1913 (Homblé, n. 1060. — Terre sèche, schisteuse).

---

(1) *Sporobolus angustifolius ;* Caespitosus, culmis erectis vel basi geniculatis, simplicibus vel raro ramosis, usque 90 cm. altis, glabris, 2-3-nodis, vagina glabra, ligula ciliata, lamina lineari, 4-17 cm. longa et 1-3 mm. lata, supra et infra glabra, panicula erecta 14-25 cm. longa et 6-7 cm. lata, laxa, ramis fasciculatis vel alternis non verticillatis, erecto-patulis, glabris ; pedicellis 1-4 mm. longis, spiculis 2 mm. circ. longis et 1 mm. latis, viridi-olivaceis, gluma externa ovata 1-nerviata, caduca, gluma interna 1-nerviata cir. 1 mm. longa, valva elliptica subacuta circ. 2 mm. longa, palea 2 mm. longa, staminibus 3 ovario obovoideo, stigmatis plumosis divergentibus.

Obs. — Cette espèce appartient au groupe du *S. festivus* ; ses épillets sont plus développés, ses feuilles plus longues.

Sporobolus barbigerus *Franch.*

Plateau de la Manika, oct. 1911 (Ad. Hock).

Sporobolus Bequaerti *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante cespiteuse ; tiges dressées ou rarement géniculées à la base, simples, atteignant avec les inflorescences plus de 125 cm. de long, glabres, à deux ou trois nœuds visibles, gaines foliaires glabres, ligule courtement ciliée, limbe linéaire-lancéolé, de 17-30 cm. de long et 3-7 mm. de large, rigide, glabre sur le dos et la face supérieure ou légèrement scabre sur les bords ; nervures longitudinales de deux épaisseurs ; panicule dressée de 30-40 cm. de long et 4-8 cm. de large, lâche, ramifications toutes en verticilles, de huit à seize rameaux, à env. 18-25 verticilles par inflorescence, distants de 0,8-5 cm. les uns des autres, rameaux étalés-dressés, capillaires, glabres, lisses, peu ramifiés, atteignant 7 cm. de long, épillets disposés subunilatéralement à partir de 1-4,5 cm. de la base des rameaux ; pédicelles courts de 1-2 mm. de long ; épillets de 2-3 mm. de long et env. 0,5 mm. de large, d'un vert olive ; glume extérieure 1-nerviée, ovale, caduque, subaiguë, de 1,2-1,5 mm de long ; glume supérieure 1-nerviée, de 3,5 mm. env. de long ; valve env. aussi longue que la pale, celle-ci env. 2 mm. de long, obovale se fendant en deux ; étamines au nombre de trois, à anthères de 1,5 mm. env. de long ; ovaire obovoïde, à stigmates plumeux, divergents ; graine ovoïde de 1,7 mm. de long, brunâtre.

Élisabethville, 11 mars 1912 (J. Bequaert, n. 259. — Savane boisée).

Obs. — Cette espèce est très caractéristique par ses panicules allongées, nettement dressées, à rameaux étalés-dressés, verticillés.

Sporobolus bianoensis *De Wild.* nov. spec. (2).

---

(1) *Sporobolus Bequaerti* ; Caespitosus ; culmis erectis vel raro basi geniculatis, simplicibus, usque 125 cm. altis, glabris, 2-3-nodis ; vagina glabra, ligula breviter ciliata, lamina lineari-lanceolata, 17-30 cm. longa et 3-7 mm. lata, glabra sed margine leviter scabra ; panicula 30-40 cm. longa et 4-8 cm. lata, laxa, ramis 8-16 verticillatis, verticillis 18-25, ramis erecto-patulis, glabris, usque 7 cm. longis ; spiculis pedicellatis, 2-3 mm. longis et circ. 0,5 mm. latis, viridi-olivaceis, gluma externa ovata, subacuta, 1,2-1,5 mm. longa, gluma superiore 2,5 mm circ. longa, palea circ. 2 mm. longa obovata ; staminibus 3, ovario obovoideo, stigmatis plumosis divergentibus ; semina ovoidea 1,7 mm. circ. longa, brunneola.

(2) *Sporobolus bianoensis* ; Caespitosus ; culmis erectis simplicibus usque 60 cm. altis, glabris, circ. 4-nodis, vagina glabra, ligula ciliolata, lamina lineari-acicularia, subcylindrica, 1,5-7 cm. longa et infra 1 mm. lata, glabra ; panicula

Plante cespiteuse ; tiges dressées, simples, atteignant avec les inflorescences env. 60 cm. de long, glabres, à env. quatre nœuds visibles, gaines foliaires glabres même à la base, ligule ciliolée ; limbe linéaire-aciculaire, enroulé-cylindrique, de 1,5-7 cm. de long et moins de 1 mm. de large, rigide, glabre sur le dos, sur la face supérieure et sur les bords ; panicule dressée de env. 8 cm. de long et 3,5 cm. de large, assez lâche, ramifications non franchement verticillées, rameaux par trois au même niveau, rameaux étalés, capillaires, glabres, lisses, généralement ramifiés, épillets disposés irrégulièrement ; pédicelles relativement longs, atteignant 4 mm. de long, épillets elliptiques de 1-1,4 mm. de long, d'un vert olive ; glume extérieure 1-nerviée, de env. 0,7 mm. de long, la supérieure elliptique 1-nerviée, de 0,8 mm. de long ; valve elliptique, environ aussi longue que la pale de 1,2 mm. de long, étamines trois, anthères de 0,8 mm. env. de long ; ovaire ovoïde à stigmates plumeux divergents.

Plateau de Biano, Tshisinka, février 1913 (Homblé, n. 1264. — Commun).

Obs. — Espèce caractéristique par ses feuilles linéaires-aciculaires, ses nœuds relativement nombreux, ses inflorescences à rameaux irrégulièrement distribués, à ramifications relativement nombreuses et à épillets assez longuement pédicellés.

Sporobolus ciliatus *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante cespiteuse ; tiges dressées et géniculées à la base, simples ou ramifiées, atteignant avec les inflorescences 35 cm. de long, glabres, à deux à trois nœuds, visibles, gaines foliaires glabres sauf sur les bords ciliés, ligule ciliée, limbe linéaire-lancéolé, de 5-13 cm. de long et 3-5 mm. de large, rigide, glabre sur le dos et la face supérieure, nettement cilié sur les bords ; nervures longitudinales ; panicule dressée de 6,5 cm. de long et jusque 5 cm. de large à la base, conique,

---

erecta circ. 8 cm. longa et 35 cm. lata, ramis non verticillatis vel raro 3-fasciculatis, subpatulis, glabris ; spiculis usque 4 mm. pedicellatis, ellipticis, 1-1,4 mm. longis, viridi-olivaceis, gluma externa 0,7 mm. longa, superiora 0,8 mm. longa, valva elliptica, palea 1,2 mm. circ. longa, ovario ovoideo, stigmatis plumosis divergentibus.

(1) *Sporobolus ciliatus ;* Caespitosus ; culmis erectis vel basi geniculatis, simplicibus vel ramosis, usque 35 cm. longis, glabris, 2-3-nodis, vagina glabra sed margine ciliata, ligula ciliata, lamina lineari-lanceolata, 5-13 cm. longa et 3-5 mm. lata, glabra sed margine ciliata, panicula erecta 6,5 cm. longa et usque 5 cm. lata, conica, laxa, ramis alternis vel basi 4-8-verticillatis, patulo-erectis glabris, spiculis circ. 1 mm. longis breviter pedicellatis, viridi-olivaceis ; gluma externa 6,3 mm. longa caduca, superiore circ. 1 mm. longa dorso ciliata, valva ovata, palea obovata, obtusa ; semina elliptica luteolo-brunnea, translucida circ. 1 mm. longa.

assez lâche, ramifications irrégulières ou alternes sauf les inférieures nettement en verticilles de quatre à huit rameaux, rameaux étalés-dressés, capillaires, glabres, lisses, à épillets disposés unilatéralement ou irrégulièrement ; pédicelles courts de 1 mm. au maximum de long ; épillets de env. 1 mm. de long et 0,3 mm. de large, d'un vert olive ; glume externe très réduite, rapidement caduque, de env. 0,3 mm. de long, la supérieure 1-nerviée, de env. 1 mm. de long, ciliée sur le dos ; valve ovale, 1-nerviée, de un peu plus de 1 mm. de long ; pâle obovale, obtuse, fendue à maturité environ aussi longue que la valve ; graine elliptique d'un jaune-brunâtre, translucide, de env. 1 mm. de long.

Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1046. — Terre sèche, assez commune).

Obs. — Cette espèce paraît devoir se ranger dans le groupe du *S. adoense* Hochst. = *S. discosporus* Nees, qui possède lui aussi des feuilles nettement ciliées ; mais la plante de l'*Iter abyssinicum* de Schimper (n. 81 *Triachyrium adoense* Hochst.), est beaucoup plus réduite dans son ensemble et à fleurs plus tôt développées.

Sporobolus Hocki *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante cespiteuse ; tiges dressées, simples, atteignant avec l'inflorescence environ 1.50 m. de haut, glabres, à 1-2 nœuds visibles, gaines foliaires même les basilaires glabres, ligule ciliolée ; limbe lancéolé-linéaire, de 7-11 cm. de long et 1-3 mm. de large, rigide, glabre sur le dos et la face supérieure, ciliolé-denticulé sur les bords ; nervures longitudinales assez serrées ; panicules dressées, de env. 25 cm. de long et 9 cm de large, lâches, ramifications en verticilles de 5-8 rameaux, atteignant 6 cm. de long, à plus de 10 verticilles par inflorescence, distants de 1-4 cm.; rameaux étalés ou étalés-dressés, capillaires, glabres lisses, généralement ramifiés, épillets disposés subunilatéralement à partir de 3,5 cm. de la base dans les rameaux basilaires ; pédicelles courts, de 1-2 mm. de long ; épillets de env. 3 mm. de long et 1-1,5 mm. de large, d'un vert olive ; glume extérieure 1-nerviée, de un peu plus de 1 mm. de long, la supérieure 1-nerviée de env. 2,5 mm de long, aiguë ; valve ovale environ aussi longue que la pale, celle-ci elliptique, généralement fendue, de environ 2 mm. de long ; étamines... ; graine ovoïde, lisse, brunâtre, de env. 2 mm. de long.

---

(1) *Sporobolus Hocki* : Caespitosus ; culmis erectis, usque 1.50 m. altis, glabris, 1-2-nodis ; vagina glabra, ligula ciliolata, lamina lanceolato-lineari, 7-11 cm. longa et 1-3 mm. lata, glabra sed margine denticulato-ciliolata ; paniculis erectis 25 cm. circ. longis, laxis, ramosis, ramis 5-8 verticillatis, verticillis ultra 10 ; ramis patulis vel erecto-patulis, glabris ; spiculis circ. 3 mm. longis breviter pedicellatis, pedicello 1-2 mm. longo ; gluma externa 1-nervia, circ. 1 mm. longa, superiore 1-nervia, circ. 2,5 mm. longa, acuta, valva ovata, palea elliptica, fissa, circ. 2 mm. longa ; semina ovoidea, brunneola, circ. 2 mm. longa.

Vallée de la Petite Luembe, février 1910 (Ad. Hock).

Obs. — Espèce de la série à rameaux de l'inflorescence nettement verticillés, à épillets relativement développés, à feuilles à gaine, même les basilaires, glabres, à limbe ciliolé-denticulé sur les bords.

Sporobolus Homblei *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante cespiteuse ; tiges dressées ou rarement géniculées à la base, simples, atteignant avec les inflorescences plus de 1 mm. de haut, glabres, à deux ou trois nœuds visibles, gaines foliaires glabres, ligule courtement poilue ; limbe linéaire de 14-20 cm. de long et 2-4 mm. de large, rigide, glabre sur le dos, la face supérieure et les bords, à nervures rapprochées ; panicule dressée, de 12-21 cm. de long et 2-7 cm. de large, lâche, ramifications généralement en verticilles de quatre à quatorze rameaux atteignant 5 cm. de long, à plus de vingt verticilles par inflorescence, distants de 1-4 cm., rameaux étalés ou étalés-dressés, capillaires, glabres, lisses, généralement non ramifiés, à épillets disposés subunilatéralement à partir de 2,5 cm. de la base dans les plus longs rameaux ; pédicelles très courts ou nuls, au maximum de 1 mm. de long ; épillets de 2-3 mm. de long et 0,5 mm. de large, d'un vert olive ; glume extérieure 1-nerviée de 0,8 mm. env. de long, la supérieure 1-nerviée de env. 2 mm. de long, valve de 2 mm. env. de long, pale de même longueur, fendue longitudinalement ; étamines... ; graine ovoïde elliptique de env. 1,5 mm, de long.

Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 142 et 64. — Terre sèche boisée. — Nom ind. : Luau).

Obs. — Cette espèce se range dans le groupe du *S. centrifugus* Nees, mais s'en différencie nettement par la disposition régulièrement verticellée des rameaux de l'inflorescence.

Sporobolus indicus (*L.*) *R. Br.*

Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1062).

Sporobolos lanuginosus *De Wild.* nov. spec. (²).

Plante cespiteuse ; tiges dressées ou rarement géniculées à la base, simples,

---

(¹) *Sporobolus Homblei ;* Caespitosus ; culmis erectis vel raro basi geniculatis, usque 1 m. altis, glabris, 2-3-nodis ; vagina glabra, ligula breviter pilosa ; lamina lineari, 14-20 cm. longa et 2-4 mm. lata, glabra ; panicula erecta 12-21 cm. longa et 2-7 cm. lata, laxa, ramis vulgo 4-14, pedicello verticillatis, verticillis ultra 20, 1-4 cm. distantibus, ramis patulis vel erecto-patulis, glabris ; spiculis 2-3 mm. circ. longis viridi-olivaceis breviter pedicellatis maximum 1 mm. longo ; gluma externa 0,8 mm. longa, superiore, circ. 2 mm. longa, valva 2 mm. longa, palea fissa, staminibus..., semina ovoideo-elliptica circ. 1,5 mm. longa.

(²) *Sporobolus lanuginosus ;* Caespitosus ; culmis erectis vel raro basi geniculatis, usque 50 cm. altis, glabris ; foliorum inferioribus vagina dense tomentosa, atteignant avec l'inflorescence 50 cm. de haut, glabres à nœuds rarement visibles; gaines foliaires inférieures persistantes, densément tomenteuses au moins sur les bords, gaines supérieures glabres sur le dos, mais velues-ciliées sur les bords; ligule ciliée-velue; limbe linéaire, enroulé-cylindrique de 3-16 cm. de long et de moins de 1 mm. de large, rigide, glabre sur le dos, sur la face supérieure et sur les bords; nervures peu nombreuses; panicule dressée de 7-14 cm. de long et atteignant environ 2 cm. de large, assez dense, ramifications verticillées au moins à la base, en verticilles au maximum de huit rameaux, à plus de douze verticilles par inflorescence, rameaux dressés, capillaires, glabres, lisses, généralement ramifiés, à épillets disposés subunilatéralement à partir de 18 mm. de la base dans les longs rameaux; pédicelles courts atteignant env. 1 mm. de long; épillets de 2,5 mm. de long et env. 0,8 mm. de large, d'un vert olive; glume extérieure 1-nerviée, de env. 1 mm. de large, aiguë, glume supérieure 1-nerviée, de env. 2,5 mm. de long, ovale-aiguë, valve ovale environ aussi longue que la pale, obovale, obtuse, émarginée, de env. 1,8 mm. de long; étamines trois, anthères de env. 1,7 mm. de long, ovaire ovoïde à stigmates plumeux divergents.

Plateau de la Manika, environs de Katentania, novembre 1912 (Homblé, n. 749. — Plaine non boisée).

Obs. — Cette espèce se range dans la série des *Sporobolus* à rameaux de l'inflorescence verticillés; mais chez elle les verticilles sont fréquemment incomplets et elle constitue ainsi une forme de passage entre les types à verticilles réguliers et ceux à inflorescence irrégulière; elle se fait remarquer par la villosité très nette des gaines basilaires persistantes.

TRISTACHYA *Nees*

Tristachya Bequaerti *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. BRUX. VI (1919), p. 45, tab. XXXV, fig. 1-10.

Plateau de Biano (Ferme de Esschen), dans la plaine non boisée, novembre 1912 (Homblé, n. 863); Savane à Élisabethville, 24 mars (J. Bequaert, n. 283); Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 72. — Terre sèche boisée); Élisabethville, 6 avril 1912 (J. Bequaert,

---

superioribus dorso glabra sed margine velutino-ciliata, ligula ciliato-velutina, 3-16 cm. longa et infra 1 mm. lata, glabra; panicula erecta 7-14 cm. longa et 2 cm. lata, ramis basilaribus usque 8 verticillatis, erectis, verticillis ultra 12; spiculis breviter pedicellatis, 2,5-3 mm. longis, viridi-olivaceis, gluma externa circ. 1 mm. longa, acuta, superiore circ. 2,5 mm. longa, ovato-acuta, valva ovata, palea obovata, emarginata, circ. 1,8 mm. longa; staminibus 3; ovario ovoideo, stigmatis plumosis, divergentibus.

n. 318. — Savane boisée sèche) ; Élisabethville, octobre 1911 (Ad. Hock) ; Vallée de la Petite Luembe, février 1910 (Ad. Hock),

Tristachya biseriata *Stapf.*

Tschinsenda (Rogers, n. 10374).

Tristachya Hocki *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 47, tab. XXXIV, fig, 11-21.

Élisabethville, septembre 1912 (Ad. Hock).

Tristachya Homblei *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 49, tab. XXXIII, fig. 12-23.

Chisangue, janvier 1912 (Homblé, n. 39. — Dembo inondé).

Tristachya leucothrix *Trin.* et *Nees* Agrost. Bras. p. 460 ; *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 50.

Vallée de la Kapanda, partie boisée, décembre 1912 (Homblé, n. 1004); Vallée boisée des environs de Katentania, novembre 1912 (Homblé, n. 714) ; Élisabethville, septembre 1911 (Hock).

Tristachya leucothrix var. **longearistata** *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 52.

Élisabethville, 3 avril 1912 (J. Bequaert, n. 309).

Tristachya Pilgeriana *Buscalioni* et *Muschler* in *Engler* Bot. Jahrb. XLIX (1913), p. 409 ; *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 54.

Vallée de Kapiri, plateau commun, fév. 1913 (Homblé, n. 1236).

Tristachya Ringoeti *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919) p. 55.

Shinsenda, 24 février 1912 (Ringoet, n. 393. — Nom ind. : Golowa, Tjani) ; Élisabethville, savane boisée, 11 mars 1912 (J. Bequaert, n. 258) ; Vallée de la petite Luembe, février 1912 (Ad. Hock); Welgelegen, 1912 (leg Florent, coll. Homblé, n. 639) ; Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 133. — Nom ind. : Majani) ; Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1065 ; très commun) ; Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Schiniana (Haut Luapula) (Pâturages du Nord et du Sud du poste. — Le bétail ne mange pas de cette herbe qui porte le nom de « Kasokopio » ; vers le Sud elle porte le nom de « Muliangolo »).

TRICHOPTERYX *Nees*

Le genre *Trichopteryx* est, comme la plupart des genres de la famille des Graminacées, encore fort mal connu. Les espèces, déjà assez nombreuses, que l'on y a signalées sont dans bien des cas assez sommairement décrites, leurs auteurs ayant fourni des diagnoses dans lesquelles plusieurs caractères ont été laissés de côté ; rarement aussi les affinités ont été signalées, de même que les caractères différentiels.

Sur quels organes ces derniers pourraient-ils être basés dans ce genre ? J'estime que la présence ou l'absence de poils ou soies sur les glumes externes est un caractère saillant qui a sa valeur, bien que, si l'on place les divers *Trichopteryx* en une série en commençant par ceux qui possèdent les glumes externes (I et II) très velues, on obtient une succession de formes permettant de passer des plantes à glumes très velues à celles à glumes glabres, par des traits d'union dans lesquels les soies sont réduites à 1, 2 ou 3 par glume, et parfois même sur une même inflorescence on trouve des glumes totalement glabres et des glumes partiellement ciliées.

Nous n'avons pu admettre, comme l'a fait Franchet (loc. cit. infra), des plantes à glumes glabres dans une espèce dont les glumes sont franchement velues.

Nous avons essayé de dresser pour les *Trichopteryx* un tableau analytique; malheureusement nous n'avons pu étudier tous les types et nous avons dû nous borner dans la plupart des cas à éplucher les diagnoses ; le résultat a été naturellement de rendre le classement de certaines espèces impossible, faute d'une définition suffisante de certains caractères.

Notre tableau n'est donc probablement pas un exposé des caractères spécifiques vraiment différentiels, mais il pourra être utile pour la spécification des documents à déterminer.

Il serait désirable de pousser la révision monographique de ce genre à représentants assez nombreux au Congo ; il faudrait pour cela des matériaux plus nombreux, plus complets et à divers états de développement.

Projet de tableau analytique des espèces du genre *Trichopteryx*.

Glume interne (II) de 20-37,5 mm. de long.

Glume II de 30-37,5 mm. de long ; glume I de 15 mm. env. de long ; rachis de l'inflorescence scabre, glauque ou blanchâtre, avec poils aux nœuds . . . . T. gigantea *Stapf* (1)

— — var. gracilis *Rendle*

---

(1) Pilger in *Engler* Bot. Jahrb. XXXIV, p. 128.

Glume II de 20-30 mm. de long.

Rachis de l'inflorescence densément velu à poils apprimés; glume II de 25-30 mm. de long . . . T. Hocki *De Wild.*

Rachis de l'inflorescence glabre, parfois quelques poils aux nœuds

Glume I de 9-10 mm. de long. . . . T. togoensis *Pilger* (1)
T. crinita *Stapf* (2)

Glume I de 8-13 mm. de long. . . . T. Bequaerti *De Wild.*

Glume I de 15-17 mm. de long . . . T. Homblei *De Wild.*

Glume interne (II) de 3-15 mm. de long.

Toutes les glumes ou au moins une d'entre elles à soies simples ou glanduleuses-noirâtres à la base sur une ou plusieurs nervures, parfois 1 soie seulement sur la glume externe.

Panicule de 3 cm. au maximum de long, très compacte. . . .
T. Vanderysti *De Wild.*

Panicule de 4-50 cm. de long, compacte *(T. densispica)* ou généralement lâche.

Panicule de 4-7,5 cm. de long, compacte . . T. densispica *Rendle* (3)

Panicule de 7,5-50 cm. de long, généralement lâche et ramifiée. Feuilles dressées.

Rachis de l'inflorescence velu . . . T. pennata *Chiov.* (4)
T. grisea *K. Schum.* (5)
T. viridis *Rendle* (6)

Rachis de l'inflorescence glabre, à poils étalés très épars, ou plus ou moins scabre par des poils très courts.

Ariste de moins de 1 cm. de long (env. 0,8 cm.) T. elegantula *Stapf* (7)

Ariste de 13-75 mm.

Ariste de 13-15 mm. de long . . T. flammida (Trin.) *Benth.*

Ariste de 15-20 mm. de long . . T. kagerensis *K. Schum.* (8)
T. ambiens

Ariste de 25-75 mm de long.

Feuilles de 2-5 mm. de large

Épillets de 15 mm. env. de long, ariste non comprise .
T. annua *Stapf* (9)

---

(1) Stapf in JOURN. DE BOTANIQUE (1905), p. 106.

(2) Rendle, CAT. WELW. Afr. Pl. II, p. 214.

(3) Chiovenda in ANN. IST. BOT. ROMA VII, p. 69, pl. VI.

(4) K. Schumann in *Engler* Pflanzenw. Ost-Afr. C (1895), p. 109.

(5) Rendle, CAT. WELW. AFR. Pl. II, p. 216.
Cf. etiam *T. kapiriensis* Nob.

(6) Stapf in *Hooker* ICON. PLANT. XXIV (1895), tabl. 2394.

(7) K. Schumann in *Engler* Pflanzenw. Ost-Afr. C (1895), p. 109.

(8) Stapf in KEW BULL. 1897, K. 298.

(9) Hackel ex *Engler* in ABHANDDL. PREUSS. AKAD. WISS. 1895 II (1892) p. 129 in obs.; *Stapf* in FLORA Cap. VII, p. 450.

Épillets de 9-13 mm. de long, ariste non comprise.

Feuilles velues.

Ariste de 30-31 mm. . T. kapiriense *De Wild.*

Ariste de 35-50 mm. . T. simplex *(Nees) Hack.* (¹)

Ariste de 46-50 mm. . T. Élisabethvilleana *De Wild.*

Feuilles glabres sur les deux faces.

Glume II glabre ou à poils bulbeux à la base. . . T. elegans *(Hochst.) Hack.* (²)

— — var. Hensi *De Wild.* (³)

Feuilles atteignant 6-9 mm. de diam.

Feuilles plus ou moins planes, nœuds glabres ou courtement velus.

Ariste de 25-38 mm. de long. T. Dobbelaerei *De Wild.*

Ariste de 50-70 mm. de long. T. Demeusei *De Wild.*

Feuilles à limbe fortement enroulé à l'état sec ; nœuds densément velus à poils dressés atteignant 1 cm. de long . . T. convoluta *De Wild.*

Ariste de 8-12,5 cm. de long.

Ariste de 8,5-10 cm. de long T. Kerstingii *Pilger* (⁴)

Ariste de 10-12,5 cm. de long T. hordeiformis *Stapf* (⁵)

Ariste de 12 cm. de long . . T. ternata *Stapf* (⁶)

Glumes, au moins les extérieures, totalement glabres, parfois légèrement scabres sur les nervures.

Feuilles dressées ou étalées, non régulièrement réfléchies et rabattues le long des tiges.

Ariste de moins de 10 mm. de long (env. 8 mm.) T. ramosa *Stapf* (⁷)

Ariste de plus de 10 mm. de long.

Ariste de 13-20 mm. de long. T. lualabaensis *De Wild.*

Ariste de 25-50 mm. de long.

(¹) Hack. *loc. cit.* p. 129.

(²) Stapf in KEW BULL. (1897), p. 295.

(³) Ici vient probablement se classer le *T. camerunensis* Stapf dont les feuilles peuvent être glabres ou velues (Stapf in KEW BULL. [1897], p. 296. Dans le même groupe se rangerait également le *T. arundinacea* (Hochst.) Hack., d'Abyssinie (cf. *Richard*, TENT. FL. ABYSS. II, p. 419), que nous ne pouvons intercaler dans cette clef. Cette espèce a été indiquée par Franchet au Congo (in BULL SOC. HIST. NAT. D'AUTUN, 1895, p. 372), d'après le n. 281 de Fr. Hens (p p.), mais le spécialiste français inscrit en note : « les glumes et la glumelle inférieure, dans la plante du Congo, sont tout à fait glabres ». Ce n'est pas le cas pour le type, ni pour la plante qui se trouve dans l'Herbier de Bruxelles, dont nous serons amené à former une variété du *T. elegans* (Hochst.) Hack.

(⁴) Pilger in *Engler* BOT. JAHRB. XXXIX, p. 128.

(⁵) Stapf in KEW BULL. (1897), p. 297.

(⁶) Stapf in JOURN. DE BOT. (1905), p. 106.

(⁷) Stapf in KEW BULL. (1897), p. 297.

Épillets de env. 15 mm. de long ;
ariste de 50 mm. env. de long . . T. indompta *Franch.* (1)
Épillets de 8-13 mm. de long.
Rachis de l'inflorescence velu . . . T. flavida *Stapf* (2)
Rachis de l'inflorescence glabre.
Épillets de 10 mm. env. de long, ariste de 25-40 mm. de long . . . . . . T. acuminata *Stapf* (3)
Épillets de 10 mm. env. de long ; ariste de 30 mm. de long T. glabra *Hack.* (4)
Épillets de 9-12 mm. de long. . T. nigritiana *Stapf* (5)
Feuilles réfléchies.
Glume aristée avec un pinceau de poils de chaque côté.
Afrique continentale . . . T. Dregeana *Nees* (6)
Madagascar . . . . . T. brevifolia *Hack.* (7)
Glume aristée nue.
Feuilles et gaines glabres même à l'état jeune . . . T. mukuluensis *De Wild.*
Feuilles et gaines fortement velues au moins à l'état jeune . T. katangensis *De Wild.*

Obs. — Le *S. spiratheca* K. Schum. (in *Engler* Pflanzenw. Ost-Afr. C (1895) p. 109) n'a pu être inséré dans ce tableau, de même que le *T. somalensis* (Franchet) Engler in ABHANDL. PREUSS. AKAD. WISS. (1892), p. 130 (= Tristachya somalensis *Franch.* in *Réroil* Çomali, p. 67) dont nous n'avons pu nous procurer la description.

Trichopteryx Bequaerti *De Wild.* nov. spec. (8).

Plante à souche légèrement tubéreuse, à racines velues ; tiges en touffes atteignant avec les inflorescences plus de 1 m. de haut, tiges à env. trois nœuds visibles, feuilles basilaires à gaines très densément velues à la base, feuilles supérieures à gaine glabre, limbe glabre sur les deux faces de 12-20 cm. de long et 2,5-7 mm. de large ; panicule à rachis glabre, sauf aux nœuds très courtement poilus, dressée, très lâche, relativement pauciflore, ramifiée, à rameaux solitaires, géminés ou paucifasciculés ; épillets solitaires ou réunis par 2-3 vers le sommet des rameaux, plus ou moins longuement pédicellés, à pédicelle atteignant 6 cm. sous les épillets solitaires, parfois presque sessiles ; épillets, non compris l'ariste, de 20-24 mm. de long, brunâtres, glume externe elliptique de 8-12 mm. de long à trois nervures, glume II très aiguë 3-nerviée, de 20-23 mm. de long ; fleur mâle à valve subaiguë, de env. 16 mm. de long, glabre ; pale de env. 14 mm. de long, émarginée, ciliolée ; étamines... ; fleur hermaphrodite à valve de 6-7 mm de long, non compris les deux lobes aigus de 3,5-4 mm. de long, 3-nerviée, velue à la base, ariste de 50-62 mm. de long, en tire-bouchon à la base, souvent géniculée, pale de env. 8 mm de long, étamines..., ovaire glabre, stigmates plumeux, divergents.

---

(1) Franchet in BULL. SOC. HIST. NAT. AUTUN, VIII (1895), p. 373.

(2) Stapf in KEW BULL. 1897, p. 298.

(3) Stapf in KEW BULL. 1897, p. 297.

(4) Hackel in BULL. HERBIER BOISSIER, sér. II, p. 770.

(5) Stapf in KEW BULL. 1897, p. 297.

(6) Nees, FL. AFR. AUSTR. p. 339.

(7) Hackel in OESTER. BOT. ZEITSCHRIFT (1902), p. 190.

(8) *Trichopteryx Bequaerti* ; Basi subtuberosa ; radicis velutinis, culmis usque 1 m. altis, circ. 3-nodis, foliis basilaribus vagina dense velutina, foliis superioribus vagina glabra, lamina glabra, 12-20 cm. longa, et 2,5-7 mm. lata, panicula erecta, laxa, pauciflora, rachide glabro sed nodis breviter pilosis, ramis solitaribus, geminatis vel paucifasciculatis ; spiculis solitaribus vel 2-3-fasciculatis, sessilibus usque 6 cm. pedicellatis ; spiculis 20-24 mm. longis brunneolis, gluma elliptica 8-12 mm. longa 3-nervia ; gluma II 20-23 mm. longa ; floribus masculis valva circ. 16 mm. longa, glabra, palea circ. 14 mm. longa, emarginata ; floribus hermaphroditis valva 6-7 mm. longa apice 2-lobata, lobis acutis 3 5-4 mm. longis, arista 50-62 mm. longa, basi geniculata, ovario glabro, stigmatis plumosis divergentibus.

Élisabethville, 11 avril 1912 (J. Bequaert, n. 324. — Savane boisée sèche) ; Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 67. — Terre sèche, boisée) ; Chisangue, janvier 1912 (Homblé, n. 35. — Terre sèche boisée) ; Vallée de la Luembe, février 1910 (Hock).

Obs. — Cette espèce est voisine du *T. Homblei* que nous décrivons plus loin ; elle s'en différencie entre autres par les dimensions de la glume I plus réduites.

Trichopteryx convoluta *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante à souche ..., tiges en touffes atteignant avec les inflorescences plus de 1 m. de haut, à nœuds densément velus, à poils dressés, blanchâtres-soyeux, atteignant plus de 1 cm. de long ; feuilles basilaires..., feuilles supérieures à gaine plus ou moins velue à poils souvent bulbeux et brunâtres à la base, limbe fortement enroulé atteignant jusque 35 cm de long et 8 mm. de large ; glabre extérieurement, plus ou moins densément velu intérieurement ; panicule dressée, ramifiée, de plus de 30 cm. de long, rachis glabre ou à poils épars, à rameaux grêles, dressés, fasciculés ou subverticillés ; épillets plus ou moins longuement pédicellés, grêles, de 8-17 mm. de long, non compris l'ariste, les

---

(¹) *Trichopteryx convoluta* ; Culmis ultra 1 m. altis, nodis dense velutinis, pilis erectis, albidis circ. 1 cm. longis ; vagina plus minus velutina, pilis basi plerumque brunneo-bulbosis, lamina convoluta usque 35 cm. longa et 8 mm. lata, extus glabra, intus plus minus dense velutina ; panicula erecta, ramosa ultra 30 cm. longa, rachide glabro vel sparse piloso, ramis fasciculatis vel subverticillatis, spiculis 8-17 mm. longis ; gluma I circ. 6 mm. longa, glabra vel glandulo-pilosa, gluma II 9-10 mm. longa ; floribus masculis valva circ. 15-16 mm. longa, glanduloso-pilosa ; floribus hermaphroditis valva circ. 8 mm. longa bilobata, glabra, arista 3-4,5 cm. longa, basi geniculata, palea cir. 12 mm. longa, supérieurs souvent très réduits, avortés ; glume externe I atteignant 6 mm. de long, à 3-nervures, glabre ou à poils glanduleux-brunâtres à la base ; glume II ovale-aiguë 3-nerviée, de 9-10 mm. de long, à poils plus ou moins nombreux ; fleur mâle à valve aiguë, environ 7-nerviée, de 15-16 mm. de long, à poils glanduleux-brunâtres à la base, étamines... ; fleur hermaphrodite ? à valve de env. 8 mm. de long, non compris les deux lobes aigus de 3 mm. env. de long, 7-nerviée, glabre, ariste de 3-4,5 cm. de long, en tire-bouchon à la base, géniculée ; pale de env. 12 mm. de long, étamines ... ovaire...

(¹) Nyungu-Katschaka, janvier 1914 (H. Vanderyst, n. 3326, 3231) ; Kinsoma, janvier 1914 (H. Vanderyst, n. 3250bis) ; Taka, 1914 (H. Vanderyst, n. 3379, 3409) ; Lutshima, décembre 1913 (H. Vanderyst, n. 2859) ; Katschaka, décembre 1913 (H. Vanderyst, n. 3825).

Obs. — Comme le fait voir notre projet de tableau analytique, cette plante se caractérise par ses feuilles fortement enroulées à l'état sec, glabres extérieurement, assez densément velues intérieurement, et par les nœuds des tiges très densément velus, à poils érigés-soyeux pouvant atteindre plus de 1 cm. de long.

Dans la série des échantillons examinés un grand nombre d'épillets paraissent avortés ; dans aucun d'entre eux nous n'avons trouvé des étamines bien développées ; souvent elles étaient remplacées par une larve d'insecte, ce qui est le cas même pour certaines fleurs ayant atteint, semble-t-il, leur plein développement.

Néanmoins, par suite des caractères de la feuille, de la gaine et surtout des nœuds, nous avons tenu à signaler cette plante sous un nom nouveau. Nous la rangeons dans le groupe du *T. elegans*, près du *T. Dobbelaerei ;* la différenciant de ces deux espèces par la forte pilosité des nœuds des tiges.

Ce dernier caractère rapproche notre plante de celle décrite sous le nom de *T. Demeusei* se présentant sous des aspects assez différents. Un des caractères différentiels réside dans la longueur de la glume III, plus fortement velue et plus nettement plurinerviée.

(¹) Nous avons intercalé dans ce travail un certain nombre d'espèces nouvelles n'appartenant pas à la flore du Katanga ; il nous a été ainsi possible de présenter un aperçu plus détaillé des représentants de ce genre, et de faire voir les affinités des espèces katangiennes.

Nous ne pouvons cependant, à ce propos, assez insister sur le fait que les échantillons de notre *T. convoluta* peuvent avoir subi des transformations dues à la présence, dans les fleurs, d'un parasite.

Rappelons aussi que nous ne connaissons pas les dimensions de la plante, aucun des échantillons n'est complet, il n'y a pas de souches, nous possédons uniquement des inflorescences dont plusieurs paraissent fort jeunes.

Trichopteryx Demeusei *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante à souche fibreuse ; tiges en touffes atteignant avec les inflorescences env. 1,80 m. de haut, glabres, à trois à quatre nœuds visibles, plus ou moins densément velus, à poils érigés : feuilles basilaires à gaine glabre et ciliée, ou ciliée et éparsement velue vers le haut, à poils bulbeux ; feuilles supérieures à gaine glabre ou à poils bulbeux épars ; limbe linéaire, enroulé à l'état sec, atteignant env. 40 cm. de long et 6-8 mm. de large, glabre extérieurement, courtement velu intérieurement ou devenant scabre, panicule dressée atteignant plus de 40 cm. de long, ramifiée, à rameaux fasciculés ou subverticillés, épillets plus ou moins longuement pédicellés, solitaires ou géminés, de 10-12 mm. de long ; à pédicelle grêle glabre atteignant 2 cm. de long ; glume externe I glabre ou à quelques soies bulbeuses sur la nervure externe, de 4-5 mm. de long, à trois nervures ; glume II à poils plus ou moins nombreux sur les côtés, aiguë, 3-nerviée, de 11-12 mm. de long ; fleur mâle à valve glabre ou éparsement velue, aiguë, de 8-9 mm. de long, pale de 6-7 mm. de long, étamines au nombre de deux, de 3,5 mm. env. de long ; fleur hermaphrodite à valve de env. 12 mm. de long non compris les deux lobes de env. 1 mm. de long, 3-nerviée, ariste de 5-7 mm. de long, en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 5 mm. de long, étamines deux (?), ovaire glabre, à stigmates divergents plumeux.

Dolo, mai 1913 (H. Vanderyst, n. 717) ; Bassin de la Mobi et de la Lukunga, mars 1912 (H. Vanderyst et Ch. Polis) ; Congo (Alfr.

---

(1) *Trichopteryx Demeusei* : Culmis usque circ. 1,80 m. altis, glabris, 3-4-nodis, nodis plus minus erecto-pilosis ; vagina glabra vel sparse bulboso-pilosa, lamina lineari, circ. 40 cm. longa et 6 8 mm. lata extus glabra, intus breviter velutina vel scabra, panicula erecta usque 40 cm. longa, ramosa, ramis fasciculatis vel subverticillatis, spiculis 10-12 mm. longis solitaribus vel geminatis, pedicello usque 2 cm. longo, gluma I glabra vel sparse pilosa, 4-5 mm. longa, gluma II pilosa, 11-12 mm. longa ; floribus masculis valva glabra vel sparse pilosa, 8-9 mm. longa ; staminibus 2 ; floribus hermaphroditis valva circ. 12 mm. longa, bilobata, lobis circ. 1 mm. longis, arista 5-7 mm. longa, basi geniculata, palea circ. 5 mm. longa ; staminibus 2, ovario glabro, stigmatis divergentibus plumosis.

Dewèvre, n. 712) ; Léopoldville, 19 février 1905 (M. Laurent, n. 517).

Obs. — Les échantillons des récoltes de Alfr. Dewèvre ont été déterminés dans l'Herbier du Jardin botanique de l'État sous le nom erroné de *Aristida amplissima,* genre et espèce avec lesquels ces plantes ne peuvent être comparées.

Comme nous l'avons dit à propos du *T. convoluta*, les *T. convoluta* et *T. Demeusei*, ont des caractères communs et il ne serait nullement impossible que le premier dût être un jour fusionné avec le second.

Le développement de l'ariste, dont nous avons utilisé les dimensions dans notre projet de clef, sépare le *T. Demeusei* très variable, des *T. Dobbelaerei* et *T. convoluta,* mais le range dans le voisinage immédiat du *T. Dobbelaerei*.

Trichopteryx Dobbelaerei *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante à souche plus ou moins fibreuse, à tiges en touffes atteignant avec les inflorescences 2 m. de haut, racines glabres ; tiges à deux à trois nœuds visibles, courtement velus ou devenant glabrescents ; feuilles basilaires à gaine velue devenant glabre, feuilles supérieures à gaine courtement et assez densément velue, devenant glabre, limbe linéaire courtement velu sur les deux faces, atteignant 40 cm. de long et 6-14 mm. de large ; panicule dressée atteignant au moins 40 cm. de long, ramifiée, à rachis et rameaux courtement scabres, subverticillés ou verticillés, épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle atteignant env. 9 mm. de long, épillets de 8-10 mm. de long, non compris l'ariste, brunâtres; glume externe I velue à soies bulbeuses à la base, de 4-5 mm. de long, à trois nervures, glume II de 8-10 mm. de long à soies bulbeuses, 3-nerviée ; fleur mâle à valve glabre ou très légèrement velue sans soies bulbeuses, aiguë, de 9-10 mm. de long ; pale de 6 mm. env. de long, étamines au nombre de deux de 3-3,5 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve env. de 5 mm. de long, non compris les deux lobes très courts de moins de 1 mm. de long, ariste de 25-38 mm. de long, en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 7 mm. de long; étamines deux, de env. 4 mm. de long; ovaire glabre à stigmates plumeux divergents.

---

(1) *Trichopteryx Dobbelaerei* ; Radicis glabris, culmis usque 2 m. altis, 2-3-nodis, nodis velutinis vel glabrescentibus ; vagina velutina demum glabra, lamina lineari breviter velutina, 40 cm. longa et 6-14 mm. lata ; panicula erecta circ. 40 cm. longa, ramosa, rachide breviter scabro, ramis subverticillatis vel verticillatis, spiculis 8-10 mm. longis, brunneolis, gluma I bulbosa-setulosa, 4-5 mm. longa, gluma II setulosa 8-10 mm. longa ; floribus masculis valva non setulosa, 9-10 mm. longa, palea circ. 6 mm. longa ; floribus hermaphroditis valva 5 mm. circ. longa, bilobata, arista 25-38 mm. longa, palea 7 mm. circ. staminibus 2, ovario glabro, stigmatis divergentibus. plumosis.

Miao, 15 mars 1913 (Dobbelaere, n. 13. — Très abondant, terrain argilo-sablonneux); Kisantu, 1899, 1911 et 1913 (H. Vanderyst, s. n., n. 189 et 284); Kimuingu, mai 1913 (H. Vanderyst, n. 311. — Commun dans la savane); Vallée de la Nyanga, 1913 (H. Vanderyst, n. 341); Sona-Bata, 1913 (H. Vanderyst, n. 521); Thysville, 1909 (H. Vanderyst); Kiala, 1907 (H. Vanderyst).

Obs. — Nous considérons provisoirement les plantes ci-dessus comme appartenant à un type spécifique nouveau dont les feuilles, généralement planes, sont ordinairement plus développées que chez le *T. elegans* appartenant au même groupe.

Réunir toutes les plantes de ce groupe que nous avons été amené à séparer, nous paraîtrait en ce moment assez dangereux, car il semble y avoir des différences entre les formes typiques de *T. elegans* et celles que nous séparons ; celles-ci sont peut-être des différences de détail, dues au milieu, mais il est bon, pensons-nous, d'attirer sur elles l'attention des botanistes.

Nous avions même pensé morceler encore cette espèce en nous basant sur la pilosité de la face externe des feuilles, mais le caractère très net dans certaines formes extrêmes, montre des stades intermédiaires; nous avons donc préféré, momentanément, réunir ces plantes sous le nom global de *T. Dobbelaerei*.

Ce sera par l'étude d'une même plante à divers stades de son développement, et soumise à des conditions différentes, que l'on parviendra à fixer définitivement les caractères vraiment spécifiques.

Trichopteryx Dregeana *Nees* in *Lindl.* NAT. SYST. ed. 2 (1835), p. 449 et FL. AFR. AUSTR. p. 339; *Franchet* in BULL. SOC. HIST. NAT. Autun VIII (1895), p. 372; *Stapf* in FLORA CAPENSIS VII, p. 451 ; *Medley Wood* Natal plants, pl. 186.

Danthonia Trichopteryx *Steud.* Syn. glum. I p. 244 ; *Th. Dur.* et *Schinz* CONSP. FL. AFR. v. p. 855.

Trichopteryx Dregeana var. congoensis *Franchet* loc. cit. (1895), p. 372.

Plante à souche rhizomateuse, grêle; gaines basilaires velues extérieurement; tiges en touffes atteignant avec les inflorescences 30-60 cm. de haut, plurinodées, nœuds glabres, feuilles également distribuées le long de la tige, gaine glabre ou courtement velue à l'état jeune ; limbe linéaire-aigu, réfléchi, glabre, de 3-8,5 cm. de long et 1-9 mm. de large, ligule formée de soies ; panicule dressée plus ou moins ramifiée, rameaux subverticillés, de 5-20 cm. de long, rachis filiforme, glabre ; épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle atteignant 6 mm. de long muni de quelques poils au sommet, épillets brunâtres de 4-6 mm. de long non compris l'ariste, glume externe I ovale-subaiguë, glabre, de 2,5-3 mm. de long, à trois nervures ; glume II aiguë trinerviée, de 3-5 mm. de long ; fleur mâle à valve aiguë de 3-4 mm. de long, glabre, pale de env. 2-3 mm. de long, étamines au nombre de deux de env. 1-1,5 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve oblongue de 1,5-2 mm. de long, non compris les deux lobes très aigus de 1,5-4 mm. de long, trinerviée, ariste de 5-8,5 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée ou droite, munie de chaque côté d'une touffe de soies plus courtes ou environ aussi longues que les lobes latéraux ; pale de env. 3 mm. de long ; étamines deux, ovaire glabre, stigmates plumeux divergents.

Eala, mai 1907 (L. Pynaert, n. 1370) ; Lemfu, 1911 (H. Vanderyst) ; Atène, 1914 (H. Vanderyst, n. 3429) ; Kisantu-Makela, 1903 (leg. Van Houtte, coll. J. Gillet, n. 3470) ; Dembo, 1907 (H. Vanderyst) ; Kisantu, 1911 (Vanderyst) ; Wombali, 1913 (Vanderyst, n. 2563) ; Boko, marais, 1913 (Vanderyst, n. 457) ; Kitobola, 1911 (Flamigni, n. 384) ; Sona-Bata, 1913 (H. Vanderyst, n. 554. — Abondant par places dans la savane et le long du chemin de fer).

Obs. — Cette espèce, assez répandue en Afrique depuis le sud jusqu'au centre, nous a paru très variable. Franchet en avait démembré une variété qu'il basait sur les dimensions des feuilles 8-9 mm. de large sur 4-5 cm. de long.

Les mensurations que nous avons notées sont plus distantes, et une plus grande variation peut être observée sur un même pied, qui possède d'ailleurs très souvent des tiges à stade très inégal de développement, les unes fertiles, les autres privées d'inflorescence.

On pourrait peut-être, quand on compare les analyses de diverses fleurs, aussi différencier dans ces plantes différentes formes ; ce groupe est donc à réétudier.

Trichopteryx elegans *(Hochst.) Hack.* in *Engler* ex ABHANDL. PREUSS. AKAD. WISS. II (1892), p. 129

— — var. **Hensi** *De Wild.* nov. var. (¹).

Plante à souche fibreuse ; tiges en touffes atteignant avec les inflorescences 3-4 m. de haut, à plus de un nœud visible, glabre ou très courtement velu ;

(¹) *Trichopteryx elegans* var. *Hensi* ; Fibrosus ; culmis usque 3-4 m. altis, glabris, nodis glabris vel breviter velutinis, vagina superiora glabra, lamina feuilles basilaires à gaine velue, devenant glabre ; feuilles supérieures à gaine glabre, à limbe linéaire, glabre sur les deux faces, atteignant 38 cm. de long et env. 5 mm. de large, enroulé, ligule à poils allongés ; panicule dressée d'env. 35 mm. de long, ramifiée, à ramifications glabres, épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle atteignant 1 cm. de long, épillets brunâtres de 10-12 mm. de long, non compris l'ariste ; glume externe I velue à poils glanduleux, de 4-5 mm. de long, à cinq nervures ; glume II à soies bulbeuses, aiguë, 3-nerviée, de 9-12 mm de long ; fleur mâle à valve glabre, 3-nerviée, aiguë, de env. 12 mm. de long, glabre ; pale de env 7 mm. de long, étamines au nombre de deux de env. 3 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve glabre de env. 5 mm. de long, non compris les deux lobes dressés, aiguë de env. 1 mm. de long, 3-5 nerviée, ariste de 38-52 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de 5-5,5 mm. de long, étamines deux, ovaire glabre, stigmates plumeux divergents.

Lutete, mars 1888 (Fr. Hens, sér. A n. 280. – Terrain sec rocheux) ; ? Nyungu-Katschaka, 1914 (H. Vanderyst, n. 3325).

Obs. — Cette plante avait été définie erronément dans l'Herbier du Congo, comme *Aristida amplissima.*

Nous avons été amené à la rapprocher du *T. elegans* et à y rapporter, avec doute, un échantillon peu complet des récoltes du R. P. Vanderyst.

Trichopteryx flammida *(Trin.) Benth.*

Wombali, 1913-1914 (H. Vanderyst, n. 1168, 2492, 1323) ; Bokala, 1913 (H. Vanderyst, n. 1538) ; Dima, 1913 (H. Vanderyst, n. 851) ; Dolo, 1913 (H. Vanderyst, n. 718) ; Bokala, 1913 (Nélis) ; Kwango, 1913 (H. Vanderyst, n. 1466) ; Dolo, 1913 (Bavicchi, n. 128, 177. — Noms ind. : Djoko ; Djo) ; Boko, marais, 1913 (H. Vanderyst, n. 491. — Une des deux à trois graminées de marais au kilomètre 278) ; Kutu, 1913 (H. Vanderyst, n. 1808).

Trichopteryx elisabethvilleana *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante à souche fibreuse formant des touffes atteignant, avec les inflorescences, env. 1 m. de haut ; tiges à 2-3 nœuds visibles, velus, à poils divergents

---

supra et infra glabra usque 38 mm. longa et circ. 5 mm. lata, contorta, ligula pilosa ; panicula erecta circ. 35 mm. longa, ramosa, ramis glabris, spiculis 10-12 mm. longis, breviter pedicellatis ; gluma I glanduloso-pilosa, 4-5 mm. longa : gluma II pilosa acuta 9-12 mm. longa ; floribus masculis valva glabra circ. 12 mm. longa, palea circ. 7 mm. longa ; staminibus 2 ; floribus hermaphroditis valva glabra circ. 5 mm. longa, bilobata, arista 38-52 mm. longa, geniculata, palea 5-5,5 mm. longa ; ovario glabro, stigmatis plumosis divergentibus.

(¹) *Trichopteryx elisabethvilleana* : Fibrosus, culmis usque 1 m. altis, 2-3 nodis, nodis velutinis, pilis 2-3 mm. longis divergentibus ; vagina velutina, de 2-3 mm. de long, feuilles basilaires à gaine velue, devenant glabre avec l'âge, feuilles supérieures à gaine assez densément velue, limbe linéaire, velu sur les deux faces et sur les bords, à poils bulbeux, de env. 25 cm. de long et env. 3 mm. de large, panicule dressée, ramifiée de 25-35 cm. de long, rameaux dressés, subverticellés ou fasciculés, ciliolés à la base ; épillets plus ou moins longuement pédicellés à pédicelle atteignant 25 mm. de long, scabre, solitaires de 10 mm. env. de long non compris l'ariste, brunâtres ; glume externe I de 3-4 mm. de long, à trois nervures, assez densément velue à poils bulbeux ; glume II subaiguë, 3-nerviée, de 9-10 mm. de long ; fleur mâle à valve très éparsement velue, aiguë, de 8 mm. env. de long, pale de env. 7 mm. de long, étamines... ; fleur hermaphrodite à valve de 4-5 mm. de long, non compris les deux lobes de env. 1 mm. de long, 3-nerviée. ariste de 46-50 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 5 mm. de long, étamines deux ; ovaire....

Élisabethville, 4 avril 1912 (J. Bequaert, n. 311. — Savane boisée sèche).

Obs. — Comme nous le disons à propos du *T. kapiriensis*, le *T. elisabethvilleana* est très voisin de cette espèce ; nous séparons provisoirement ces deux plantes par suite des dimensions différentes des aristes.

Trichopteryx Hocki *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante à souche plus ou moins tubéreuse, racines fortement tomenteuses, tiges en touffes atteignant avec les inflorescences plus de 1.20 m. de haut, tiges à 1-2 nœuds visibles, feuilles basilaires à gaines fortement tomenteuses à la base, devenant glabres vers le sommet, feuilles supérieures à gaine glabre, limbe

---

lamina lineari supra et infra piloso-bulbosa, circ. 25 cm. longa et 3 mm. lata, panicula erecta ramosa 25-35 cm. longa, ramis erectis, spiculis circ. 10 mm. longis, gluma I 3-4 mm. longa, dense velutina, gluma II subacuta 9-10 mm. longa ; floribus masculis valva acuta, 8 mm. longa, palea 7 mm. circ. longa ; floribus hermaphroditis valva 4-5 mm. longa, bilobata, 3-nervia, arista 46-50 mm. longa, geniculata.

(¹) *Trichopteryx Hocki* ; Subtuberosus ; radicibus dense tomentosis ; culmis ultra 1,20 m. altis, 1-2-nodis, foliis basilaribus vagina tomentosa, superioribus vagina glabra, lamina basi subauriculata, usque 45 cm. longa et 20 mm. lata supra et infra glabra vel scabra, ligula pilosa, panicula erecta, ramosa usque 55 cm. longa, dense pilosa, spiculis plus minus longe pedicellatis, pedicello gracili ciliato-scabro, usque 2 cm. longo, spiculis 3-3,5 cm. longis, brunneolis, gluma I glabra 12-15 mm. longa, 3-nervia, gluma II glabra 3-nervia, 25-30 mm. longa ; floribus masculis valva 5-nervia, 16-18 mm. longa, palea emarginata ; floribus hermaphroditis valva circ. 7 mm. longa, arista 60-65 mm. longa, geniculata ; ovario glabro, stigmatis ciliatis divergentibus.

subauriculé à la base, atteignant 45 cm. de long et jusque 20 mm. de large, glabre sur les deux faces, courtement scabre sur le limbe et les bords, ligule à poils nombreux allongés, panicule dressée, ramifiée, atteignant 55 cm. de long à poils denses, allongés, réfléchis, subcotonneux, apprimés, épillets plus ou moins longuement pédicellés, à pédicelles grêles, ciliolés-scabres, atteignant 2 cm. de long, épillets solitaires de 3-3,5 cm. de long, non compris l'ariste, brunâtres ; glume I glabre de 12-15 mm. de long à trois nervures, glume II glabre aiguë, 3-nerviée, de 25-30 mm. de long ; fleur mâle à valve 5-nerviée, aiguë, de 16-18 mm. de long, glabre, pale émarginée de env. 11 mm. de long, étamines trois, de 6-7 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve de env. 7 mm. de long non compris les deux lobes de env. 3 mm. de long, env. 5-nerviée, glabre, ariste de 60-65 mm. de long, en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 8 mm. de long, glabre ; étamines deux, ovaire glabre, stigmates ciliés, divergents.

Vallée de la petite-Luembe, février 1910 (Ad. Hock) ; Lusambo, 1891 (Capt. Descamps) : Shinsenda, 24 février 1912 (Ringoet, n. 387) ; Shinsenda, 9 mai 1912 (J. Bequaert, n. 497. — Savane boisée sèche).

Obs. — Cette plante se range dans le voisinage du *T. gigantea*, dont elle se différencie par les dimensions des glumes externes.

Trichopteryx Homblei *De Wild.* nov. spec. (1)

Plante à souche plus ou moins tubéreuse, à racines plus ou moins velues, à tiges en touffes atteignant avec les inflorescences plus de 2 m. de haut, tiges glabres à 2-3 nœuds, feuilles basilaires à gaine velue à la base, devenant glabre vers le sommet ; feuilles supérieures à gaine glabre, limbe linéaire élargi à la base, subauriculé, les médianes atteignant 27 cm. de long et 8 mm. de large, les supérieures souvent très réduites, glabres sur les deux faces ; panicule dressée assez raide atteignant 45 cm. de long, rachis glabre sauf aux nœuds courtement villeux, ramifiée ; épillets plus ou moins longuement pédicellés, brunâtres, solitaires, rarement géminés, à pédicelle atteignant 2 cm. de long, épillets de 26-28 mm. de long, non compris l'ariste, glume externe I brunâtre, glabre, de

---

(1) *Trichopteryx Homblei*; Tuberosus, radicibus plus minus velutinis; culmis usque ultra 2 m. altis, glabris 2-3-nodis, vagina velutina demum glabra, lamina lineari basi subauriculata usque 27 cm. longa et 8 mm. lata, glabra ; panicula erecta usque 45 cm. longa, rachide glabro sed nodis villosis ; spiculis solitaribus vel raro geminatis, 26-28 mm. longis : gluma I brunneola, glabra 15-17 mm. longa ; gluma II glabra acuta 25-26 mm. longa ; floribus masculis valva 5-7-nervia circ. 20 mm. longa, palea emarginata 15-16 mm. longa, staminibus 3 circ. 9 mm. longis ; floribus hermaphroditis valva glabra 11-12 mm. longa, arista 33-35 mm. longa, geniculata, palea 11-12 mm. longa, acuta, staminibus 3 ; ovario glabro stigmatis plumosis divergentibus.

15-17 mm. de long, 3-nerviée, glume II glabre, aiguë, 3-nerviée, de 25-26 mm. de long ; fleur mâle à valve aiguë, 5-7-nerviée, de env. 20 mm. de long, glabre, pale émarginée de env. 15-16 mm. de long, étamines au nombre de trois, de env. 9 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve glabre de 11-12 mm. de long, non compris les deux lobes de 3-4 mm. de long, 3-5-nerviée, ariste de 33-35 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de 11-12 mm. de long, aiguë, étamines trois ; ovaire glabre, stigmates plumeux, divergents.

Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1054. — Nom ind. : Kikongolo. — Commun. Les racines sont mangées par les phacochères).

Obs. — Cette espèce se range comme le *T. Hocki* dans le groupe du *T. gigantea*, mais elle se différencie du *T. Hocki* par la glabréité presque totale du rachis de l'inflorescence et en tous cas par l'absence de longs poils apprimés le long du rachis. Elle se rapproche également de la plante que nous avons désignée *T. Bequaerti*, chez laquelle la glume externe mesure 8-12 mm. de long. L'inflorescence de cette dernière est plus réduite, plus lâche, la souche moins forte.

Trichopteryx kapiriensis *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante à souche fibreuse, à tiges en touffes atteignant avec les inflorescences env. 1 m. de haut, glabres à la base, à 2-3 nœuds, plus ou moins densément velus, à poils étalés atteignant 2 mm. ; feuilles basilaires à gaine devenant glabre, feuilles supérieures à gaine plus ou moins velue, limbe linéaire de env. 15 cm. de long et 2-3 mm. de large, à poils épars nettement bulbeux sur les deux faces et sur les bords ; panicule lâche, dressée, ramifiée, de 13-14 cm. de long, épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle grêle scabre, à poils très épars atteignant 2 cm. de long, solitaires à l'extrémité des pédicelles, de 7-8 mm. de long non compris l'ariste, brunâtre ; glume externe I velue sur les nervures, à poils bulbeux à la base, de 2,5-3 mm. de long, 3-nerviée, ovale-obtuse au sommet ; glume II 3-nerviée velue de 8 mm. env. de long, glabre ou à quelques poils le long de la nervure médiane, pale émarginée, glabre, de 6 mm. de long, étamines au nombre de 2 de env. 3 mm. de long; fleur hermaphrodite à valve de env. 4 mm. de long, 3-nerviée, ariste de 30-31 mm. de long, en tire-bouchon à la base, souvent géniculée, courtement ciliée ; pale de env. 4-5 mm. de long, étamines 2, de 3 mm. env. de long; ovaire glabre à stigmates plumeux divergents.

---

(1) *Trichopteryx kapiriensis ;* Fibrosus ; culmis usque 1 m. altis 2-3-nodis, plus minus velutinis ; vagina glabra vel velutina ; lamina lineari circ. 15 cm. longa et 2-3 mm. lata sparse pilosa ; panicula laxa, erecta, 13-14 cm. longa ; spiculis solitaribus plus minus longe pedicellatis, 7-8 mm. longis ; gluma I nervis pilosa, 2,5-3 mm. longa 3-nervia, gluma II circ. 8 mm. longa ; floribus masculis valva 8 mm. circ. longa ; palea 6 mm. longa, staminibus 2 ; floribus hermaphroditis valva circ. 4 mm. longa bilobata, arista 30-31 mm. longa, basi geniculata, palea 4-5 mm. circ, longa, staminibus circ. 3 mm. longis ; ovario glabro, stigmatis plumosis divergentilus.

Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1055. — Terre sèche boisée, très commun, fortement dominant. — Nom ind. : Luweo).

Obs. — Par l'ensemble de ses caractères, nous sommes amené à classer cette plante dans le groupe des espèces qui se rangent autour du *T. elegans*.

Comme cette dernière, le *T. kapiriensis* possède des épillets courts, mais tandis que dans l'échantillon d'Abyssinie de Schimper (Loudetia elegans *Hochst.* n. 18) les feuilles sont glabres, dans notre plante elles sont velues sur les deux faces, les poils étant nettement bulbeux à la base.

Notre plante est également voisine du *T. elisabethvilleana*, les aristes de cette dernière étant beaucoup plus longues.

Nous ne pouvons insister, vu le peu de matériaux, sur la plus ou moins grande importance de ces caractères ; faisons remarquer à ce propos que le *T. camerunensis* Stapf, paraissant devoir se ranger dans le voisinage de notre espèce, est décrit comme possédant des feuilles glabres ou des feuilles velues.

Trichopteryx katangensis *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante à souche plus ou moins rhizomateuse, en touffes atteignant avec les inflorescences env. 75 cm. de haut, tiges à plus de 2 nœuds glabres ; gaines basilaires velues à limbe nul ou court, feuilles nombreuses le long de la tige à gaine velue, devenant glabre, limbe lancéolé-elliptique de 1,2-8,5 cm. de long, et 2-8 mm. de large, réfléchi, velu sur les deux faces, cilié, devenant tardivement glabre ; panicule dressée ramifiée, de 12-15 cm. de long, épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle glabre atteignant 1 cm. de long ; épillets jaunâtres de 3-4 mm. de long non compris l'ariste, glume I externe, ovale-aiguë

(¹) *Trichopteryx katangensis;* Rhizomatosus ; culmis usque 75 cm. longis ultra 2-nodis, glabris ; vaginis basilaribus velutinis, vaginis superioribus velutinis demum glabris, lamina lanceolato-elliptica, 1,2-8,5 cm. longa et 2-8 mm. lata, velutina demum subglabra ; panicula erecta ramosa, 12-15 cm. longa ; spiculis plus minus pedicellatis, 3-4 mm. longis ; gluma I ovato-acuta circ. 2 mm. longa ; gluma II circ. 3 mm. longa ; floribus masculis valva 3 mm. circ. longa, glabra, palea circ. 1,5 mm. longa, staminibus 2 ; floribus hermaphroditis valva circ. 1 mm. longa bilobata, lobis filiformibus ; arista circ. 6 mm. longa, basi geniculata ; staminibus 2 ; ovario glabro, stigmatis plumosis divergentibus.

de env. 2 mm. de long, à 3 nervures, glume II de env. 3 mm. de long ; fleur mâle à valve ovale-aiguë, de 3 mm. de long, glabre, pale de env. 1,5 mm. de long, étamines au nombre de 2 de 0,6 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve de env. 1 mm. de long non compris les 2 lobes filiformes de env. 2 mm. de long, 3-5-nerviée, non munie latéralement de touffes de soies ; ariste de env. 6 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, étamines 2, ovaire glabre, stigmates plumeux divergents.

Plateau de Biano (Esschen), novembre 1912 (Homblé, n. 862. — Dans la plaine).

Obs. — Par l'ensemble de ses caractères le *T. katangensis* se rapproche du *T. Dregeana* et peut-être du *T. brevifolia* Hack. (Madagascar), dont nous connaissons uniquement la description ; mais dans aucun des épillets analysés, nous n'avons trouvé les poils en pinceaux qui ornent, chez les deux espèces précitées, les bords latéraux de la valve.

Par l'absence de ce caractère notre *T. katangensis* ressemble au *T. mukuluensis*. Ces deux plantes constituent peut-être des formes d'une seule espèce, mais en l'absence de nombreux documents et en présence de leur provenance de régions assez différentes, nous avons préféré les conserver distinctes afin d'attirer plus fortement l'attention sur elles.

Trichopteryx lualabaensis *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante à souche fibreuse, à tiges en touffes atteignant, avec les inflorescences, env. 1,50 m. de haut, tiges glabres à env. trois nœuds visibles ; feuilles basilaires et supérieures, à gaine glabre, limbe linéaire, glabre, contourné à l'état sec, de 15-30 cm. de long et atteignant 3-4 mm. de large, panicule dressée peu fournie de 10-18 cm de long, ramifiée à rameaux ciliés à la base, à trois à dix épillets espacés par rameau, épillets plus ou moins courtement pédicellés, de 11-13 mm. de long non compris l'ariste ; glume externe I glabre, brunâtre, de 6-8 mm. de long, à trois nervures, glume II glabre, aiguë, trinerviée, de

---

(1) *Trichopteryx lualabaensis ;* Fibrosus ; culmis usque 1,50 mm. altis, glabris 3-nodis ; vagina glabra, lamina lineari, glabra, 15-30 cm. longa et 3-4 mm. lata, panicula erecta, laxa 10-18 cm. longa, ramosa, ramis basi ciliatis, 3-10 spiculosis, spiculis pedicellatis, 11-13 mm. longis, gluma externa I glabra 6-8 mm. longa 3-nervia, gluma II glabra 9-12 mm. longa ; floribus masculis valva 10 mm. circ. longa, palea emarginata circ. 8 mm. longa ; floribus hermaphroditis valva 5-6 mm. longa, bilobata dorso breviter ciliata, arista 13-20 mm. longa, basi geniculata, palea 5-6 mm. longa bidentata ; staminibus 3 ; ovario glabro, stigmatis plumosis divergentibus.

9-12 mm. de long ; fleur mâle à valve glabre trois à cinq-nerviée, aiguë, de 10 mm env. 8 mm. de long, étamines au nombre de trois, de env. 4 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve de 5-6 mm. de long, non compris les deux lobes triangulaires-aigus, de env. 3 mm. de long, trois à cinq-nerviée courtement velue-ciliée sur le dos, ariste de 13-20 mm. de long, courtement ciliolée, en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 5-6 mm. de long, bidentée au sommet, étamines trois, ovaire glabre, styles divergents plumeux.

Région du Lualaba (Vallée de le Kapanda), plaine à l'embouchure de la rivière, décembre 1912 (Homblé, n. 997) ; environs de Lualaba-Kraal, décembre 1912 (Homblé, n. 941).

Obs. — Cette espèce se range dans la série des *Trichopteryx* à glume II relativement courte et à glumes toutes glabres ; par ses aristes relativement courtes elle paraît occuper, comme le montre notre projet de tableau analytique, une place assez bien définie dans le genre.

Trichopteryx mukuluensis *De Wild.* nov. spec. (¹).

Plante à souche..., tiges très grêles atteignant avec les inflorescences plus de 70 cm. de haut, nœuds nombreux généralement exserts ; gaines basilaires..., feuilles assez régulièrement espacées le long de la tige, à gaine glabre, limbe réfléchi, lancéolé, glabre sur les deux faces même à l'état jeune, de 3,5-5 cm. de long et 3-5 mm. de large, panicule dressée grêle, atteignant 7 cm. env. de long, épillets plus ou moins longuement pédicellés, de 3-4 mm. de long non compris l'ariste, d'un jaune-brunâtre, glume externe I glabre, de env. 2 mm. de long à trois nervures, glume II aiguë, tri-nerviée, de env. 3 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve de env. 1,2 mm. de long non compris les deux lobes aigus atteignant jusque près de 2 mm. de long, 3-5-nerviée, ariste de 4-5 mm. de long en tire-bouchon à la base, plus ou moins géniculée, pale plus courte que la valve, étamines deux, de un peu moins de 1 mm. de long, ovaire...

Mukulu, janvier 1914 (H. Vanderyst, n. 3254).

Obs. — Cette espèce est, comme nous l'avons dit, voisine de *T. katangensis* dont elle diffère par la glabréité des feuilles et de leur gaine ; les tiges sont très feuillues et très grêles ; nous n'en connaissons malheureusement ni la souche, ni le port.

(¹) *Trichopteryx mukuluensis* : culmis ultra 70 cm. longis, nodis exsertis numerosis, vagina glabra, lamina refracta lanceolata, glabra, 3,5-5 cm. longa et 3-5 mm., panicula erecta gracili, usque 7 cm. longa, spiculis plus minus longe pedicellatis 3-4 mm. longis, gluma I glabra circ. 2 mm. longa, 3-nervia, gluma II acuta, circ. 3 mm. longa ; floribus hermaphroditis valva circ. 1,2 mm. longa apice bilobata, arista 4-5 mm. longa, basi plus minus geniculata ; staminibus 2.

Trichopteryx Vanderysti *De Wild.* nov. spec. (1).

Plante à souche fibreuse, tiges en touffes assez denses atteignant avec les inflorescences env. 70 cm. de haut, tiges droites à 1-2 nœuds visibles, courtement velus ou glabres, feuilles basilaires à gaine densément velue à la base à limbe linéaire-sétacé, atteignant 35 cm. de long ; feuilles supérieures à gaine glabre, à limbe linéaire atteignant env. 16 cm. de long et 1-3 mm. de large ; panicule dressée compacte de 2.5-3 cm. de long, épillets subsessiles de env. 9 mm. de long non compris l'ariste jaunâtre, glume externe I de 7-8 mm. de long à 3 nervures, velue au moins vers le bord, à soies bulbeuses-brunâtres à la base, glume II de 8-9 mm. de long à soies bulbeuses sur les bords, 3-nerviée ; fleurs mâle à valve subaiguë de env. 8 mm. de long, glabre ; pale de env. 6 mm. de long, glabre, étamines au nombre de 2 de env. 5 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve de 4 mm. env. de long y compris les 2 lobes triangulaires très courts, ariste de 16-19 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 4 mm. de long, étamines 2, ovaire glabre, stigmates divergents plumeux.

Wombali, octobre 1913 (H. Vanderyst, n. 2212, 2212bis). — Pas rare dans les sols marécageux ; se développe à la fin de la saison sèche) ; Dolo, 1913 (Bavicchi, n. 332. — Nom. ind. : Lifuka).

Obs. — Par ses panicules contractées et ses glumes à soies bulbeuses et colorées, cette espèce se range dans le voisinage du *T. densispica* que nous ne connaissons que par sa description, et dont les panicules seraient plus développées atteignant de 6 à 7,5 cm. de long.

Trichopteryx verticillata *De Wild.* nov. spec. (2).

Plante à souche fibreuse, à tiges en touffes atteignant avec les inflorescences plus de 1,25 m. de haut, tiges à env. 3 nœuds velus ou glabrescents, feuilles basilaires à gaine glabre, feuilles supérieures à gaine glabre, ciliée à la gorge ; limbe cilié sur les bords, velu ou glabre sur les deux faces, pouvant atteindre plus de 30 cm. de long et 11 mm. de large, panicule dressée, ramifiée, rachis glabre ou courtement scabre, à rameaux plus ou moins nettement verticillés, épillets plus ou moins longuement pédicellés, pédicelle grêle pouvant atteindre 2,5 cm. de long, épillets de 9-11 mm. de long non compris l'ariste, brunâtre ; glume externe I de 3-5 mm. de long, glabre, à 3 nervures, glume II subaiguë, glabre, 3-nerviée de 9-10 mm. de long ; fleur mâle à valve aiguë de 8-10 mm. de long, glabre, pale de 6-7 mm. de long, étamines au nombre de 2, de env. 4 mm. de long ; fleur hermaphrodite à valve courtement velue sur le dos de 4-5 mm. de long, non compris les 2 lobes de env. 1 mm. de long, 3-5-nerviée, ariste de 25-50 mm. de long en tire-bouchon à la base, géniculée, pale de env. 5 mm. de long, étamines 2 ; ovaire glabre, stigmates divergents plumeux.

---

(1) *Trichopteryx Vanderysti ;* Fibrosus, culmis usque 70 cm. altis, erectis 1-2-nodis, breviter velutinis vel glabris ; foliis basilaribus vagina dense velutina, superioribus vagina glabra, lamina lineari usque 16 cm. longa et 2-3 mm. lata, panicula erecta compacta, 2,5-3 cm. longa, spiculis subsessilibus circ. 9 mm. longis, luteolis, gluma I, 7-8 mm. longa, 3-nervia, bulboso-pilosa ; gluma II, 8-9 mm. longa, bulboso-pilosa ; floribus masculis valva subacuta circ. 8 mm. longa, palea glabra, circ. 6 mm. longa ; floribus hermaphroditis valva circ. 4 mm. longa, arista 16-19 mm. longa, palea circ. 4 mm. longa ; staminibus 2 ; ovario glabro, stigmatis divergentibus, plumosis.

(2) *Trichopteryx verticillata ;* Culmis usque ultra 1,25 m. altis 3-nodis, nodis glabris vel velutinis, vagina glabra vel ciliata, lamina margine ciliata velutina vel glabra, usque 30 cm. longa et 11 mm. lata, panicula erecta, rachide glabro vel scabro, ramis plus minus manifeste verticillatis, spiculis pedicellatis

Dolo, 1906 et 1908 (J. Japin) ; Katola, avril (A. Sapin) ; env. de Dolo, 1911 ; Kisantu, 1911-1913 (H. Vanderyst, n. 287) et 1904 (J. Gillet, n. 3806) ; Dolo, 1913 (Bavicchi), n. 380. — Nom ind. : Kandja) ; Diba, 1908 (H. Vanderyst) ; Yindu, 1907 (H. Vanderyst) ; Kimuingu, 1907-1913 (H. Vanderyst, n. 303) ; Kiduma, 1907 (H. Vanderyst, n. 443) ; Haut-Uele, 1911 (Nys) ; Uele, 1911 (Van Grunderbeek) ; Kimpako, 1908 (H. Vanderyst) ; Vallée de la Nyanga, 1913 (H. Vanderyst) ; Bassin de la Mobi et de la Lukunga, 1912 (H. Vanderyst) ; Nayidi, 1907 (Van Tilborg) ; Boko, 1913 (H. Vanderyst) ; Dolo, 1913 (H. Vanderyst).

Obs. — Cette plante nous a paru très répandue et très variable ; elle appartient au groupe que nous avons formé par la réunion des *T. acuminata*, *T. glabra* et *T. nigritiana*.

MICROCHLOA *R. Br.*

Microchloa setacea *R. Br.*

Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Chisangwe, janv. 1912 (Homblé, n. 47).

CYNODON *Pers.*

Cynodon dactylon *Pers.*

Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Chisangwe, janv. 1912 (Homblé, n. 26).

9-11 mm. longis ; gluma I, 3-5 mm. longa glabra, gluma II, glabra, 3-nervia 9-10 mm. longa ; floribus masculis valva 8-10 mm. longa, palea 6-7 mm. longa, floribus hermaphroditis valva dorso breviter velutina, bilobata, arista 25-50 mm. circ. 5 mm. longa ; staminibus 2 ; ovario glabro, stigmatis plumosis divergentibus.

CTENIUM *Panz.*

Ctenium canescens *Kth.*

Plateau de Biano, fév. 1913 (Homblé, n. 1263).

CHLORIS *Sw.*

Chloris polydactyla *Sw.*

Vallée de Kapiri, fév. (Homblé, n. 1047).

Chloris radiata *Swartz.*

Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1048) ; Chisangwe, janv. 1912 (Homblé, n. 27).

ELEUSINE *Gaertn.*

Eleusine coracana (*L.*) *Gaertn.*

Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1049. — Usage : fabrication boisson fermentée) ; Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 135. — Nom vern. : Mali [Kib.]. — Sert à la fabrication d'une boisson fermentée).

Eleusine indica *(L.) Gaertn.*

Shinsenda, 24 février 1912 (Ringoet, n. 386. — Noms vern. : Lonsekwa, Mosekwa) ; Lualaba-Kraal, décembre 1912 (Homblé, n. 944. — Voisinage du fleuve); Élisabethville, fév. 1912 (Homblé, n. 137. — Nom. vern. : lunkoto [Kib.]. — Sert à la fabrication d'alcool) ; Vallée de Kapiri, février 1913 (Homblé, n. 1050).

PHRAGMITES *Trin.*

Phragmites vulgaris *(Lam.) Crép.*

Bukama, 1911 (Bequaert, n. 115).

ERAGROSTIS *Host.*

Eragrostis articulata *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. Brux. VI (1919), p. 58, tab. II.

Vallée de Kapiri, en terre schisteuse, assez commune (Homblé, n. 1032).

Eragrostis Bequaerti *De Wild.* in BULL. JARD. BOT. Brux. VI (1919), p. 59, tab. VI.

Dans le Kundelungu, à environ 1600 m., 21 déc., 1911 (J. Bequaert, n. 255).

Eragrostis brizoides *(L.) Nees ab Esenb.* in Linnaea VII (1832), p. 328 ; *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 60.

Élisabethville, 1911 (Ad. Hock) ; Manika, 1911 (Ad. Hock) ; Tschinsenda (Rogers, n. 10206) ; Baya (Rogers, n. 10386) ; Élisabethville, avril 1912 (J. Bequaert, n. 504) ; Katentania, oct. 1912 (Homblé, n. 689) ; Katanga, 1911 (Homblé, n. 2, n. 3). (Plat. de Biano).

Eragrostis chalcantha *Trin.*

Élisabethville, sept. 1911 (Ad. Hock) et fév. 1912 (Homblé, n. 57, 52 et 58) ; Katanga, 1011-12 (Homblé, n. 11, n. 32) ; Plateau de Biano, nov. 1912 (Homblé, n. 864).

Eragrostis ciliaris *Link.*

Welgelegen, 1912 (Bequaert, n. 429) ; Welgelegen, 1912 (Homblé, n. 560, leg Bequaert).

Eragrostis densa *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 61, tab. III.

Élisabethville, 23 avril 1912, endroits humides dans la vallée de Lumbumbashi (J. Bequaert, n. 354).

Eragrostis elongato-compressa *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 62, tab. I.

Katanga, 1911 (Homblé, n. 6).

Eragrostis Hocki *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 65, pl. IV.

Élisabethville, 1912 (A. Hock).

Eragrostis Homblei *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 66, pl. III.

Vallée de la Kapanda, 1912 (Homblé, n. 982).

Eragrostis longepaniculata *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 67, pl. III.

Élisabethville, 1912 (J. Bequaert, n. 320).

Eragrostis manikensis *De Wild.* Bull. Jard. Bot. Brux. VI (1919), p. 68, pl. V.

Plateau de le Manika, 1911 (A. Hock) ; Katentania (Biano), 1912 (Homblé, n. 689) ; Katanga, 1911 (Homblé, n. 2 et 3).

Eragrostis megastachya *Link.*

Schinsenda, fév. 1912 (Ringoet in Coll., Homblé, n. 377) ; Vallée de la Petite Luemba, fév. 1910 (Ad. Hock) ; Vallée de Kapiri, fév. 1913 (Homblé, n. 1034).

Eragrostis namaquensis *Nees.*
Élisabethville, avril 1912 (Bequaert, n. 353).

Eragrostis purpureo-pedicellata *De Wild.* BULL. JARD. BOT. Brux. VI (1919), p. 70, pl. VI.
Plateau de la ligne de faîte Congo-Zambèze, 1911 (A. Hock).

CYPERACEAE

CYPERUS *L.*

Cyperus angolensis *Boeckl.*
Tschinsenda (Rogers, n. 10109).

Cyperus compactus *C. B. Clarke.*
Tschinsenda (Rogers, n. 10104); Élisabethville (Rogers, n. 10074).

— — var. **tenuior** *C. B. Clarke.*
Élisabethville (Rogers, n. 10219).

Cyperus distans *L. f.*
Katentania, 1912 (Homblé, n. 717).

Cyperus flabelliformis *Rottb.*
Élisabethville, 1910 (Ad. Hock, n. 1911).

PYCREUS *Pal. Beauv.*

Pycreus globosus *Reichb.*
— — var. **nilgirica** *C. B. Clarke.*
Élisabethville (Rogers, n. 10093).

Pycreus Mundtii *Nees.*
Sakania (Rogers, n. 10035).

ELAEOCHARIS *R. Br.*

Elaeocharis plantaginea *R. Br.*
Kilwa (Moero), janvier 1912 (J. Bequaert, n. 243. — Très abondant).

FIMBRISTYLIS *Vahl.*

Fimbristylis complanata *Link.*
Élisabethville (Rogers, n. 10084).

BULBOSTYLIS *L.*

Bulbostylis Burchelli *C. B. Clarke.*
Élisabethville (Rogers, n. 10089).
Bulbostylis zambesiaca *Dur.* et *Schinz.*
Tschinsenda (Rogers, n. 10103).

SCLERIA *Berg.*

Scleria Buchanani *Boeck.*
Élisabethville, 1912 (Homblé, n. 53. — Terre sèche, boisée).
— — var. **latifolia** *De Wild.* nov. var.

Bulbe de 9-10 mm. de diam. ; feuilles à gaine ciliée sur les angles, limbe cilié sur les bords, de 3-8 mm. de large, aigu.

Tschinsenda, mars 1912 (Ringoet, coll. Homblé, n. 485 et 537 ; Élisabethville, fév. 1912 (Homblé, n. 55. — Terre sèche, boisée).

Obs. — C'est dans le dernier des échantillons que la plante présente ses plus larges feuilles. Dans celle que nous rapportons au type, les feuilles atteignent rarement la dimension indiquée par C. B. Clarke (in FLORA OF TROP. AFRICA, VII, p. 499), soit 1 8 in. c'est-à-dire 3 mm.

Scleria glabra *Boeck.*
Riv. Lufira (Rogers, n. 10319),
Scleria racemosa *Lam.*
Élisabethville, mars 1912 (Homblé. — Nom vern. : Sakula).

CAREX *L.*

Carex Fischeri *K. Schum.*
Élisabethville (Rogers, n. 10082).

ASCOLEPIS *Nees.*

Ascolepis Protea *Welw.*
Katentania, novembre 1912 (Homblé, n. 716. — Vallée boisée.
— — var. **bellidiflora** *Welw.*
Tschinsenda (Rogers, n. 10110).

ERIOCAULONACEAE

ERIOCAULON *L.*

Eriocaulon elegantulum *Engl.*
Élisabethville (Rogers, n. 10088).

COMMELINACEAE

COMMELINA *L.*

Commelina africana *L.*

Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 115. — Savane boisée. — Nom ind. : M'Sasa) ; Élisabethville, 28 mars 1912 (J. Bequaert, n. 792. — Savane boisée) ; Shinsenda, 27 février 1912 (Ringoet, coll. Homblé, n. 401) ; Welgelegen, 1912 (Corbisier, coll. Homblé, n. 628 et 629).

Commelina Bequaerti *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913) p. 291 et Notes Flore Katanga III (1914), p. 6.

Plante à tige plus ou moins couchée, ramifiée, atteignant 30 cm. de long à entre-nœuds pouvant atteindre 6,5 cm. de long, feuilles lancéolées à gaine de 1 cm. env. de long assez fortement velue comme les tiges, à limbe atteignant 25 90 cm. de long et 6,5 mm. de large, velu sur les deux faces plus fortement en dessous qu'au-dessus, aiguës au sommet, pédoncule solitaire dépassant fortement la gaine de la feuille, velu, atteignant 3,5 cm. de long, spathe de 14 à 15 mm. de long le long de la ligne médiane, ovale, arrondie vers la base, aiguë au sommet, atteignant dans sa plus grande longueur 19 mm. de long et mesurant jusque 12 mm. de large, velue, courtement hirsute, striée, à nervures principales séparées par des nervures secondaires ; bords de la spathe connés à la base sur env. 7 mm. de long. Pétales bleus atteignant 8 mm. de long onglet compris et env. 6 mm. large, capsule d'env. 4,5 mm. de long à 5 graines globuleuses, lisses, d'env. 1,5 mm. de diamètre.

Élisabethville, 28 mars 1912 (J. Bequaert, n. 293).

Obs. — Les fleurs de cette espèce, qui sont d'un bleu d'azur, s'ouvrent à 6 heures du soir pour se fermer le lendemain matin vers 11 heures. Ce *Commelina* se range dans le voisinage du *C. zambesica* C. B. Clarke (cf. FLOR. OF TROP. AFRICA, VIII, p. 43).

Commelina Homblei *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913) p. 291 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 6.

Plante à tige rampante atteignant env. 15 cm. de long, à feuilles à gaine relativement courte atteignant env. 6 mm. de long, velues comme les tiges ; entre-nœuds pouvant atteindre 3 cm. ; limbe lancéolé atteignant 7,5 cm. de long et 1-2,5 mm. de large, velu-hirsute sur les deux faces, pédoncule solitaire dépassant fortement la gaine, velu courtement, atteignant 3 cm. de long, spathes velues-hirsutes d'env. 14 à 17 mm. le long de la ligne médiane, aiguës au sommet, arrondies vers la base, mesurant 2 cm. de long dans leur plus grande longueur, connées à la base sur env. 8 mm. de longueur ; pétales bleus d'env. 7 mm. de long, capsules d'env. 4,5 mm. de long, à quatre ou cinq graines.

Élisabethville, février 1912 (Homblé, n. 124. — Dans la savane boisée. — Nom indigène : Katolola).

Obs. — Cette espèce est voisine de celle que nous venons de décrire sous le nom de *C. Bequaerti* et, par conséquent, elle se range dans la série des Commelina africains dans le voisinage du *C. zambesica* C. B. Clarke (*loc. cit.*); elle s'en différencie par le développement de ses feuilles, qui, en largeur, atteignent le double de celles du *C. Bequaerti*.

Commelina scaposa *C. B. Clarke.*

Élisabethville (Rogers, n. 10249).

Commelina Schweinfurthii *C. B. Clarke.*

Élisabethville, 1911 (Ad. Hock. — Sur termitière) ; Shinsenda, 1912 (leg. Ringoet, coll. Homblé, n. 476).

CYANOTIS *D. Don.*

Cyanotis minima *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 293 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante réduite à tige plus ou moins couchée atteignant 8 cm. de long, à racines fibreuses, à tiges velues plus ou moins hirsutes, feuilles à gaine de 4 à 6 mm. de long, à limbe elliptique ou ovale-lancéolé de 12 à 25 mm. de long et de 5 à 6 mm. de large, longuement cilié sur les bords, tige florifère non ramifiée, inflorescences dépassant très légèrement la gaine, à fleurs bleues, capsule d'env. 1,5 mm. de large, assez longuement velue-hirsute.

Shinsenda, 27 février 1912 (Ringoet, coll. Homblé), p. 402.

Obs. — Cette espèce se range indiscutablement dans le voisinage du *C. somaliensis* Clarke, dont l'habitation la plus rapprochée du Congo est celle découverte par Scott Elliot dans la région du Ruwenzori ; la plante en diffère par ses feuilles plus réduites, par sa tige florifère également plus courte. Nous n'avons pas vu de tige stérile, la plante est constituée uniquement par un brin avec racines, le caractère du fruit n'est pas décrit par les auteurs.

Cyanotis Homblei *De Wild.* in Bull. Jard. Bot. Brux. V (1915), p. 81.

Plante velue-laineuse, racines en touffes denses, épaissies, atteignant 6 mm. de diam. dans leur partie élargie et env. 10 cm. de long ; tige stérile à 1 à 2 gaines basilaires à limbe réduit ou nul, à env. trois feuilles développées à gaine densément velue-laineuse, blanchâtre extérieurement, à limbe atteignant 5-25 cm. de long et 5-8 mm. de large, velu sur les deux faces, mais devenant glabre avec l'âge ; tige fertile de 15-33 cm. de long à une gaine scarieuse glabre, basilaire de 10-17 mm. de long et une ou deux feuilles, feuilles florales non comprises, l'inférieure parfois réduite à la gaine allongée ; gaines de 1-4 cm. de long, densément velues-cotonneuses extérieurement, limbe de 1,2-9 cm. de long et atteignant 6 mm. de large ; inflorescences par deux ou trois subterminales, naissant à l'aisselle d'une feuille bractéale, élargie à la base, terminée en limbe lancéolé pouvant atteindre 6,5 cm. de long et env. 4 mm. de large, densément velu surtout extérieurement, fascicules floraux de 1 cm. env. de diam., bractées florales de 6-8 mm. env. de long, ovales aiguës ou subfalciformes-aiguës velues-ciliées, glabres intérieurement ; fleurs bleues, étamines à filet densément velu, à anthère glabre, de 1 mm. env. de long.

Plateau de Biano (Esschen-Plateau), décembre 1912 (Homblé, n. 895. — Vallée boisée) ; Environs de Katentania, plaine (Plateau de Biano, novembre 1912) (Homblé, n. 775).

Obs. — Cette espèce est voisine du *C. longifolia* Benth. (Cf. C. B. Clarke in Flora of trop. Africa, VIII, p. 81) dont elle diffère en particulier par des feuilles plus étroites, ce qui lui communique un tout autre aspect.

ANEILEMA *R. Br.*

Aneilema angustifolium *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913) p. 289 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante à tige plus ou moins ramifiée, grêle, atteignant au moins 20 cm. de long, courtement et éparsement velue, feuilles à gaine atteignant au max. 7 mm. de long, à limbe elliptique-lancéolé de 15 à 20 mm. de long et atteignant 7 mm. de large, plus ou moins glabrescente ou éparsément velue, à deux ou trois nervures principales de chaque côté de la nervure médiane ; panicules terminales atteignant 3 cm. de long et env. 15 mm. de large, à pédoncule de 13 mm. de long env. au-dessus de la gaine de la feuille terminale, celle-ci très réduite ou plus longue que le pédoncule. Ramifications rapprochées à bractées d'env. 2 mm. de long, fleurs jaunes, capsule luisante, éparsement velue de 5 à 6 mm. de long et d'env. 3 mm. de large, arrondie, cunéiforme au sommet.

Sangatele, septembre 1911 (Ad. Hock).

Obs. — Espèce voisine de l'*A. Johnstonii* Schum. dont elle diffère par ses feuilles réduites, par ses panicules également réduites ; elle paraît très variable dans la disposition et dans la densité de l'indûment.

Aneilema beninense *Kunth.*

Élisabethville (Rogers, n. 10146).

Aneilema Schweinfurthiana *C. B. Clarke.*

Tschinsenda (Rogers, n. 10115).

Aneilema erectum *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 289 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante à tige dressée plus ou moins ramifiée atteignant 45 cm. de haut, à souche..... ; feuilles basilaires réduites à des écailles, feuilles médianes à limbe plus ou moins réduit n'atteignant souvent que 15 mm. de long, entre-nœuds pouvant atteindre 10 cm. de long, feuilles supérieures à gaine peu renflée d'env. 10 cm. de long, à limbe lancéolé de 3 à 8 cm. de long et atteignant env. 14 mm. de large, plus ou moins velu sur les deux faces, cunéiforme-aigu au sommet, cunéiforme à la base, à env. 5 nervures longitudinales de chaque côté de la nervure médiane au milieu de la feuille ; panicule terminale atteignant 5 cm. de long sur 3 cm. de large, portée sur un pédoncule de 5 cm. de long muni au sommet d'une feuille bractéiforme d'env. 1,5 cm. de long, papyracée-scarieuse ayant à son aisselle une inflorescence partielle et distante du reste de la panicule d'env. 2 cm., pédoncule fortement velu-hirsute, ramifications de la panicule très rapprochées, pédicelle velu à bractée d'env. 3 mm. de long, capsule d'env. 7 mm. de long sur 4 mm. de large, plus ou moins cunéiforme au sommet.

Bois à Élisabethville, octobre 1911 (Ad. Hock).

Obs. — Espèce voisine de l'*A. katangense* De Wild. dont elle se différencie très aisément par la forme des feuilles.

Aneilema Florenti *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 289 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante à tige plus ou moins dressée-couchée, atteignant en fleurs 35 cm. de haut, très fortement velue-scabre dans toutes ses parties, feuilles lancéolées à limbe velu sur les deux faces plus fortement en dessous qu'au-dessus, très aigu au sommet, atteignant au-dessus de la gaine jusque 10 cm. de long et 18 mm. de large, à env. cinq nervures principales longitudinales de chaque côté de la nervure médiane. Panicules terminales atteignant 3 cm. de long sur 2,5 cm. de large, portées sur un pédoncule qui peut dépasser de 4 cm. la gaine de la feuille supérieure et muni vers le milieu d'une feuille bractéiforme très réduite plus ou moins papyracée, ramifications de la panicule denses très rapprochées, velues, bractées d'un peu plus de 2 mm. de long, pédicelle grêle, s'épaississant sous le fruit atteignant 5-6 mm. de long, sépales glabres d'env. 4 mm. de long, obtus, pétales jaunes onguiculés d'env. 5 mm. de long, capsule ellipsoïde, aplatie, plus ou moins luisante, munie de poils épars, scabres, largement cunéiforme-obtuse au sommet, de 8-9 mm. de long et d'env. 5 mm. de large, à deux loges, à deux graines allongées d'env. 3 mm. de long sur 2 mm. de large à côte dorsale proéminente et env. 5 à 7 renflements latéraux de chaque côté de la côte longitudinale.

Welgelegen, 1912 (leg Florent, coll. Homblé, n. 640).

Obs. — Cette espèce appartient, comme l'*A. Homblei*, au groupe « Lamprodithyros » et se range dans le voisinage de l'*A. Johnstonii* K. Schum; elle se différencie de cette dernière, et de la première, par la forme de ses feuilles, par l'indûment, par l'aspect du fruit et par la présence, le long du pédoncule, d'une bractée papyracée-scarieuse.

Aneilema Hocki *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 290 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 14.

Plante à tige dressée plus ou moins rameuse atteignant plus de 40 cm. de haut, à tige velue, feuilles à limbe atteignant 15 cm. de long et 8 mm. de large, plus ou moins aigu au sommet, les supérieures très réduites passant aux bractées. Inflorescences terminales plus ou moins longuement pédonculées, à pédoncule atteignant 4 à 6 cm. de long, à rachis velu, ramifications des inflorescences plus ou moins longuement pédonculées, munies de bractées engainantes à l'aisselle desquelles se développent des fleurs; bractées atteignant 3 mm. de long distantes en moyenne de 3 à 5 mm. les unes des autres. Fleurs à pédicelle grêle de 7 mm. de long sous la fleur, accrescent sous le fruit où il atteint 13 mm. de long, calice persistant atteignant sous le fruit 11 mm. de long, à lobes d'un peu plus de 3 mm. de large : capsule de 7 à 10 mm. de long, glabre, tronquée au sommet, à angles latéraux plus ou moins aigus, à deux loges, à deux graines dans chaque loge.

Élisabethville, septembre 1911 (Ad. Hock. — Termitières).

Obs. — Cette espèce appartient au groupe des *Dicarpellaria* et au sous-groupe des *Eu-Commelina*; elle se rapproche des *A. æquinoctiale* Kunth et *A. nyasense* Clarke. — Elle est surtout voisine de cette dernière par le petit nombre de graines dans les loges du fruit, mais elle se différencie de *A. nyasense*, du Nyassaland, par des feuilles plus longues et plus étroites.

Aneilema Homblei *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 290 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante à tige plus ou moins ramifiée atteignant au moins 30 cm. de long, glabre ou éparsement et courtement velue, feuilles elliptiques ou ovales-lancéolées, de 4 à 10 cm. de long et de 1 à 3 cm. de large, courtement velues, ciliées sur le bord, à env. 5 nervures principales longitudinales de chaque côté de la nervure médiane. Panicules terminales atteignant 4 cm. env. de long et 3 cm. de large env. ; fleurs portées sur un pédoncule qui peut dépasser de 5 cm. la gaine de la feuille supérieure ; ramifications de la panicule denses très rapprochées ; bractées serrées depuis la base, atteignant env. 2 mm. de long, pédicelle grêle s'épaississant sous le fruit atteignant 5 mm. ; sépales glabres, d'env. 3 mm. de long, obtus au sommet, pétales jaunes, onguiculés à la base, de 5 mm. de long et de 4 mm. de large, capsule luisante munie de quelques poils, ellipsoïde aplatie, obtuse au sommet, légèrement apiculée de 6 mm. env. de long et de près de 5 mm. de large. Graines au nombre de 2 dans chaque loge d'env. 2 mm. de long et de large.

Shisangwe, janvier 1912 (Homblé, n. 111. — Nom indigène : Fuba. — Savane boisée sèche).

Obs. — Cet *Aneilema* du groupe *Dicarpellaria* et du sous-groupe *Lamprodithyros* vient se classer dans le voisinage de l'*A. angolense* Clarke et de l'*A. Johnstonii* K. Schum. ; par ses fleurs jaunes, par les panicules pédonculées, il se range dans le voisinage immédiat de l'*A. Johnstonii* dont il se différencie par la grandeur de ses feuilles, par la condensation de ses fleurs.

Aneilema katangense *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 290 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante à tige dressée, plus ou moins ramifiée atteignant 70 cm. de long, à souche plus ou moins épaisse, munie de racines fibrillaires densément velues, feuilles basilaires réduites à des écailles glabres ou éparsement velues sur le dos, feuilles médianes à limbe réduit n'atteignant souvent que 6 cm. de long et 1,5 cm. de large, entre-nœuds de 8 à 15 cm. de long densément velus à poils étalés, feuilles supérieures à gaine courte d'env. 12 mm. de long, à limbe ovale-allongé, plus ou moins cordé à la base, de 8 à 11 cm. de long et de 22 à 38 mm. de large, à 4-5 nervures principales longitudinales de chaque côté de la nervure médiane ; panicule terminale atteignant 4,5 cm. de long sur 4 cm. de large portée sur un pédoncule qui dépasse de 6 cm. env. la gaine de la feuille supérieure et qui est muni vers le milieu d'une feuille bractéiforme papyracée-scarieuse dont le limbe n'atteint pas 15 mm. de long, rachis et ramifications de la panicule velus, très rapprochés, bractée d'env. 3 mm. de long ; pédicelle grêle s'épaississant sous le fruit atteignant 5 mm. env. de long ; fleurs jaunes, sépales glabres obtus au sommet, d'env. 4 mm. de long, capsule ellipsoïde aplatie plus ou moins luisante, munie de poils épars, arrondie-cunéiforme au sommet, d'env. 7 mm. de long et 4-5 mm. de large, à loges à 2 graines.

Shilongo, bois, septembre 1911 (Ad. Hock).

Obs. — Comme les *A. Homblei* et *A. Florenti*, l'*A. katangense* se range dans le voisinage de l'*A. Johnstonii*, se différenciant très nettement de cette dernière espèce et des autres plantes que nous venons de citer, par la forme de ses feuilles, partageant avec l'*A. Florenti* le caractère de posséder une feuille bractéiforme réduite vers le milieu du pédoncule floral.

Aneilema Ringoeti *De Wild.* in *Fedde* Repert. XII (1913), p. 291 et Notes Fl. Katanga III (1914), p. 7.

Plante ramifiée à tige dressée, atteignant 25 cm. de haut, velue, à racines fibreuses, feuilles à gaines plus ou moins renflées souvent fendues jusqu'à la base, atteignant 11 mm. de long et 6-7 mm. d'epaisseur, limbe courtement et éparsement velu, elliptique-oblong de 1,3 à 5 cm. de long et de 6 à 14 mm. de large, plus ou moins longuement cunéiforme au sommet, à env. 4 nervures longitudinales latérales de chaque côté de la nervure médiane, inflorescences terminales de 14 à 20 mm. de long et atteignant 18 mm. de large portées sur un pédoncule dépassant de 15 à 20 mm. la gaine de la feuille supérieure, courtement velu comme les tiges, sans feuille ni gaine sur le milieu de son parcours, fleurs bleuâtres, capsule luisante oblongue, d'env. 4,5 mm. de long et 3,3 mm. de large.

Shinsenda, mars 1912 (Ringoet, Coll. Homblé, n. 545. — Dans la brousse).

Obs. — Par l'ensemble de ses caractères cette espèce semble se rapprocher de l'*A. Welwitschii* Clarke (cf. FLORA OF TROP. AFR. VIII, p. 16).

Aneilema sinicum *(Roem.* et *Schult.) Lindl.*

Élisabethville, fév. 1912 (Homblé, n. 187. — Nom ind. : Masu).

FLOSCOPA *Lour.*

Floscopa Schweinfurthii *C. B. Clarke.*

Élisabethville, mai 1912 (Homblé, n. 316. — Nom ind. : Kikosena. — Feuilles comestibles).

(A suivre.)

NOTE
SUR
MA VIE D'OUVRIER EN ANGLETERRE

PAR

J. CUYLITS

> Dans l'Ile d'Utopia des magistrats « prennent garde que chacun exerce son » Mestier, non pas qu'il travaille depuis » l'aube du jour jusques à la nuit bien » tard, comme les chevaux, qui est une » calamité et misère plus que servile, » ce qu'ont acoustume les ouvriers quasi » en toutes régions, fors en Utopie où » les habitans nombrent un jour naturel » en 24 heures égales à comprendre la » nuit avec le jour et en députent six » heures seulement à ouvrer :
>
> » Trois devant midy après lesquels ils » disnent, puis après disner ilz se » reposent deux heures, cela fait besognent trois autres heures jusques à » souper et tost après huyt ilz se vont » coucher et reposent huyt s'ilz veulent. »
>
> THOMAS MORUS.

Ouvrier mécanicien pendant deux ans et demi en Angleterre au cours de la guerre, je pense que le récit de mon existence de travailleur constitue un document d'une certaine valeur pour l'étude de la question ouvrière. C'est pour cette raison que je le publie.

Avocat de profession, je me suis toujours intéressé aux sciences exactes et en particulier à la mécanique théorique et pratique. J'ai donc pu passer, du jour au lendemain, sans guère de préparation, au tour universel tout ruisselant d'huile ; je n'ai pas eu de difficulté à acquérir droit de cité chez l'ouvrier de métier, ni à me voir traiter par lui comme un des siens, en camarade.

Ouvrier pour gagner ma vie honorablement et non par dilettantisme, j'ai travaillé comme l'ouvrier, vécu comme l'ouvrier du montant d'un salaire ; j'ai connu ses espoirs, ses tribulations, ses déceptions.

Donc au printemps de 1916, les finances allaient mal, nos finances ; un crédit à 5 % à intérêts composés qu'une banque belge m'avait consenti à Londres, sur de l'argent que j'avais déposé avant la guerre à sa maison principale de Bruxelles, s'épuisait rapidement.

Je ne désirais pas être à charge aux Anglais. La position d'ouvrier d'usine ne fut jamais très encombrée, ni fermée à personne ; je choisis la position d'ouvrier d'usine.

Mécanicien et technicien amateur, je l'étais avant la guerre ; mais il fallait l'estampille officielle.

Je l'obtins des Anglais au même titre que tout autre résident du Royaume-Uni.

J'écrivis donc au London Comity Council en réponse à l'appel qui était placardé à tous les carrefours de la métropole anglaise.

Comme tout qui n'était pas suspect d'espionnage, je fus admis, et, le 15 février 1916, j'entrais à l'école industrielle de Brixton, dépendant du London C. C. Pendant six semaines je fus à l'établi ; j'appris les rudiments du travail à la lime et du tour à fileter ; après six semaines je recevais un diplôme qui me déclarait apte au travail d'usine. La direction de l'École choisissait les plus habiles des diplômés pour faire un stage plus approfondi de régleur de tour à cabestan, ou de fraiseuse ; sans autre protection que ce dont je m'étais montré capable pendant ces six premières semaines, je fus du nombre des élus et, dès ce jour, je touchai du gouvernement anglais, comme les autres apprentis, à titre d'indemnité, deux livres et demie par semaine, non pas comme une aumône, mais à condition de me tenir à la disposition du gouvernement britannique pour aller partout où il le jugerait opportun, aussitôt mon apprentissage terminé.

La durée du stage n'était pas fixée. Le jour où le directeur vous jugeait suffisamment apte à devenir régleur de tours à cabestan ou de fraiseuses universelles, il vous signalait les places vacantes dans les usines qui s'étaient mises en rapport avec lui, vous donnait les introductions nécessaires, vous faisait connaître les conditions de salaire offertes et vous priait d'aller débattre vous-même votre admission à l'usine. Il fallait d'ailleurs régulariser tout engagement à l'une des Bourses de travail officielles.

Je suivis cette procédure et, le 15 mai 1916, je fus admis en qualité de régleur de tours à cabestans dans une usine de petite mécanique, au nord de Londres.

Conditions : Pendant les trois premières semaines : 8 pence à l'heure ; 10 % fixe de bonus de vie chère ; travail de 7 h. du matin à 8 1/2 h. du soir ; le samedi après-midi excepté. Extra-time à 50 % du salaire après 6 1/2 h. du soir ; ce qui faisait £ 2-7-5 par semaine, dont il fallait déduire 6 pence par semaine pour sa part d'assurance et environ 3 shillings pour le tram.

Il avait été entendu que trois semaines plus tard j'aurais une augmentation automatique d'un penny par heure ; trois semaines plus tard un autre penny d'augmentation automatique ; et puis, plus tard une augmentation en raison de mes capacités professionnelles.

Faut-il dire que nous vécûmes dans la plus stricte économie ? les frais de ménage s'élevaient à £ 2-10-0 par semaine, laissant £ 0-0-0 pour le loyer.

Faut-il dire que le penny espéré à la quatrième semaine était attendu avec quelque anxiété ? Et en attendant ma femme devint ouvrière brodeuse à domicile pour des magasins de Londres.

Les huit premiers jours on me laissa seul devant un tour avec les couteaux à affûter, un modèle de la pièce à tourner et les pièces brutes... et le contremaître m'observa.

Puis, d'un coup, on me mit à la tête de l'équipe qu'on me destinait : huit petits tours à décolleter actionnés par des gamins et plus tard par des fillettes en âge d'usine ; il s'agissait, pour le régleur, de mettre les tours en ordre de marche, d'initier opérateurs et opératrices à leur tâche machinale, et puis, de faire marcher ces machines vivantes, un peu turbulentes, et aussi de tenir la comptabilité des pièces faites chaque jour.

Dans cette usine on payait le travail uniquement à la journée, et le seul stimulant à un travail de 11 1/2 h. était une augmentation possible du salaire pour les courageux.

Mon contremaitre se tint d'abord sur une grande réserve ;

j'étais seul Belge dans cette usine ; puis il devint de plus en plus communicatif et je voyais bien que je lui plaisais, mais je pensais sérieusement au penny de la quatrième semaine, très sérieusement ! La quatrième semaine se passa et le penny ne vint pas.

Il fallait aller trouver celui qui m'avait engagé : chose difficile pour un ouvrier d'usine ; l'ouvrier d'usine a l'impression que l'homme qui l'a engagé est inabordable et extrêmement occupé tant dans l'usine que hors de l'usine, et il en est d'ailleurs ainsi ; et cependant le régleur ou brigadier de fabrication a plus de chance, que l'ouvrier rivé à une machine, de trouver son chef au bureau.

Enfin je parvins à saisir mon homme, qui ne nia pas l'engagement pris ; il se montra très triste de l'avoir oublié, il alla jusqu'à se frapper le front et me dit que la semaine prochaine j'aurais le penny, sans faute ; mais il oublia de penser qu'un penny d'augmentation m'était légitimement dû pour les quatrième et cinquième semaines...

Qu'il l'ait oublié de bonne foi, j'en suis sûr, « il avait eu tant à faire ces derniers temps....» et qu'il l'oubliât avec la même bonne foi la semaine suivante, j'en suis sûr aussi ; de sorte qu'en fait, je n'obtins qu'après six semaines ce qui m'était promis après trois semaines ! Et je suis certain que j'aurais été très mal venu à réclamer les arriérés : j'aurais été mis à la porte, s'il m'était venu à la pensée d'envoyer une lettre recommandée avant les poursuites et d'intenter une action civile pour récupérer les arriérés dus.

Aussi je crus diplomatique de laisser passer cet incident ; tout le monde parut satisfait, y compris le contremaître qui devenait de jour en jour plus obligeant. C'est que, dans mon département, on abattait de plus en plus de besogne ; les soucis de mon contremaître diminuaient en proportion, il y gagnait plus de liberté d'esprit...

J'avais évidemment cédé par calcul ; mais songez à l'effet décevant et déprimant, au sentiment d'impuissance et de revanche légitime que pareil incident initial entraîne chez un ouvrier, et vous ne serez pas étonnés d'apprendre que, pour lui, le soi-disant contrat de travail est inexistant, et qu'il se croit en droit d'en imposer à son tour à son patron, le jour où il se sent suffisamment fort ; à contrainte de fait, contrainte et demie.

Donc je devenais de plus en plus utile à mon contremaître ; il se trouvait déchargé d'autant et, tandis qu'à côté de mon équipe, un vieux rat d'usine s'employait de son mieux à appliquer à lui-même, à ses opérateurs et à ses machines les doux principes du « ca' canny », toutes mes machines allaient à pleine vitesse, et les opérateurs de même.

Un jour le Workers Manager, celui qui m'avait engagé, passait derrière moi en tournée d'inspection ; vivement je me retournai, et lui dis à brûle-pourpoint et l'air vexé : « Vous voyez que tous mes opérateurs et mes tours fonctionnent ». Je n'attendis pas la réponse élogieuse qu'il marmotta un peu interloqué et je revins d'un air digne à mes machines.

La semaine suivante, sans que j'eusse rien demandé, je constatai sur ma carte de paie une augmentation d'un penny à l'heure. J'avais bien jugé mes hommes et, depuis cet incident, les augmentations me vinrent sans que je dusse rien demander ; obtenir des augmentations sans les demander, est dans le régime d'usine tout à fait anormal.

Pendant un an je restai à mes huit machines et lors du grand « combing » des personnes qui s'étaient réfugiées aux munitions pour échapper au service actif, sans autre protection que mon utilité dans cette usine et sans l'avoir demandé, je reçus mon exemption de service à l'armée anglaise et plus tard à l'armée belge : j'étais un *skilled worker*, un ouvrier de métier ; l'usine avait fait toutes les démarches, sans même m'avertir.

Un peu avant Pâques 1917, une douzaine de tours automatiques étaient venus d'Amérique, des Brown et Scharpe, des Gridleys, des Cincinnatis, des Hartfords, que sais-je encore ? il ne fallait pas être grand clerc pour savoir que toutes ces nouvelles machines exigeraient des régleurs, et les régleurs de machines automatiques sont plutôt rares en Angleterre.

C'était une occasion de monter en grade, et je grillais de passer au département des automatiques. On rogna tant bien que mal sur des ressources déjà modestes pour acheter les livres techniques qui se rapportaient à ce genre de machines ; le samedi après-midi et le dimanche matin se passèrent à les étudier.

Un jour il me parut que le moment était arrivé de me déclarer ; j'allai donc trouver le Workers Manager et me proposai comme régleur, disant que je m'étais mis au courant de la technique des machines automatiques : il me répondit que la direction avait déjà depuis longtemps pensé à moi et qu'il avait attendu que les machines fussent montées pour me transférer à ce département.

Et le transfert s'opéra ; en arrivant dans mon nouveau département, mon nouveau contremaître m'accueillit en m'annonçant qu'aussitôt au courant, il me proposerait pour une augmentation ; cette augmentation vint après un montage particulièrement heureux. Je restai trois mois dans ce département.

Quelle différence avec l'autre département ! Là-bas, c'était l'à-peu-près, les tâtonnements, le va comme je te pousse ; ici, c'était forcément la méthode scientifique, encore élémentaire, sans doute, mais enfin une méthode et des procédés de travail exacts que notre rat d'atelier de tout à l'heure aurait été incapable de mettre en œuvre ; la rapidité de coupe, l'avancement automatique, la forme des cames, tout était calculé d'avance. Les logarithmes, la trigonométrie, l'algèbre étaient instruments indispensables.

On savait le nombre de secondes ou de fractions de seconde occupé par le travail de chaque outil. Il fallait d'autre part user de tout un attirail perfectionné, totalement inconnu dans l'autre département ; les porte-outils qui venaient des usines Brown et Sharpe étaient des merveilles d'ingéniosité pratique ; tout était à l'avenant ; bref, l'ouvrier était transporté au pays de la vie intelligente, il travaillait moins de ses mains ; le cerveau devenait le facteur dominant ; c'était le cerveau qui accomplissait la tâche.

Les 40 machines de mon département, toutes des merveilles de précision, étaient américaines, à l'exception toutefois d'une batterie de 10 petits tours automatiques allemands ; mais les ouvriers qui devaient les conduire n'étaient pas américains, ni non plus la méthode de travail de l'usine !

On m'avait confié 8 machines automatiques. Ici plus besoin de 8 opérateurs automates, j'avais sous mes ordres un seul ouvrier pour conduire mes 8 machines ; son rôle se bornait à surveiller les machines, à les mettre en route au commencement et à les arrêter à la fin des heures de travail, ou lorsque le stock de matière première était épuisé, à enlever les copeaux, à mettre de l'huile fraîche, etc. Les machines faisaient le reste.

Mon office consistait à régler ces 8 machines, à couper à profil les nouvelles cames pour un nouveau travail, à faire les porte-outils nécessaires, à affûter, à tremper les couteaux, bref à préparer et à surveiller le travail de mes 8 machines.

Un soir toutes mes machines tournaient ; j'étais appuyé contre mon établi les bras croisés et je regardais tourner...

Mon contremaître s'approche de moi, visiblement gêné : « Je n'aime pas de vous voir ainsi à ne rien faire ». — « Et pourquoi ? toutes mes machines tournent ». — « Non, si vous voulez m'être agréable, ne restez pas comme cela ; vous avez un étau, un tour, des limes, un marteau, une scie, tout ce qu'il faut ; *faites ce que vous voulez,* pourvu que vous *paraissiez* occupé ; si le workers manager passe par ici et vous voit à ne rien faire, on vous donnera encore plus de machines et vous n'aurez qu'à vous en prendre à vous-même ; — and it would be unfair to the other chaps —, et cela ne serait pas bien vis-à-vis de vos compagnons. »

Voilà un exemple typique de la position adoptée par l'ouvrier anglais et par les Trade-Unions. C'est ce qu'on appelle dans le métier « ca' canny » ; les fameuses coutumes du métier dont se prévaut la littérature trade-unioniste sont cela et d'autres choses du même genre.

Réaction déplorable mais inévitable logique contre l'attitude du patronat anglais en général, qui consiste dans une lutte déclarée pour le « bas salaire et les longues heures de travail ».

Il ne pouvait pas être question pendant la guerre de maintenir tout le système de limitations à la production péniblement échafaudé par les Trade-Unions ; le gouvernement supprima toutes les limitations à la production pour la durée de la guerre ; cette suppression est une des causes principales des convulsions ouvrières de l'Angleterre.

Au lieu de 8 h. à 10 h. de travail, on en fit 11 1/2 h. ; on travailla le samedi, même le dimanche ; on introduisit dans l'usine les « semi skilled » et les « unskilled » ; le gouvernement permit la rémunération du travail à la pièce, etc., etc.

C'est tout ce bouleversement qui amena la plupart des grèves et aussi le mépris de l'ouvrier pour les décisions des autorités trade-unionistes ; celles-ci furent contraintes d'accepter ce bouleversement d'usages péniblement acquis ; l'avènement de la puissance redoutable des « shop stewards » et enfin les révoltes ouvertes sous la direction de ces nouveaux potentats contre les autorités trade-unionistes sont des épisodes de ce bouleversement.

On partait donc le matin à 6 1/4 h. par tram ; on commençait à l'usine à 7 h. ; à 9 h. déjeuner anglais d'une demi-heure à une cantine construite par l'usine et dirigée par les ouvriers ; travail de 9 1/2 h. à 1 h. ; lunch chaud de 1 h. à 2 h. ; travail de 2 h. à 6 h. ; thé-souper de 6 h. à 6 1/2 h. ; enfin le travail de 6 1/2 h. à 8 1/2 h. du soir ; retour par tram en 3/4 d'heure ; sans autre perspective que d'aller vite au lit pour se lever le lendemain à 5 1/2 h. Notons qu'il faut toujours 5 minutes avant et après le travail avant de pouvoir dire qu'on est libre.

J'étais seul Belge dans cette usine du nord de Londres, ce qui d'ailleurs ne me déplaisait pas.

Je n'ai eu qu'à me louer de mes rapports avec mes camarades de travail, tous Anglais.

Je n'eus réellement à me plaindre que du sort qui nous était fait à tous : levé à 5 1/2 h. du matin pour aller se coucher à 9 1/2 h. harassé, sans avoir vu autre chose que l'usine ni entendu que le bruit, le grincement varié des machines.

Après un an et trois mois de ce régime, j'étais parvenu à un salaire de 1 shilling 1 penny à l'heure, ce qui faisait, pour une journée de 11 1/2 h., £ 3-17-5 par semaine.

Pour des raisons toutes personnelles, je décidai de changer de localité et d'aller au nord de l'Angleterre, en un endroit où nous serions moins isolés.

Il fallait donc changer d'usine et j'en fis part à la direction ; ce fut une grande surprise et l'on fit toutes les tentatives pour me retenir ; on m'offrit une augmentation immédiate de salaire ; plus tard on m'offrit par écrit une augmentation de 3 pence à l'heure si je voulais revenir. Ce qui aurait porté mon salaire à 1 sh. 4 d. à l'heure avec un bonus fixe de 12 %, soit environ £ 5 par semaine.

Donc j'allai m'engager comme régleur dans une importante usine belge de munitions, dans la localité où nous avions décidé de nous établir. Dans cette usine, une importante usine belge, qui était sortie de terre pendant la guerre, on faisait des obus de tout genre pour l'armée anglaise ; une fonderie de six convertisseurs Bessemer y était attenante. On y travaillait jour et nuit, en deux équipes de 11 heures ; les équipes faisaient 15 jours de travail de jour, 15 jours de travail de nuit, y compris le samedi et la nuit du samedi au dimanche et souvent le dimanche matin.

Je fus engagé comme régleur par le chef de service de la fabrication, mais on me mit dès le premier jour à un tour comme simple opérateur, et j'y serais resté, si je n'avais pas réclamé au chef de service qui m'avait engagé, et plus tard, par lettre, au directeur de l'usine ; on m'avait promis dès le début un salaire au moins aussi élevé que dans mon ancienne usine ; en fait, j'obtenais un salaire bien inférieur.

Outre un salaire fixe, le salaire minimum, imposé par le gouvernement anglais, on recevait une prime à la production, à peu près égale au salaire fixé ; c'était donc fatalement la course sans trêve, au plus grand nombre de pièces par jour.

Dans l'équipe où je travaillais comme opérateur, on tournait entre 300 et 400 ceintures de cuivre d'obus de 18 Lbs et ce travail exigeait, pendant onze heures, la plus grande vitesse et absorbait la dernière once d'énergie physique. Si un jour un équipier faisait quelques obus de plus, le lendemain le contremaître arrivait à l'équipe pour se plaindre au brigadier et à tout le monde : le fait pour un opérateur d'avoir réussi à faire 410 obus au lieu de 400 prouvait que l'équipe ne donnait pas ; dorénavant il exigeait 410 obus minimum de tous.

Enfin, après plusieurs semaines, ayant menacé de quitter l'usine, je devins brigadier de remonte. Je vis mon salaire augmenter de trois pence en trois semaines et je voyageai d'une équipe à l'autre pour remplacer les brigadiers régleurs absents ou aider ceux qui étaient surchargés.

Ainsi six mois se passèrent au régime de quinze jours de travail de jour et quinze jours de travail de nuit. Je tombai gravement malade ; puis je fis une convalescence de deux mois ; puis j'obtins admission à *l'outillage*.

C'était intéressant, j'étais au sanctuaire ouvrier de l'usine ; dans le saint des saints du socialisme syndicaliste belge.

D'ici partait le mot d'ordre des nombreuses grèves et menaces de grève, d'ici partaient les pourparlers toujours aigres avec la Direction. La Direction craignait l'« outillage », car elle en avait besoin ; il était tout-puissant et le savait bien ; il usait de sa puissance. Le contremaître de l'outillage ainsi que son principal lieutenant, deux ouvriers d'élite, étaient socialistes. La vie de l'outilleur était très supportable : on ne travaillait que le jour, à une allure qui n'était pas excessive et qui d'ailleurs ne peut pas l'être ; les salaires étaient ceux d'un bon régleur, avec beaucoup moins de tracas et de fatigue. J'entrai comme fraiseur, puis je passai à l'établi comme ajusteur ; vers la fin, je fus rectifieur.

Il va sans dire que toutes les faveurs et tous les avancements allaient aux camarades les plus socialistes ; un catholique affilié au syndicat socialiste recevait déjà moins ; et quant aux non-affiliés, ils étaient tolérés. Il va sans dire qu'étant connu ici comme avocat, je constituais une exception, un être à part. En somme, mon contremaître et mon brigadier ajusteur me tolérèrent avec une certaine bienveillance, et j'obtins graduellement droit de cité ; je n'eus d'ailleurs qu'à me louer de mes rapports avec mes camarades de travail.

L'outilleur est l'ouvrier le plus raffiné, la forte tête de l'usine métallurgique ; il a passé quelquefois par une école industrielle, surtout s'il est parmi les plus jeunes ; les plus vieux, mieux doués et plus courageux que leurs camarades, avaient lentement monté à cette position enviée ; l'outillage, c'est donc l'élite professionnelle.

Et l'ouvrier outilleur belge est d'une habileté manuelle consommée. Il ne détonne pas dans l'usine anglaise ; il y fait prime. En général il n'apporte pas à son travail le fini et le raffinement de l'ouvrier anglais, mais il est beaucoup plus rapide.

Et cela se comprend : le patron belge lui a mis toujours l'épée dans les reins, de sorte que la rapidité d'exécution est devenue une seconde nature, évidemment au détriment des finesses d'achèvement.

Il serait certes le premier ouvrier du monde, comparable à l'ouvrier américain, s'il avait plus de science technique ; mais comment acquérir cette science? Épuisé par dix ou onze heures de travail, il faut être doué d'un tempérament exceptionnellement robuste pour s'en aller après souper à une école du soir.

Ceux qui sont ainsi exceptionnellement doués ont l'occasion de devenir contremaîtres ou brigadiers.

Les autres se spécialisent et finissent leurs jours dans leur spécialité manuelle, sans autre horizon intellectuel et moral qu'un long travail monotone ; on travaille le plus longtemps possible pour gagner le plus possible ; on travaille le samedi après-midi ; on travaille le dimanche, si la chose est possible.

Je restai à l'outillage de cette usine jusqu'à l'armistice ; je quittai l'usine belge sans une larme, et m'engageai comme outilleur dans une usine anglaise d'automobiles de la même localité ; j'y restai trois mois jusqu'à mon retour en Belgique.

J'étais seul Belge dans ma première usine, dans la seconde il n'y avait que des Belges. Ici la Direction était anglaise ; le personnel ouvrier était en majorité anglais, mais il y avait des Belges dans tous les départements.

Et ce fut un grand soulagement de travailler dans des conditions plus normales, plus justes, plus cordiales ; quelle différence avec l'usine belge !

C'était, à peu de chose près, le régime de la première usine, sauf qu'à la fabrication on travaillait à la pièce. Naturellement les Belges y étaient fort appréciés ; et leur mentalité était à tous points de vue supérieure à celle que j'avais rencontrée dans l'usine belge, quoique les salaires fussent moins élevés.

En résumé, de cette expérience, quoique faite dans des conditions anormales, celle de l'industrie de guerre en pleine guerre, mais ayant révélé d'autant mieux les causes du malaise ouvrier, grâce à leur acuité, ressortent, me semble-t-il, certaines conclusions applicables au régime normal de l'industrie.

1. — D'abord, si le contrat de travail est restreint par une des parties contractantes à l'acceptation *sine qua non* d'un contrat draconien, et si cette partie a si bien arrangé ses cartes, que l'autre partie ne peut contracter avec le voisin, qu'aux mêmes conditions draconiennes, d'ailleurs généralement négatives, où donc est la liberté des contrats base du Code civil ?

Et peut-on faire grief à cette dernière partie d'arranger ses cartes de manière que ceux qui se trouvent dans son cas refusent tous de contracter ?

2. — Ensuite, si on loue une maison, une plante d'ornement, un cheval, de quelles précautions les parties et le Code n'entourent-ils pas sa préservation ? Et sa remise en état ? Et, le cas échéant, sa croissance ? Et les délais de congé ? Que sais-je ?

Et quoi, si la chose louée est un homme ? N'a-t-il pas le droit, lui, le contractant et l'objet du contrat, de crier plus fort que le propriétaire d'une chose ? D'être plus exigeant ? D'entourer sa personne de garanties légales et autres de préservation ?

Soyons donc sympathiques, quoique juristes civilistes, à ses plaintes ; avouons franchement que notre droit positif basé sur les principes individualistes du droit romain et de la révolution de 1789 n'est plus de saison ; observons les faits, afin de construire un régime de protection légale adéquat aux situations concrètes.

3. — Les longues heures de travail, voilà peut-être le plus grand ennemi de la classe ouvrière ; l'ennemi sournois qui mine lentement tout l'être de l'ouvrier, le corps sans doute, mais combien plus les facultés supérieures ! Quand l'ouvrier est assujetti à des onze heures de travail à l'usine, son horizon, bien vite, se limite à ce qui se passe à l'atelier, il ne lit même plus de journaux, ou, s'il les lit, c'est sans grand intérêt pour les événements sociaux ou politiques intérieurs ou extérieurs.

Les faits et gestes de la direction de l'usine, des contremaîtres, les disputes que son voisin a eues avec son contremaître, les mille et une petites frictions et vexations, voilà l'horizon politique et social. En dehors de l'usine, rien ou presque rien.

Il s'ensuit un état d'abrutissement de l'ouvrier, d'autant plus accentué :

1° que l'atmosphère de l'usine est plus énervante ; rien que le bruit perçant des machines a des effets néfastes ;

2° que le travail humain est plus automatique ;

3° que l'effort physique est plus grand.

Le samedi après-midi se passe à somnoler, au soleil, qu'on voit si rarement ; le dimanche matin à faire de même, le dimanche après-midi, à se promener un peu, et le lundi on travaille mal, parce qu'on est encore sous le coup de la réaction contre un état d'énervement et de fatigue excessifs ; oui ! il n'est que trop facile d'expliquer le chômage du lundi.

Supposez alors l'ouvrier en butte à des vexations diverses, à des dénis de justice, dont j'ai donné des exemples, et vous comprendrez qu'il existe un malaise révolutionnaire détruisant la possibilité de revendications ouvrières calmes et raisonnées.

Sans doute, depuis la fin de la guerre, nous ne voyons plus guère d'industries, où l'ouvrier travaille plus de huit heures. Ce chiffre doit être un maximum dans la vie économique normale.

Je souhaite une réduction ultérieure progressive des heures de travail.

Cette réduction dépendra :

1° de la substitution plus complète dans notre industrie de l'automate mécanique à l'automate humain ;

2° d'une réforme radicale préalable à cette substitution, celle des idées qui sont encore à la base de la formation technique et pratique de nos techniciens, et de nos ouvriers ; les premiers ignorent trop de la pratique, les seconds sont trop ignorants de la technique.

Même dans les industries d'extraction, mines, carrières, et grosse mécanique, la machine pourrait remplacer bien plus de travail humain ; l'abattage mécanique, la manutention mécanique, presque automatique, ne sont plus un rêve de roman ; et par le fait, le travail humain ainsi libéré, peut devenir moins brutal, plus éduqué.

Car il va de soi que l'introduction de machines perfectionnées exige la formation d'un personnel d'élite, sans doute à hauts salaires, mais beaucoup plus restreint.

Dans certaines industries ce personnel existe déjà et aussi le machinisme ultra-automatique ; par exemple, dans la mécanique de précision en grande série (usines Oméga, Ingersoll, Kodak), dans la petite mécanique (Bell telephone C^{ie}), dans l'automobile (usines Ford).

Aux usines Ford notamment, on le sait, la manutention mécanique automatique a presque entièrement supprimé l'autre.

Et puisque la machine automatique et un personnel presque formé, pour la conduire, existent déjà, la journée de 6 heures de travail que Sir Thomas More entrevit dans l'Ile d'Utopie n'est plus un rêve.

Déjà Lord Leverhulme a introduit à Port Sunlight, au banc d'épreuve, des équipes de six heures. Et croyons bien qu'avant de tenter cet essai, Lord Leverhulme a remué des chiffres.

Il expose ses idées et ses plans dans un livre remarquable plein de sens pratique et économique (¹). Mais l'application de ces principes ne peut être que progressive. Elle suppose un remaniement complet de l'outillage de certaines industries et la formation d'un personnel d'élite. Elle favoriserait, en Belgique, une évolution de l'industrie. Celle-ci, en effet, y est surtout représentée par l'industrie d'exploitation, la métallurgie et la grosse construction métallique, rails, ponts, charpentes, matériel roulant, etc. L'industrie de petite construction, celle où ces réformes industrielles, proposées par Leverhulme, sont surtout applicables, a, chez nous, un développement insignifiant.

L'industrie de l'automobile lutte péniblement contre l'étranger, faute d'appui sérieux.

Où fait-on en Belgique des tours automatiques ? et n'importe-t-on pas généralement les machines-outils de nos usines ? pourquoi ne les fait-on pas chez nous ?

Ils sont bien rares en Belgique, les constructeurs de petite mécanique. Quelles sont les firmes, montées pour construire en grande série machines à écrire, à calculer, machines à coudre, compteurs, horlogerie en série, instruments de précision pour le mécanicien et pour l'homme de science, tels que micromètres, microscopes, règles à calculer, règles graduées, balances et appareils de mesure, appareils d'optique, etc., etc. ?

Pour tous ces objets où le prix de la façon l'emporte sur celui des matériaux employés, nous sommes absolument tributaires de l'étranger. En ce moment où les matières premières sont d'un achat difficile, pourquoi ne pas nous lancer dans des industries qui en emploient peu, mais qui, en revanche, rendent productive une main-d'œuvre plus habile servie par un outillage mécanique plus perfectionné, à rendement intense ?

4. — La réduction des heures de travail ne supprimera pas les conflits entre directeurs et ouvriers, c'est évident, mais elle permettra d'éduquer l'ouvrier, de le tirer d'un état d'abrutissement si dangereux pour l'ordre social ; elle lui donnera le temps de recevoir une éducation intellectuelle et morale.

(¹) *The six Hours day* and other industrial questions, by Lord Leverhulme, with an introduction by Viscount Haldone of Cloan. George Allen, London.

Restera à organiser les relations entre patrons et ouvriers pour prévenir les conflits et les solutionner, si par malheur ils sont nés.

A cet effet, en Angleterre les comités industriels permanents mixtes de conciliation se sont organisés. Le gouvernement anglais fait en ce moment une campagne intense pour l'établissement de ces comités industriels dans les industries où le patronat est syndiqué et l'ouvrier groupé en Unions professionnelles.

Les syndicats patronaux et les Trade-Unions sont en Angleterre les organes naturels des intérêts rivaux qu'il s'agit de coordonner.

Aux deux parties en présence d'établir librement un comité national mixte permanent pour débattre toutes les questions relatives à leur coopération dans leur industrie.

A elles seules d'établir d'un commun accord la charte fondamentale ; cette charte sera ensuite entérinée par le gouvernement anglais. Les parties créeront de même librement des comités de district veillant à l'exécution des décisions prises par le comité national.

Et dans chaque usine il y aurait un Work's Committee, un comité permanent où la direction et les délégués ouvriers discuteraient ouvertement, d'égal à égal, *à des époques fixes*, tous les problèmes touchant à la production.

Aux industries où les parties ne sont pas encore organisées, le gouvernement anglais compte étendre le système des Trade Boards.

Les Trade Boards, on le sait, forment un système de bureaux locaux officiels ; ces bureaux fixent les minimums de salaires et les conditions de travail dans certaines industries où le « sweating system » fut appliqué de façon trop révoltante ; les décisions des Trade Boards ont forcé la loi ; le gouvernement veut créer de nouveaux Trade Boards et étendre le champ d'action des anciens.

Ici encore, on compte mettre en présence les deux antagonistes, mais cette fois sous la direction d'experts du Ministry of Labour.

Constatons que toute cette campagne n'est pas le résultat de théories qu'on essaye d'appliquer coûte que coûte. Il s'agit d'organismes qui de l'avis des meilleurs esprits du monde industriel anglais, tant patrons qu'ouvriers, doivent réconcilier le capitalisme et le travail pour le plus grand bien des deux parties.

Sur des Névroptères nouveaux ou critiques

PAR LE

R. P. LONGIN NAVAS, S. J.

DEUXIÈME SÉRIE (¹)

Tous les Névroptères de cette série appartiennent à la famille des Myrméléonides ; je les grouperai par ordre des tribus.

Tribu ACANTHACLISINI Nav.

14. **Paranthaclisis californica** sp. nov. (fig. 1).

Similis *Hageni* Banks. Minor.

Caput facie flava, pilis flavidis ; fronte fascia fusco-cinerea transversa pone antennas ; vertice flavo, lineis atris nitidis fere in ≡, linea anteriore tenuiore, posteriore crassa, media brevi ; occipite fuscescente ; oculis fuscis ; palpis flavis, articulo ultimo labialium in clavam elongatam, fulvo-ferrugineo, mucrone apicali brevi ; antennis duobus primis articulis flavis (ceteri desunt).

Thorax inferne fusco-ferrugineus, albo longiter denseque pilosus ; superne fuscus, flavido maculatus, pilis albis, rarioribus brevioribusque. Pronotum transversum, duabus maculis rotundatis punctiformibus ante sulcum transversum, duabus pone sulcum majoribus, magis externis, flavidis. Meso- et metanotum maculis flavidis notata.

(¹) Voir la première série dans ces ANNALES, 1920, p. 27.

Abdomen fusco-ferrugineum, albo breviter pilosum ; inferne linea media longitudinali fulva, superne margine postico anguste fulvo ; valvis subtriangularibus, fulvis, nigro pilosis (fig. 1).

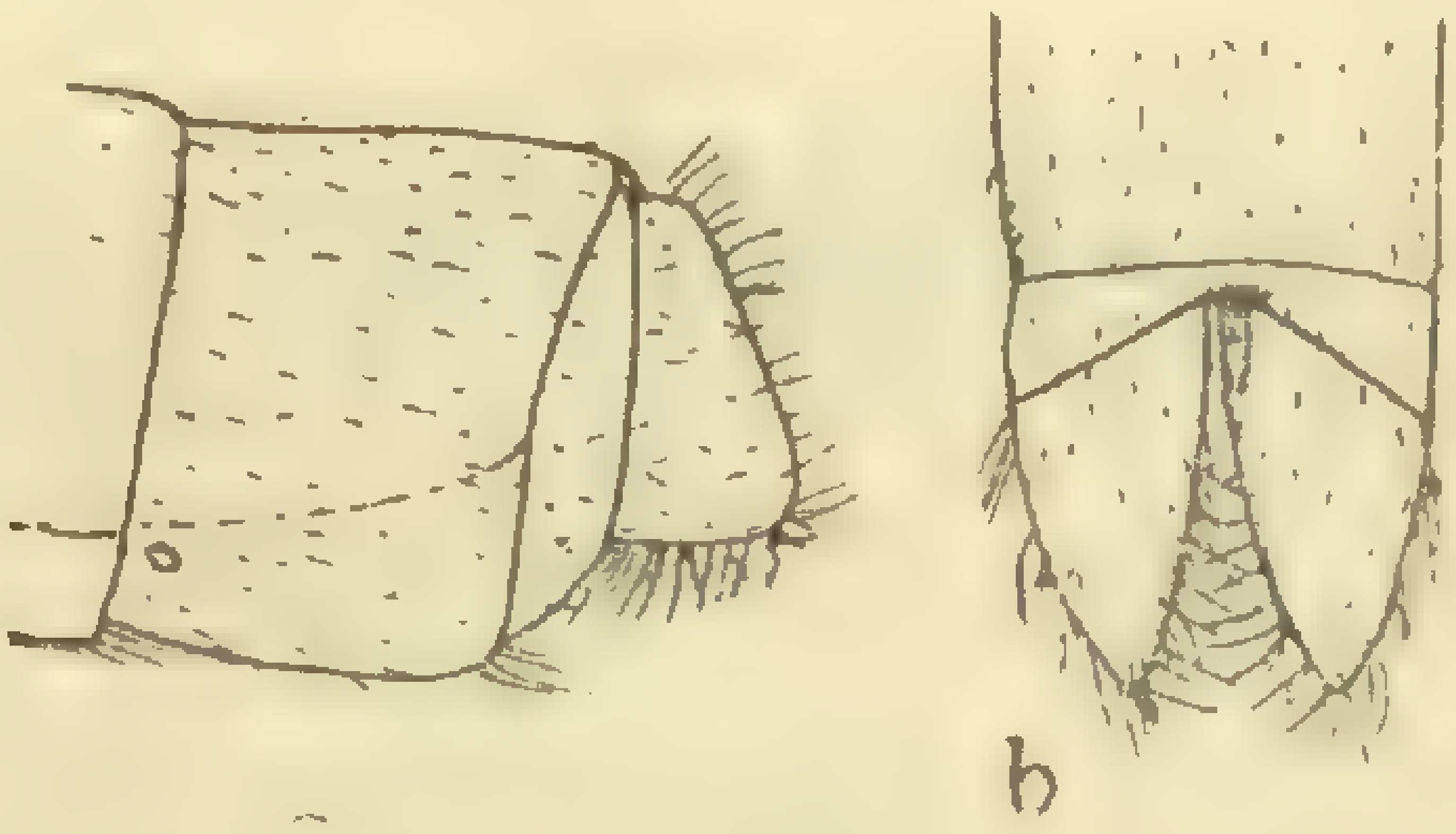


Fig. 1. — *Paranthaclisis californica* ♀ Nav.
Bout de l'abdomen : *a*, vu de côté ; *b*, vu par dessous (Mus. de Paris).

Pedes fusco-ferruginei, albo longiter pilosi, nigro setosi ; tibiis intermediis subtotis flavidis, posterioribus superne flavidis ; calcaribus testaceis, fere in angulum rectum flexis, parte basilari haud multum latiore apicali ; tarsis fuscis, fusco pilosis.

Alæ lanceolatæ acutæ, lineis plicatis anteriore et posteriore manifestis ; membrana hyalina ; reticulatione flavida, fusco striata ; stigmate flavido, interne fusco limitato.

Ala anterior area apicali fere 6 venulis gradatis fuscis ; area radiali 7 venulis internis ; sectore radii 10 ramis ; area cubitali interna fere 10 venulis, areola media divisa ; area postcubitali angusta, 3 venulis gradatis internis.

Ala posterior pallidior, subcosta, radio et cubito breviter fusco striatis ; procubito et postcubito flavidis ; area apicali angusta, uniareolata ; radiali fere 6 venulis internis ; sectore radii 8 ramis ; area cubitali interna angusta, 4-5 venulis.

Long. corp. ♀	28	mm.
— al. ant.	31	»
— — post.	28'5	»

Patrie. Basse-Californie : La Paz, L. Diguet, 1914 (Mus. Paris).

Tribu Myrmeleonini Banks

15. **Myrmeleon uniformis** sp. nov. (fig. 2).

Caput facie nigra, nitida, antice fulvo-flava ; palpis totis fulvo-flavis ; fronte macula triangulari grandi fusca inter antennas ;

vertice fornicato, sulco medio tenui, fusco, callis binis longitudinalibus mediis usque ad occiput et aliis duobus transversis elongatis nitidis fusco-nigris ; oculis in sicco fusco-cinereis, interne linea flava cinctis ; antennis nigris, haud sensibiliter annulatis, thorace brevioribus, clava mediocri, ad basim primi articuli semiannulo flavo.

Thorax fuscus, cinereo pilosus. Prothorax transversus, superne testaceo vage maculatus, pilis fuscis.

Abdomen totum fuscum, fulvo breviter pilosum, cercis superioribus ♂ valviformibus, transversis, deorsum lobulo brevi nigro, nigro piloso ; lamina subgenitali ♂ elongata, apicem abdominis subattingente, apice pilosa (fig. 2, *a*).

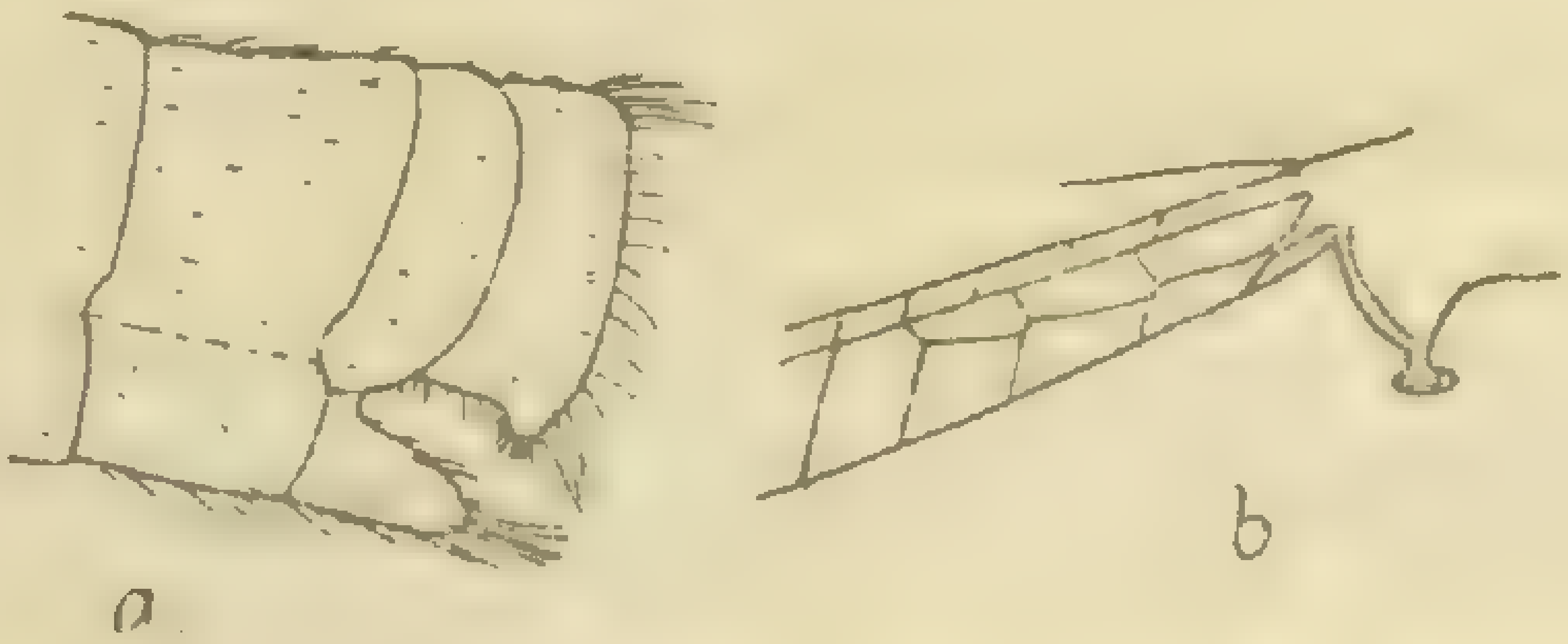


Fig. 2. — ***Myrmeleon uniformis*** ♂ Nav.
a. Bout de l'abdomen. — *b*. Axille de l'aile postérieure (Mus. de Paris).

Pedes flavidi, nigro setosi ; apice tibiarum et articulorum tarsorum anguste fusco ; femoribus mediis subtotis, posticis superne fuscis ; calcaribus subrectis, ferrugineis, primum tarsorum articulum æquantibus aut modice superantibus.

Alæ hyalinæ, acutæ, reticulatione subtota fusca, venis breviter fulvo striatis ; pilis fimbriisque fuscis ; stigmate albido, elliptico, costam haud attingente ; area costali lata ; serie venularum gradatarum 7-8 venulis.

Ala anterior area radiali 7 venulis internis ; sectore radii 11 ramis ; angulo cubiti fere 45°, ramo accessorio distincto, inter ipsum et ramum anteriorem cubiti initio 1, mox 2-3 serie areolarum ; area postcubitali ad basim fere 4 venulis gradatis.

Ala posterior area radiali 4 venulis internis ; sectore radii 14 ramis ; areis cubitali interna et postcubitali angustis, simplicibus ; pilula (fig. 2, *b*) testacea, lobulo basilari eam sustinente elongato.

Long. corp. ♂	28	mm.
— al. ant.	34'5	»
— — post.	33'5	»

Patrie. Mexique : État de Palisco, Huejotitan, 1700 m., L. Diguet, 1913 (Mus. de Paris).

16. **Myrmecælurus Vaillanti** sp. nov.

Flavus, fusco varius.

Caput macula inter antennas subquadrata, angulis productis, puncto utrimque in vertice anteriore et posteriore et alio medio in occipite, fuscis ; palpis maxillaribus ad articulationes et articulo ultimo subtoto, fuscis ; labialibus articulo ultimo toto nigro, nitido, basi excepta ; antennis fuscis fulvo anguste annulatis ; clava inferne fulva.

Thorax superne fusco trilineatus, inferne fusco striatus. Prothorax latior quam longior, linea media dorsali integra, lateralibus a sulco anteriore et paulo amplius. Meso- et metanotum linea media interrupta.

Abdomen inferne subtotum fuscum, superne flavum, tribus lineis longitudinalibus fuscis ; penicillis ♂ sexti segmenti crassioribus, pilis fuscis, flavis mistis, septimi segmenti tenuibus, longis, flavis ; cercis superioribus longiusculis, cylindricis, pilis fuscis.

Pedes flavi, flavo pilosi, nigro setosi, femoribus superne fusco striatis ; tibiis apice vix fuscatis ; calcaribus testaceis, anterioribus primum tarsorum articulum parum excedentibus, posterioribus subæquantibus ; apice articulorum tarsorum fusco.

Alæ hyalinæ ; reticulatione flava, fusco striata ; venulis plerisque ad insertionem in venas et furculis marginalibus ad axillas anguste fusco limbatis ; stigmate flavo, interne haud fusco limitato, nisi ad confluentiam subcostæ et radii ; lineis plicatis anteriore et posteriore manifestis.

Ala anterior area apicali fere 5 venulis gradatis fuscis fuscoque limbatis ; area radiali fere 6 venulis internis ; sectore radii 10 ramis.

Ala posterior pallidior, venulis plerisque discalibus haud fusco limbatis ; area apicali sine venulis gradatis, radiali 3-5 venulis internis ; sectore radii fere 9 venulis.

	♂	♀
Long. corp.	25'5 mm.	23 mm.
— al. ant.	24'2 »	25'5 »
— — post.	22 »	23 »

Patrie. Asie : Kachgarie, Koutchar, Dr. L. Vaillant, 1909 (Mus. de Paris).

17. **Dicholeon** gen. nov.

Étym. Du grec δίχα double ; allusion à la double rangée de veinules en gradins à l'aile antérieure.

Similis *Neleoni* Nav.

Caput antennis gracilibus, clava parum incrassata, insertione distantes, plus diametro primi articuli.

Prothorax transversus.

Abdomen alis brevius, in ♂ cercis superioribus haud exertis, valviformibus, lamina subgenitali manifesta.

Pedes mediocres. Tibiæ anteriores suis femoribus breviores. Calcaria fere longitudinis primi articuli tarsorum, parum arcuata. Tarsi articulis 1 et 5 longis, intermediis brevibus, quinto longiore primo.

Alæ acutæ, linea plicata nulla ; reticulatione densa ; areolis plerumque rectangularibus ; area apicali saltem una serie venularum gradatarum instructa ; area radiali pluribus venulis internis seu citra ortum sectoris radii ; ramo cubiti aperto ; ramo accessorio cubiti parallelo ejusdem ramo anteriori, inter ipsum et marginem posteriorem pluribus areolis.

Ala anterior area costali prope stigma dilatata, serie venularum gradatarum partim instructa ; area apicali duplici serie venularum gradatarum ; areis cubitali et postcubitali internis simplicibus.

Ala posterior sine pilula axillari in ♂.

Il est très semblable au genre *Neleon* Nav. Il s'en écarte par la faiblesse des antennes, le champ costal de l'aile antérieure en partie biaréolé, etc.

Le type est l'espèce suivante.

18. **Dicholeon nigritarsis** sp. nov.

Caput latum, atrum, epistomate, labro et parte inferiore fulvo-ferrugineis ; oculis fulvo-æneis, nitentibus ; palpis fulvis, ultimo articulo labialium parum inflato, fusco ; antennis gracilibus, thorace longioribus, clava vix manifesta, fulvis, secundo articulo nigro, nitido, decimo fusco.

Thorax ferrugineo-fulvus, pilis fuscis. Prothorax capite conspicue angustior, vix latior quam longior, in prozona leviter angustatus.

Abdomen cylindricum, ferrugineo-fulvum, pilis fulvis tenuibus, atomo tenuissimo fusco insertis ; cercis superioribus ♂ in modum valvæ ; lamina subgenitali triangulari-acuta, distincta, prominente, sed abdominis apicem haud attingente.

Pedes flavo-fulvi, nigro setosi ; tibiis basi et apice anguste nigris ; calcaribus subrectis, fulvis, primum tarsorum articulum æquantibus vel vix excedentibus ; tarsis atris, nitidis, primo articulo anteriorum pallido ; unguibus testaceis.

Alæ vitreæ, irideæ, acutæ ; reticulatione tota fulva ; pilis fimbriisque fuscis, brevibus; stigmate albo, orbiculari, in medio areæ nec costam nec subcostam tangente, propiore huic, in ala posteriore minuto, punctiformi.

Ala anterior area costali sensim leviterque usque ad stigma dilatata, aliquot venulis gradatis (4-7) citra stigma ; area radiali 7-9 venulis internis ; sectore radii 14 ramis ; angulo axillari leviter prominente, late rotundato.

Ala posterior angustior, lanceolata ; area radiali fere 6 venulis internis ; sectore radii 14 ramis.

Long. corp. ♂	17 mm.
— al. ant.	30 »
— — post.	26 »

Patrie. Amérique méridionale, Haut Amazonas : Yepisca, Rio Maranon, 13-25 juin 1913. Un échantillon dans ma collection, obtenu de la maison Rosenberg, de Londres.

19. **Belluga** gen. nov.

Caput antennis insertione haud proximis ; palpis labialibus articulo ultimo fusiformi.

Prothorax subæque latus ac longus, vel latior quam longior.

Abdomen ♀ cylindricum, ala posteriore brevius, stylis octavi sterniti cylindricis, patentibus.

Pedes mediocres, calcaribus articulo primo tarsorum haud longioribus ; tarsis articulo primo longiore secundo, intermediis brevibus, quinto longiore primo.

Alæ reticulatione densa, linea plicata anteriore manifesta ; area apicali serie venularum gradatarum instructa ; ramo cubiti aperto, seu oblique in marginem posteriorem tendente ; area radiali aliquot venulis internis ; sectore radii citra divisionem cubiti orto.

Ala anterior area costali subtota biareolata, vel partim triareolata ; area radiali aliquot areolis divisis citra sectorem radii ; areis cubitali interna et postcubitali partim biareolatis.

Ala posterior area costali citra stigma partim biareolata ; postcubito ramo obliquo cubiti partim parallelo ; area postcubitali simplice.

Le type est l'espèce suivante.

20. **Belluga implexa** sp. nov. (fig. 3).

Fulva, fusco varia.

Caput fulvum, macula grandi, lata, subquadrata, ante antennas, fascia transversa subtraperroidali pone antennas, punctis in vertice et occipite, fuscis ; palpis fulvo-pallidis, ultimo articulo maxillarium fusco, cylindrico, ultimo labialium fusiformi, subtoto fusco, nitido, interne pallido ; antennis duobus primis articulis fulvis (ceteri desunt), fusco notatis.

Thorax fulvus, albo pilosus ; inferne striis longitudinalibus fuscis, superne striis parum definitis.

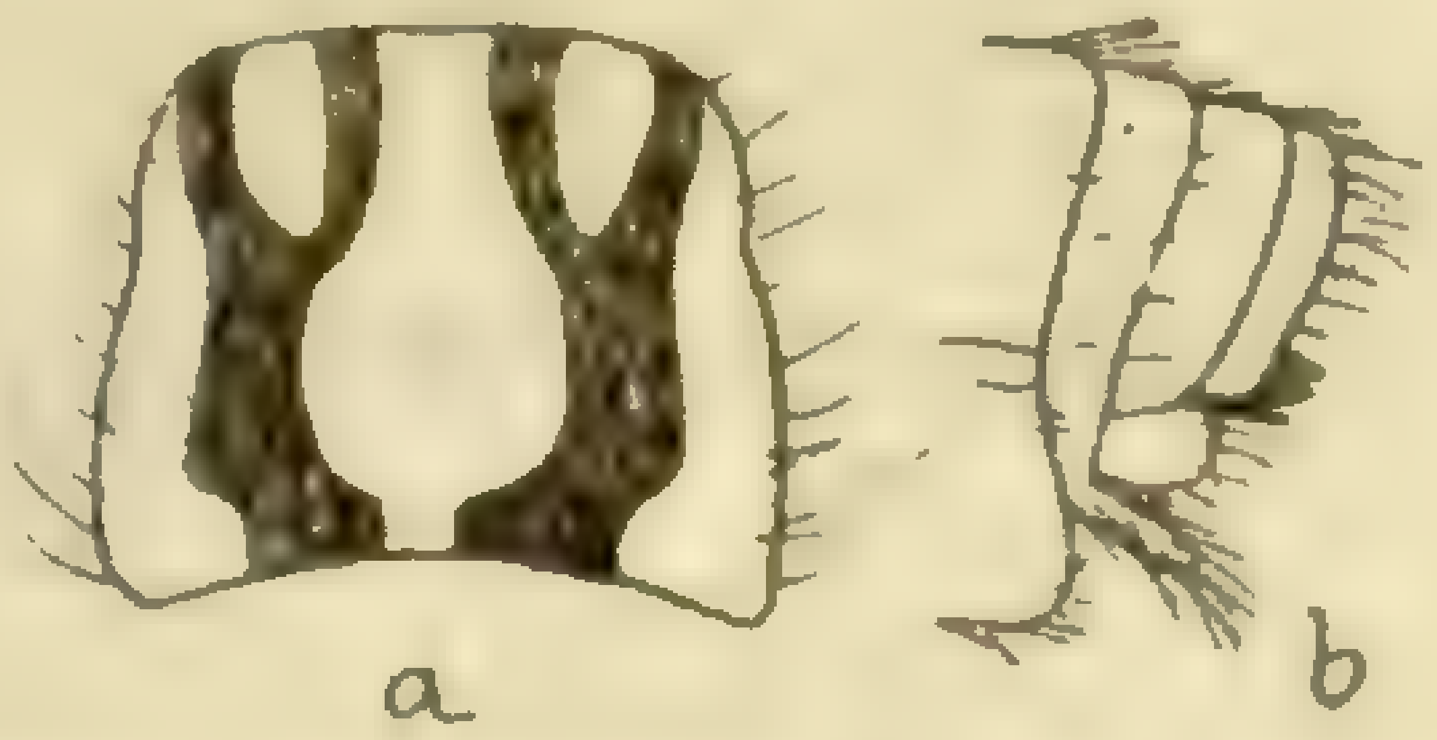


Fig. 3. — *Belluga implexa* ♀ Nav. *a*. Prothorax *b*. Bout de l'abdomen, vu de côté (Mus. de Paris).

Prothorax (fig. 3, *a*) vix latior quam longior, inferne fulvoflavus, superne duabus striis longitudinalibus fuscis, antice furcatis ; pilis supernis fuscis, lateralibus albis.

Abdomen fuscum, pilis albidis ; superne fascia media longitudinali fulva, ad segmentorum apicem interrupta ; spinis valvarum nigris ; stylis octavi sterniti ♀ cylindricis, brevibus, fusco longiter pilosis (fig. 3, *b*).

Pedes fulvi, fusco punctati et setosi ; apice tibiarum et articulorum tarsorum fusco ; calcaribus testaceis, anterioribus primum tarsorum articulum vix superantibus, posterioribus haud æquantibus.

Alæ hyalinæ, irideæ, acutæ ; stigmate pallido, parum distincto ; reticulatione densa, fusca, pallido varia.

Ala anterior area costali paucissimis areolis in tres divisis; stigmate interne fusco limitato; aliquot venulis radialibus; procubitalibus et ad anastomosim rami obliqui cubiti anguste fusco limbatis, vix strias formantibus vel quasi atomis minutis alam respergentibus; area radiali 5-6 venulis internis, aliquot areolis citra ortum sectoris divisis; sectore radii 12 ramis.

Ala posterior multo pallidior, vix ullis venulis fusco limbatis; area costali 11-13 venulis gradatis; 3 venulis radialibus internis; sectore radii fere 12 ramis; area cubitali interna angusta, simplice.

Long. corp. ♀ 24'5 mm.
— al. ant. 25 »
— — post. 22 »

Patrie. Basse Californie : La Paz, L. Diguet, 1914 (Mus. de Paris).

Tribu Neuroleini Nav.

21. **Elicura** Nav. Rev. Chil. de Historia Natural, 1911, vol. XV, p. 126.

Je tiens à rétablir ce genre de Myrméléonides supprimé à tort.

En effet, Banks dans Trans. Amer. Entom. Soc., 1913, vol. XXXIX, p. 227, écrit simplement : « *Calinemurus* Banks. — Elicura Navas agrees with this genus » ; et dans la clé dichotomique qui précède ces lignes le genre Elicura est omis et à sa place substitué le *Calinemurus*.

Or, le genre *Calinemurus* (Canad. Entom., 1898., p. 70) étant beaucoup antérieur à *Elicura*, il est évident qu'il devait prévaloir si les caractères de l'un et de l'autre coïncidaient.

Ayant tâché en vain d'obtenir la caractéristique du Calinemurus en m'adressant à son auteur M. Banks, mon correspondant, j'ai corrigé mon nom générique dans un écrit postérieur, écrivant *Calinemurus litigator* Nav. (Bol. Soc. Arag. Scienc. Nat., 1918, p. 219) au lieu d'*Elicura litigator* Nav., type du genre, et j'ai décrit une nouvelle espèce du même genre sous le nom de *Calinemurus marganus* (Bol. Soc. Arag. Scienc. Nat. 1918, p. 219).

Mes doutes pourtant subsistaient, mais ils se sont évanouis entièrement lorsque j'ai reçu la description originale du genre

Calinemurus Banks, transcrite du Canadian Entomologist par M. Charles P. S. Bethune, que je remercie ici vivement.

De la comparaison des deux descriptions résulte évidemment la différence des deux genres et, par conséquent, la validité de mon genre *Elicura*.

Voici les différences les plus remarquables :

Antennes. Chez le *Calinemurus* longues : « antennae about as long as head and thorax ». Chez l'*Elicura* courtes : « antennæ thoraci longitudine subæquales aut paulo breviores ».

Abdomen : « male appendages long and slender ». Il n'y a rien de semblable chez l'*Elicura* ; les cerci supérieurs ne sont pas proéminents ; dans la caractéristique on dit : « abdomen alis multo brevius », sans faire mention des cerci du ♂, et pour la description de l'espèce typique j'ai eu sous les yeux les deux sexes.

Éperons : « spurs as long as first joint ». Par contre « calcaria metatarsum superantia ». Les antérieurs sont encore plus longs.

Aile antérieure. « Two series of costals (on sous-entend « cells ») nearly to base of fore wings. » « Ala anterior area costali triareolata. »

Il est vrai que dans la clé dichotomique ci-dessus mentionnée Banks écrit pour le *Calinemurus* : « Three series of cells in forewing for part way, and two in hind-wings ». Mais je crois ce procédé illégitime, étant déjà établi le genre *Calinemurus* taxativement avec deux rangées d'aréoles au champ costal de l'aile antérieure.

Mais si on voulait admettre ce caractère, on ne pourrait pourtant identifier le *Calinemurus* avec l'*Elicura* à cause des longs cerci du ♂ et des deux autres différences des deux genres.

Il reste donc valide, le genre *Elicura* Nav. Ainsi on dira :

Elicura litigator Nav.

Elicura marganus Nav. Les deux espèces sont du Chili. Le *Calinemurus* Banks est de l'Amérique du Nord.

22. **Clathroneuria exigua** sp. nov.

Caput fulvum ; macula grandi frontali inter antennas et striis transversis maculisque in vertice, fuscis ; oculis fuscis ; palpis fulvis, articulo ultimo labialium fusiformi, acuto, externe fusconigro, nitido ; antennis primo articulo fulvo, secundo fusco annulato (ceteri in typo desunt).

Thorax fulvus, fusco longitudinaliter striatus. Prothorax paulo longior quam latior, antrorsum vix angustatus ; inferne totus fulvus, superne duabus lineis longitudinalibus irregularibus fuscis ; pilis lateralibus albis.

Abdomen fulvum, fulvo-albo pilosum, plerisque segmentis inferne et lateraliter duabus fasciis transversis fuscis, superne apice fuscis ; cercis ♂ longiusculis, fere ut duo segmenta præcedentia, cylindricis, leviter arcuatis, fulvis, fusco pilosis.

Pedes fulvo-albi, fusco punctati, duobus primis albo, tertio, nigro longiter setosis ; apice tibiarum et articulorum tarsorum fusco ; calcaribus primum tarsorum articulum subæquantibus, testaceis.

Alæ acutæ, hyalinæ, irideæ, reticulatione albida, fusco striata ; stigmate albido, parum sensibili ; area apicali angusta.

Ala anterior area apicali aliquot venulis gradatis, radiali 2-3 venulis internis ; sectore radii 7 ramis ; stigmate interne fusco limitato ; aliquot venulis fuscis fuscoque limbatis, præcipue sequentibus : 4-5 radialibus externis, 7 procubitalibus, ultima cum serie externa venularum gradatarum striam obliquam formante continuata ; striola marginali ad anastomosim rami obliqui cubiti ; axillis item furcularum marginalium.

Ala posterior multo pallidior, venulis plerisque albidis, nullis limbatis ; area apicali sine venulis gradatis ; area radiali 2 venulis internis ; sectore radii 5 ramis ; area postcubitali angusta, simplice, 5 venulis.

Long. corp. ♂	18	mm.
— al. ant.	12'	»
— — post.	11'4	»
— cerc.	1'9	»

Patrie : Basse Californie : La Paz, L. Diguet, 1914 (Mus. de Paris).

23. **Hesperoleon Digueti** Nav. *Brachynemurus Digueti*, Navás, Broteria, 1912, p. 50, f. 10 ♀.

Le type étant ♀, décrit avant la division du genre *Brachynemurus*, il vaudra mieux donner la description complète du ♂ que j'ai vu récemment.

♂. Caput fulvum, labro, flavido, nitido ; puncto medio ante antennas et alio laterali ad antennarum basim, puncto medio in vertice et striola laterali transversa, similibus striolis in occipite, fuscis ; pilis albidis ; oculis fuscis ; palpis fuscis, labialium articulo ultimo fusiformi, inflato, apice acuto, externe nigro, nitido ; antennis fulvis, apicem versus fuscescentibus, clava parum dilatata.

Thorax fulvus, albido pilosus. Prothorax paulo longior quam latior antice, inferne ad margines laterales fuscus, superne stria bina longitudinali media integra, alia inter ipsam et marginem lateralem, sulcum anticum parum excedente, hac laterali apice anteriore nigro. Meso- et metanotum stria longitudinali media bina et alia laterali, fuscis. Pectus fuscum, fulvo varium.

Abdomen fulvum, albido breviter pilosum, stria longitudinali inferna et lata, supernis media et laterali angustis ; segmentis 7-10 subtotis fuscis ; cercis superioribus ♂ (fig. 4, a) brevibus, nono segmento duplo brevioribus, cylindricis, declivibus, fuscis fuscoque pilosis.

Pedes fulvi, fusco punctati, nigro setosi, apice tibiarum et articulorum tarsorum fusco-nigro ; calcaribus testaceis, anterioribus duos primos tarsorum articulos excedentibus, posterioribus haud æquantibus.

Alæ hyalinæ, irideæ, acutæ ; stigmate albido, interne fusco limitato ; area apicali serie venularum gradatarum instructa ; reticulatione fusca striata.

Ala anterior aliquot venulis fusco limbatis : 5-7 in area radiali externa, 6-7 in procubitali aliis in disco striam anteapicalem obliquam angustam formantibus ; alia striola parum sensibili ad anastomosim rami obliqui cubiti ; linea plicata anteriore et posteriore distinctis ; area radiati 4 venulis internis ; sectore radii 11 ramis ; area cubitali interna ad medium biareolata, postcubitali in tertio basilari.

Ala posterior pallidior, nullis venulis limbatis ; linea plicata anteriore manifesta, posteriore obsoleta ; area radiali 3 venulis internis ; sectore radii 9 ramis ; area cubitali angusta, postcubitali ad medium lata, simplice.

Long. corp. ♂	35'5	mm.
— al. ant.	23'5	»
— — post.	21'3	»
— cerc.	1'5	»

Patrie. Basse Californie : La Paz, L. Diguet, 1914 (Mus. de Paris).

24. **Hesperoleon planus** sp. nov. (fig. 4).

Caput fulvum, antice flavum, macula grandi fusca ante, inter et pone antennas ; vertice et postice linea transversa nigra maculari ; pilis albidis ; oculis fuscis ; palpis flavidis, ultimo articulo piceo, nitido ; antennis fortibus, ferrugineis, ad latera articulorum fuscis, clava elongata, inferne flavescente.

Thorax fulvus, fusco abunde varius, vel potius inferne subtotus fuscus, superne fuscus, in pronoto quinquies, in meso- et metanoto ter longitudinaliter fulvo lineatas. Prothorax paulo longior quam latior, pilis albis.

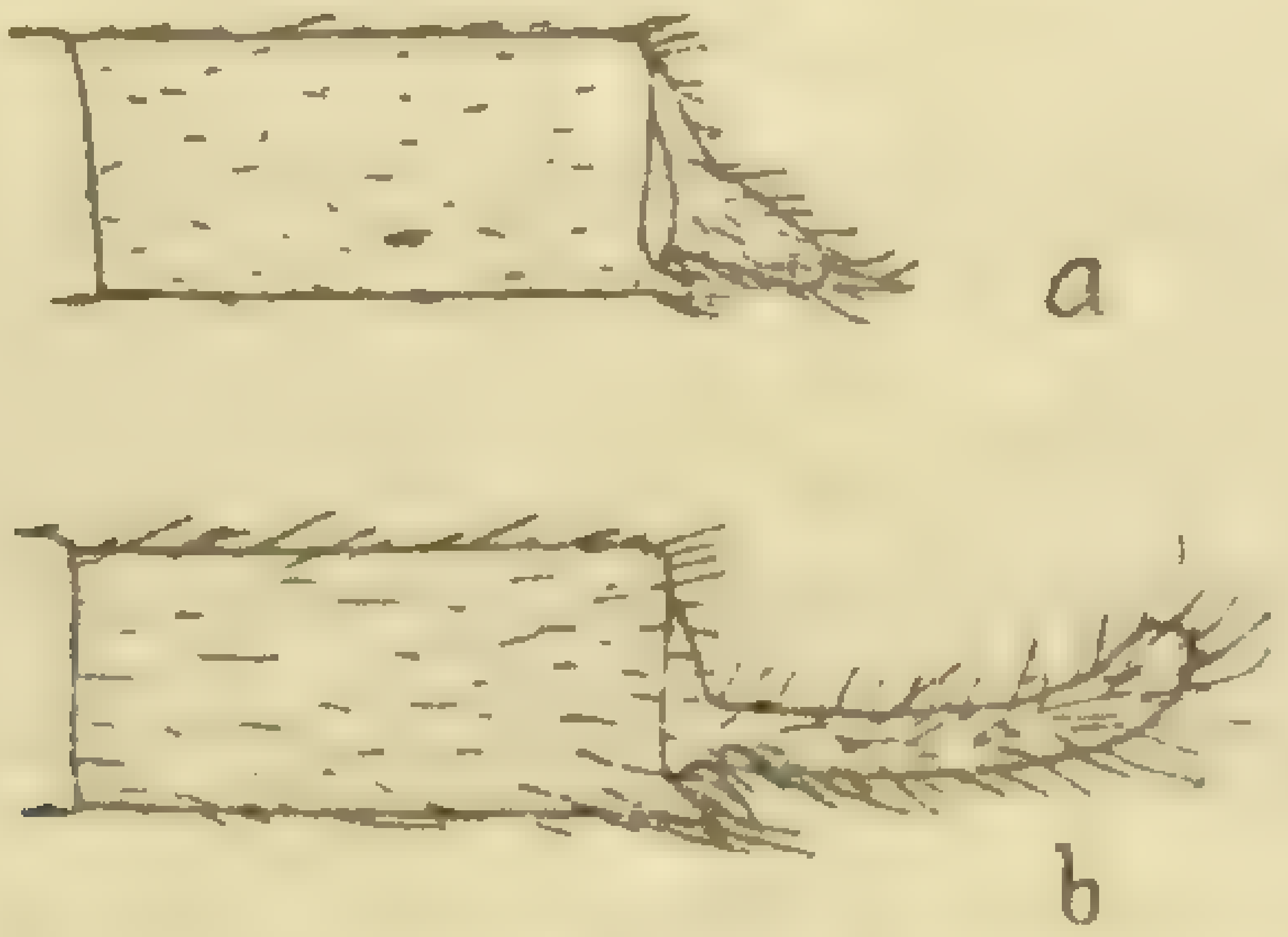


Fig. 4. — Bout de l'abdomen ♂. *a. Hesperoleon Digueti* Nav. *b. Hesperoleon planus* Nav. (Mus. de Paris).

Abdomen (fig. 4, *b*) inferne totum fuscum, pilis albis, inferne fulvum, linea media longitudinali integra, alia laterali interrupta, fuscis ; cercis ♂ cylindricis, subfuscis, modice arcuatis, nono segmento parum brevioribus, pilis fuscis.

Pedes fulvo-flavi, fusco punctati, nigro setosi, apice tibiarum et articulorum tarsorum fusco ; calcaribus testaceis, anterioribus primum tarsorum articulum superantibus, posterioribus haud vel vix æquantibus.

Alæ hyalinæ, irideæ, acutæ ; area apicali serie venularum gradatarum instructa ; reticulatione subtota fusca, albido varia ; stigmate albido, interne fusco limitato, parum sensibiliter in ala posteriore ; linea plicata anteriore parum manifesta.

Ala anterior area radiali 3-4 venulis radialibus internis; sectore radii 10 ramis ; area cubitali interna ad medium biareolata, postcubitali ad tertium basilare ; linea plicata posteriore subobsoleta ; paucis venulis fusco limbatis : 3-4 radialibus externis, 3-4 procubitalibus ; stria obliqua rhegmatica parum sensibili, alia brevi angustaque ad anastomosim rami obliqui cubiti.

Ala posterior nullis venulis limbatis ; 2 radialibus internis ; sectore radii 10 ramis ; area cubitali interna angusta, fere 6 venulis citra ortum sectoris ; lineis plicatis subobsoletis.

Long.	corp. ♂	35	mm.
—	al. ant.	21'4	»
—	— post.	19	»
—	cerc.	2'4	»

Patrie. Basse Californie : La Paz, L. Diguet, 1914 (Mus. de Paris).

25. **Formicaleo Serrei** sp. nov.

Similis *bipunctato* Nav., minor.

Caput inferne flavidum, superne vertice et occipite fuscis, punctis nigris in series transversas ; antice flavidum, macula grandi inter et ante antennas picea ; oculis æneis ; palpis flavidis, articulo ultimo subtoto piceo, nitido.

Thorax subtotus fuscus, cinereo pilosus. Prothorax latior quam longior, marginibus subparallelis ; inferne fulvus, superne fuscus, fulvo vage striatus ; angulis anterioribus rotundatis, fulvis. Mesonotum margine posteriore fulvo.

Abdomen fuscum, macula dorsali media ad singula segmenta et apice, fulvis ; pilis fulvo-albidis, brevibus.

Pedes straminei, albo pilosi, fusco setosi ; femoribus anterioribus subtotis, basi excepta, mediis et posterioribus apice, fuscis ; apice tibiarum et articulorum tarsorum nigro ; calcaribus testaceis, anterioribus tres primos tarsorum articulos superantibus, posterioribus vix attingentibus.

Alæ hyalinæ, irideæ, basi angustæ, usque ad quartum apicale sensim dilatatæ ; apice acutæ ; area apicali serie venularum gradatarum dotata; stigmate albido, parum sensibili, interne haud fusco limitato ; linea plicata nulla ; reticulatione fusca, albo-fulvo varia.

Ala anterior area radiali 7 venulis internis ; sectore radii 8 ramis; aliquot venulis discalibus ultra rhegma angustissime fusco limbatis, haud series formantibus ; striola brevissima ex duabus venulis ad rhegma ; area cubitali interna et postcubitali angustis, simplicibus.

Ala posterior nullis venulis limbatis ; una venula radiali interna ; sectore radii 8 ramis.

Long. corp. ♂	17 mm.
— al. ant.	22 »
— — post.	22 »

Patrie. Amérique : La Trinité, P. Serre, 1914 (Mus. de Paris).

Tribu Dendroleini Nav.

26. **Glenurus discors** sp. nov. (fig. 5).

Caput fusco-ferrugineum, macula fusca in fronte inter antennas; ore ferrugineo ; palpis testaceo-ferrugineis, ultimo articulo labialium fusco, acuto ; oculis æneis, nitidis ; antennis basi fulvo-ferrugineis (apex deest).

Thorax totus fusco-ferrugineus, griseo pilosus. Prothorax longior quam latior, antrorsum angustatus, disco linea pallidiore longitudinali antice obsoleta, postice vix sensibili ; aliquot pilis fuscis.

Abdomen fuscum, griseo breviter pilosum ; segmentis 3-6 basi seu in tertio basilari ferrugineo-testaceis.

Pedes graciles, fulvi, fusco setosi ; tibiis I et II ante medium et apice fuscatis ; calcaribus fulvis, rectis, apice arcuatis, duos primos tarsorum articulos æquantibus ; ultimo articulo tarsorum primi et secundi apice fusco ; unguibus testaceis.

Alæ hyalinæ, irideæ, longitudine et latitudine subæquales, apice subacutæ ; reticulatione subtota fusca, venis subcosta, radio et cubito alternatim fusco et fulvo striatis ; venulis plerumque fuscis, in tertio apicali extra maculas fulvis ; stigmate pallido (fig. 5).

Ala anterior atomo fusco ad costam citra stigma, aliis in area apicali et pone radium ; puncto rhegmatico inter cubitos, umbra ferruginea in apice et fascia antemarginali margini externo parallela (stria fusca ad anastomosim rami obliqui cubiti ? hæc alæ pars deest in typo) ; area apicali serie venularum gradatarum fuscarum fuscoque limbatarum.

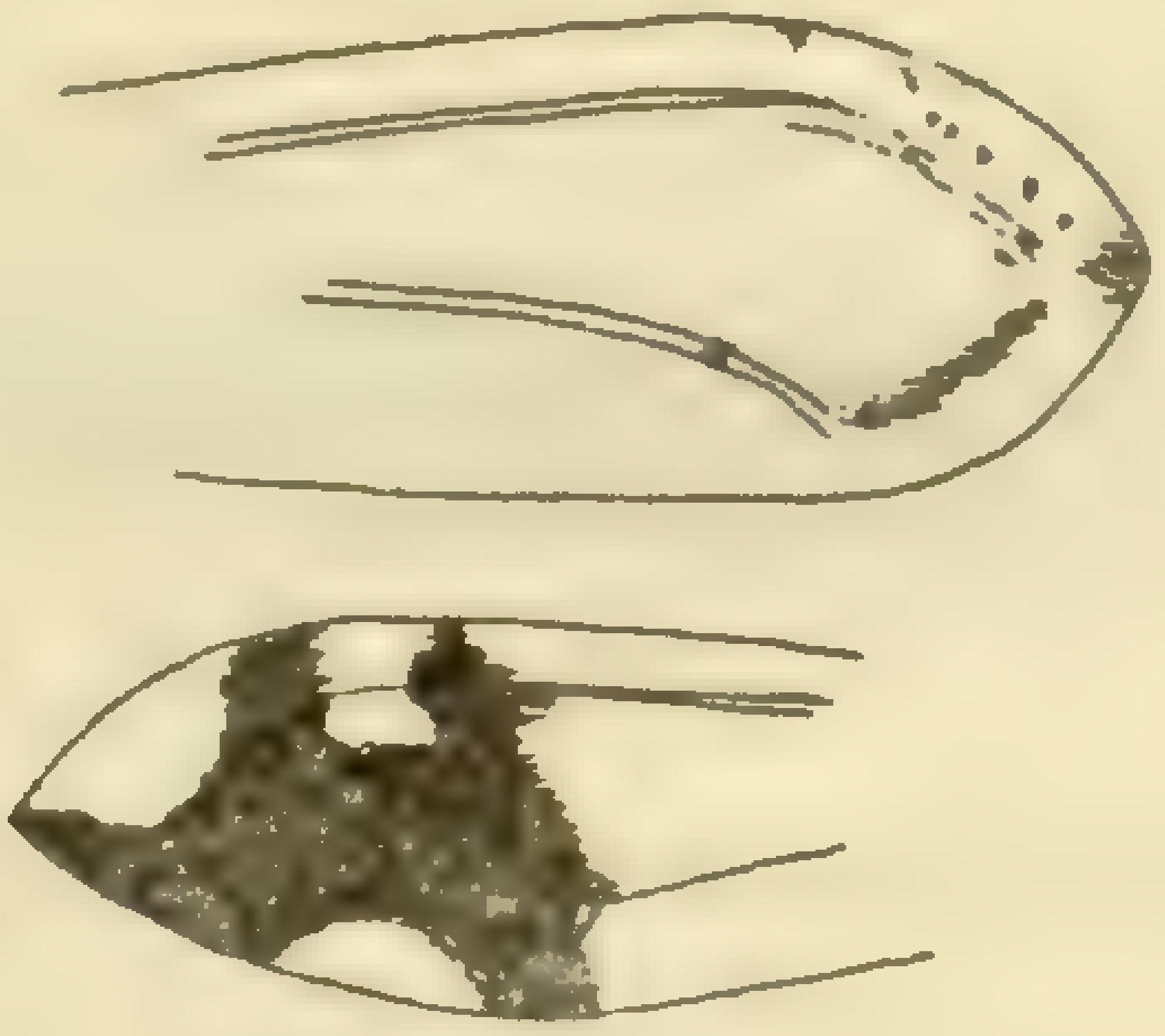


Fig. 5. — *Glenurus discors* ♂ Nav.
Bout des ailes (schématique) (Musée de Paris).

Ala posterior paulo angustior, acutior breviorque, venulis plerisque fulvis, membrana haud lacteata ; fascia apicali fusca in tertio apicali fere in modum H, fascia media longe crassiore, cum extensione posteriore usque ad alæ apicem.

Long. corp. ♂	26 mm.
— al. ant.	32 »
— — post.	31 »

Patrie. Amérique : La Trinité, P. Serre, 1916 (Mus. de Paris).

Il est semblable au *Gl. heteropteryx* Gerst., mais différent par la taille plus petite, la couleur générale plus pâle, mais plus uniforme, les ailes moins aigües, leur membrane pas de teinte blanchâtre ou laiteuse, ni rendue opaque à son tiers apical ; l'aile postérieure n'est pas plus longue que l'antérieure, mais plutôt plus courte ; l'antérieure est moins tachetée que chez *heteropteryx*, la tache rhegmatique presque limitée entre les cubiti.

Saragosse, 29 février 1920.

Essai pour l'établissement du régime normal de l'enfant en bas âge

PAR

M. le Docteur VAN YSENDYCK

Le régime des enfants en bas âge était, jusqu'à ces dernières années, mis au rang des connaissances empiriques. Certes, on avait déterminé par l'expérience bon nombre de ses données ; mais on ne s'était pas rendu compte de la valeur des aliments qu'on donnait, pas plus que des précautions à prendre pour les administrer, si l'on veut que l'enfant y adapte ses organes digestifs et en fasse par après un profit utile. Ce sont ces connaissances que je vais m'efforcer de fixer en m'appuyant d'une part sur le calcul calorimétrique et, d'autre part, sur les notions acquises par l'expérience sur les facultés d'adaptation des appareils digestifs de l'enfant vis-à-vis des divers aliments.

Qui dit régime dit ration, qui dit ration dit tenir compte : 1° de la capacité volumétrique de l'estomac ;

2° des facultés digestives des organes destinés à les transformer et à les assimiler ;

3° de la valeur calorimétrique des aliments donnés, vis-à-vis des besoins de l'organisme qui les réclame — en tenant compte, bien entendu, de ce que ces organes qui vont attaquer ces aliments, tolérants pour ces aliments et s'y sont adaptés.

C'est la corroboration simultanée de ces trois données, dans le régime des enfants en bas âge normalement constitués, que je vais m'efforcer d'exposer.

Mais, avant d'aborder le fond du sujet, il importe de faire trois remarques.

1° En ce qui regarde la capacité gastrique, il est clair que la masse de l'aliment ne pourra en aucun cas dépasser celle-là; bien plus, qu'il sera de bonne technique de ne jamais l'atteindre, tout en s'en approchant sensiblement et d'augmenter progressivement les volumes des prises d'après les chiffres reconnus de cette capacité aux différents âges. Nous avons cherché à concilier ces chiffres avec ceux que nous avons trouvés chez des enfants normaux nourris au sein, pesés avant et après chaque tétée.

2° Quant aux facultés digestives des appareils de la digestion, je ne crois pas devoir insister sur les phénomènes qui accompagnent la digestion et l'assimilation du lait et des aliments. Ce sont là choses écrites et maintes fois décrites dans les auteurs modernes.

Qu'il me suffise d'attirer l'attention sur un fait peu connu ou du moins peu accepté en pédiatrie. Il consiste à affirmer, qu'à l'encontre des idées reçues, l'enfant aurait la faculté de digérer dès le deuxième ou troisième mois, une *légère* solution de farineux : *décoction* d'orge, d'avoine ou de riz; ce qui suppose déjà à cette époque la présence, dans les sécrétions digestives, d'une certaine quantité de ferment amylolytique. La preuve en pratique est simple. Voyez comme réussit le babeurre, dans le cas où même avec les meilleures préparations lactées on ne réussit pas. Le babeurre est du petit lait sucré (40 à 50 gr. pour 1 litre) dans lequel est incorporée une certaine quantité de farine de riz ou de froment, 15 à 20 gr. par litre. Cette solution correspond à la décoction d'orge ou d'avoine, que l'on réalise avec 1 cuill. à soupe de farine de ces céréales dans 1 litre d'eau. Autre preuve : un enfant à deux ou trois mois, digère difficilement le lait de vache; on y ajoute une *pincée* de farine, spécialement préparée pour enfants, entre autres l'American Baby's food, la farine Renaux, la farine Nestlé, etc., et, au grand étonnement de l'entourage, l'enfant se tire d'affaire et sa courbe des poids, qui jusqu'à ce jour fléchissait par rapport à la courbe normale des poids des enfants du même âge, reprend son allure normale.

Comment interpréter ces faits, sinon par une assimilation et une digestion des amylacés et des hydrates solubles ? En d'autres termes, par la présence d'un ferment capable de digérer les farineux?

Ce ferment existe-t-il régulièrement ? Nous ne le croyons pas ;

mais une fonction amylolytique existe à l'état de latence. Si elle n'existait pas, pourrait-elle se créer plus tard de toutes pièces? C'est cette fonction encore sommeillante, que l'on peut tirer de sa torpeur, en la mettant en présence de petites quantités des aliments qui doivent la provoquer et qui réagissent pour la réaliser.

C'est dans cet ordre d'idées que nous avons ajouté au lait, dès le deuxième mois, des décoctions légères (1 c. à soupe par litre) de céréales : orge, avoine, riz. Telle est la portée de cette seconde remarque.

3° La valeur calorimétrique des aliments a été établie par des expériences multiples. Et il est clair qu'il faut sous-entendre, pour l'application de ces calculs à la pratique, que l'enfant normal ait, non seulement, des appareils digestifs capables de digérer ces aliments; mais encore, que ces appareils soient déjà tolérants et adaptés à ces aliments. En effet, s'il n'en était pas ainsi, l'effort réalisé par l'enfant pour transformer et assimiler l'aliment, s'exprimant en une perte de calories, celle-ci devrait être déduite de la valeur calorimétrique de l'aliment. C'est pourquoi nous avons accompagné, dans nos tableaux des régimes, chaque aliment nouveau, du mode d'adaptation auquel il faut avoir recours pour l'administrer.

Cette remarque faite, nous attirons l'attention sur le fait que nous avons cherché à mettre en regard les valeurs calorimétriques des aliments et le besoin calorifique de l'enfant. Ce dernier a été calculé en multipliant le nombre de calories exigées par l'enfant suivant son âge (Langstein) (1) par le nombre représentant son poids en kilogrammes. L'enfant recevant du lait de vache, nous avons forcé de 1/5 son besoin calorifique. Ceci dit, pénétrons au cœur même du sujet.

Il était impossible de fixer dans ces quelques pages le régime de tout enfant. Et dès l'abord, il apparaissait comme un mythe de vouloir en fixer les données sans connaître les chiffres moyens du poids de l'enfant suivant l'âge; à cet effet nous avons cherché à l'établir.

Nos données nous avaient conduit à fixer celui-ci à 3250 gr.

---

(1) Langstein, *Säuglingsernährung*. Wiesbaden.

à la naissance, avec 50 centim. de taille. Et nous avions cru remarquer, sans oser l'affirmer, vu le nombre trop restreint de nos observations, que beaucoup d'enfants, nés avec des poids supérieurs à ce chiffre, y retournaient en suivant la courbe des taille et poids fixés pour les premiers, tandis que ceux qui étaient nés avec des poids inférieurs, tendaient eux aussi vers cette courbe. Notre point d'appui n'étant pas suffisamment solide, nous nous sommes entouré de renseignements plus nombreux.

Pour ce faire, nous avons recherché les courbes moyennes des poids et taille produites par douze des principaux pédiatres étrangers et belges. En faisant les sommes par mois de ces valeurs, puis en en tirant les moyennes en les divisant par 12, nous sommes arrivé à des chiffres sensiblement les mêmes que ceux que nous avions trouvés, et qui figurent dans nos tableaux.

Enfin il nous est arrivé dans *ces derniers temps* une courbe moyenne des poids, très soigneusement dressée par notre confrère le Dr Miele (1) de Gand, et qui, tirée d'environ 12 à 15 mille observations d'enfants, donne — à notre grande satisfaction — pour la courbe de bonne moyenne des poids, des chiffres légèrement supérieurs aux nôtres, tandis que sa moyenne donne des chiffres légèrement inférieurs aux nôtres. De sorte, qu'encore une fois, nous avons toutes les meilleures raisons pour croire, que notre courbe des poids se rapproche sensiblement de la réalité. Aussi n'avons-nous pas hésité à l'admettre comme nous l'avions déjà fait en 1918, en commençant notre travail.

Le régime de l'enfant, que nous allons donc vous soumettre, concerne le nourrisson naissant avec 3250 gr. et 50 centim. de taille. Ce régime établi peut être appliqué à des enfants moins robustes ; il n'y aurait que peu d'inconvénients à l'appliquer comme tel en n'exigeant pas que l'enfant le prenne dans sa totalité, ou en s'en rapportant au poids, et non à l'âge, pour en fixer les quantités. Et quant aux enfants plus forts, il est facile de le renforcer et d'avancer les périodes d'adaptation des aliments. La masse, en effet, est souvent l'indice de la tolérance plus grande des appareils digestifs.

---

(1) Dr Miele, *Tableau des courbes d'augmentation normales des nourrissons et enfants de la première enfance pour servir à l'étude des rations.*

Régime de l'enfant de 3250 gr.

Le régime de l'enfant ayant ce poids à la naissance peut se diviser pratiquement en six périodes assez nettement déterminées par les apparitions dentaires. Quoique cette donnée ne soit pas une directive absolue, et la seule à nous orienter, elle entraîne si bien avec elle, la plupart des phénomènes de la digestion, de la nutrition, de l'accroissement du poids, de la taille,.... et agit de façon si péremptoire, sur la santé de l'enfant, qu'il nous a paru qu'elle méritait d'être mise en première ligne des déterminations que nous avions à prendre, dans la composition du régime et conséquemment le choix des aliments.

Nous divisons le régime en :

Régime I. Le lait, maternel ou de vache artificiellement transformé (eau sucrée, décoction légère de céréales....)

Régime II. Le même que le précédent, mais, en plus, l'usage rationnel des *bouillies* de farineux.

Régime III. Le même que le régime I avec, en plus, les farineux en panades ou épaisses bouillies, auxquelles on ajoute les corps féculents, gras, et quelques albumines.

Régime IV. comme III. — En plus, les légumes verts et légumineuses fraîches — avec des extensions des divers aliments du régime précédent — quelques essais.

Régime V. comme IV. — En plus, les légumineuses sèches, les poissons, les cervelles, ris... et extension du régime précédent.

Régime VI. comme V. — En plus, les viandes.

Voyons maintenant comment, dans les tableaux qui accompagneront notre travail, nous avons tenu compte des données ci-dessus pour chacun de ces régimes.

Régime I. — Il comprend le régime lacté exclusif. Il commence à la naissance et se prolonge jusque vers le 6^e ou 7^e mois. Il consiste dans l'administration du lait de la mère ou du lait de vache. Nous n'insisterons pas autrement sur l'allaitement maternel, que pour tenir compte du volume de l'estomac de l'enfant, le reste du régime n'offrant que peu de prise aux mesures d'adaptation et aux calculs calorimétriques. Nous nous occuperons donc du régime de l'enfant mis au lait de vache.

A la naissance, la capacité de l'estomac d'enfant est de 30 centil.

environ, nous donnons 20 centil. de liquide, 8 à 10 fois par jour, c'est-à-dire toutes les deux heures quand l'enfant est éveillé.

Le liquide que nous donnons doit être toléré. Dans ce but, nous donnons l'eau sucrée, mélangée d'un quart de lait. Souvent même nous ne commençons qu'avec de l'eau sucrée, dès la huitième ou douzième heure après l'accouchement. L'enfant ne trouvant encore rien chez sa mère, il n'y a pas d'urgence à lui donner des liquides s'il n'en réclame pas. S'il réclame, la quantité d'eau donnée sera toujours utile à l'élimination des urines, des selles, de la perspiration... etc.

Si l'on emploie le lait mélangé à l'eau, ce qui n'est pas indispensable jusqu'au 3e jour, on donne 1 cuill. à café pour 3 cuill. à café d'eau bouillie sucrée (1/4 de morceau de sucre) toutes les 2 heures, huit à dix fois en 24 heures : ce qui représente 160 à 200 centil. valant 67 calories environ pour le premier jour de sa vie.

Le besoin calorimétrique de l'organisme à ce moment étant de 50 calories multipliées par 3250 gr. (poids en kilogr. de l'enfant) représente à ce moment 162 calories. Mais comme l'enfant doit éliminer largement et ses selles et ses urines, perdre de l'eau par la peau et la respiration, mieux vaut lui apporter 200 gr. d'eau et très peu de lait — si le chiffre de 162 calories n'est pas atteint par la valeur de l'aliment, cela n'a aucune importance.

Le 2e et le 3e jour, on voit sur le tableau que les mêmes considérations peuvent se faire au sujet de la valeur calorimétrique. Il est à remarquer que la solution de lait est augmentée en même temps que plus concentrée, le volume de l'estomac augmentant. Il serait, d'après Comby, de 35 à 40 centil. L'enfant est toujours en perte. Ce n'est qu'au 5e jour environ que la reprise commence à se manifester. L'ombilic est souvent prêt à tomber chez l'enfant vigoureux, l'ictère disparaît. Au point de vue calorimétrique, déjà au 4e jour les chiffres de la valeur calorifique de l'aliment et du besoin calorimétrique de l'enfant coïncident, et depuis lors vont toujours en augmentant.

A la fin de la première semaine, la solution donnée est à parties égales de lait et d'eau sucrée ; elle permet à l'enfant de regagner son poids de naissance vers le 10e jour, quelquefois même plus tôt. Le besoin calorimétrique de l'enfant augmente constamment et coïncide avec la valeur calorifique de l'aliment vers le 13e jour.

A la fin de la 2de semaine, la solution de 2 parties de lait sur 1 partie d'eau est admirablement supportée par l'enfant, si on a la précaution de la sucrer comme il convient (1 morceau de sucre pour 90 centil. de solution lactée) et que l'on ait suivi scrupuleusement la progression des doses indiquées au tableau.

Le besoin calorimétrique de l'enfant, à cette époque de la vie, est de 120 calories par kilogr. de poids, ce qui équivaut à 420 calories. Or, la solution que nous donnons 7 fois par jour, représente 416 calories.

En considérant la suite du tableau, il est facile de voir comment se fait la progression des volumes des solutions, la concentration croissante de leur composition, en passant par les teneurs de 3 pour 4, 4 pour 5, 5 pour 6... pour arriver, au 7^e mois, au lait pur; comment encore le besoin calorifique augmente pour atteindre son maximum à la 5^e semaine (140 calories par kilogr. de poids —(Langstein)(1) — pour décroître ensuite progressivement et arriver, au 7^e mois, à être représenté par 102 calories, tandis que les chiffres représentant la valeur calorifique de l'aliment des mêmes époques coïncident, avec une approximation réelle, avec celui-là.

Enfin, fait digne de remarque, les poids et les tailles s'accroissent entretemps suivant les données universellement reconnues, ainsi que nous l'avons déjà signalé précédemment.

Nous avons tenu à publier, in extenso, tous ces chiffres, parce qu'il nous a paru plus clair de le faire pour celui qui désirerait appliquer le système que nous préconisons, et que, pour les besoins de l'enseignement et la mnémotechnique, nous avons schématisé. Il est certain que, pour les besoins de la pratique, ce tableau est un guide sûr, dont la valeur de direction est considérable. Loin de nous la pensée qu'il soit fixe et immuable. Plus éloignée encore de notre esprit la conception que l'enfant nourri d'après ce système ne fera jamais que prospérer. Tout puériculteur sait combien sont nombreuses et cachées, les causes qui agissent sur les variations du poids. Mais, si nous avons pu donner à l'allaitement exclusif au lait de vache, une direction et des chiffres qui se rapprochent beaucoup en pratique de ceux de la réalité, nous aurons rempli la tâche que nous nous étions assignée.

---

(1) *Loco citato.*

En terminant, nous voulons rappeler une notion très simple et de pratique courante, qui fera voir avec quelle approximation nous nous rapprochons des données de puériculture fournies par l'expérience.

Nous savons que d'une façon générale l'enfant, bon assimilateur, parvient à augmenter régulièrement en prenant une quantité de lait pur égale au 1/6 de son poids. Cette donnée se vérifie avec grande approximation par notre système.

En effet :

A la 5me semaine. — L'enfant pesant 3935 gr. devrait avoir 656 centil. de lait. Or nous donnons 630 centil. de lait d'une valeur de 553 calories (y compris la valeur du sucre) et l'enfant demande, d'après le calcul du poids pour les calories, 550 calories.

A la 6me semaine. — Enfant pesant 4100 gr. Devrait avoir 683 centil. de lait pur ; nous donnons 630 centil., valeur calorimétrique 553 calories. L'enfant demande, d'après le calcul, 533 calories.

A la 7me semaine. — Enfant de 4270 gr. Devrait recevoir 711 centil. de lait ; reçoit 735 centil. ; valeur calorimétrique 618 et devrait avoir 560 calories.

A la 8me semaine. — Enfant de 4445 gr. Exige 740 centil. en lait pur ; reçoit 735 centil. ; valeur calorimétrique 618 et devrait avoir 581 calories.

A la 9me semaine. — Enfant de 4620 gr. Devrait trouver 770 centil. de lait ; trouve 720 centil. ; valeur calorimétrique 591 et devrait trouver 554 calories.

A la 12me semaine. — Enfant de 5304 gr. Devrait avoir 884 centil. de lait ; trouve 818 centil. ; valeur calorimétrique de 649 calories et devrait trouver 583 calories. Et ainsi de suite.

Nous croyons que ces approximations sont suffisantes, pour étayer la démonstration.

Je termine par une remarque. Dans le tableau schématique l'on verra, sous les chiffres de la quantité d'eau (30 centil.) à ajouter au lait à partir du deuxième mois, un trait horizontal. Cela signifie qu'à partir de cette époque, l'on n'ajoute plus au lait de l'eau ordinaire, mais une *décoction* légère de céréales : orge, avoine, riz, etc., et plus tard, à partir du quatrième mois, une décoction déjà plus épaisse, de façon à faire naître dans les voies digestives, un travail de digestion des amylacés ; pratique très recommandable chez les enfants forts, chez lesquels la dissociation des courbes du poids et de la taille tendrait à s'accentuer après le 4^{me} mois.

Le régime I se continue malgré les six mois, aussi longtemps que l'enfant gagne en poids et que sa courbe de taille suit assez régulièrement celle des poids. Il est utile de le pousser jusqu'au huitième mois, si ces courbes se maintiennent dans un certain parallélisme, même si les dents incisives médianes inférieures ont fait leur apparition. Ce qui se voit assez souvent, chez l'enfant nourri par une mère vigoureuse et forte, dont la santé a pleinement résisté aux fatigues de l'allaitement. Dans ce cas, et aussi longtemps que l'enfant prospère, il serait non seulement inutile, mais même coupable de sevrer l'enfant.

Lorsque l'enfant nourri par sa mère, semble ne plus prospérer, que surviennent, soit des troubles qui annoncent que le lait n'est plus bien toléré (douleurs ou révoltes du côté des organes digestifs), soit des symptômes annonçant une mauvaise ou insuffisante assimilation (poids stationnaire ou diminuant, taille insuffisante, dentition retardée, relâchement des tissus, retard dans l'évolution de l'organisme tant au point de vue nerveux que musculaire, etc.), il est de bonne thérapeutique de songer au sevrage.

Le sevrage

Sevrer un enfant, c'est lui enlever le lait de sa mère ou de sa nourrice pour le mettre à un autre lait. A cet effet on pratique l'allaitement mixte pendant quelque temps, pour arriver au lait de vache pur. Plus tard, on remplacera une partie de ce lait par des farines en bouillie (ablactation relative); mais le lait restera, pendant toute la première enfance, la base principale de l'alimentation infantile.

Le sevrage est une période difficile pour établir une alimentation quantitative et qualitative de l'enfant. Il est d'autant plus périlleux que l'on commence plus tôt à le pratiquer, l'enfant trop jeune ou délicat éprouvant une certaine difficulté à se faire au changement de lait. Il n'y trouve en effet, pendant quelque temps, qu'une ration de misère, vu les grandes précautions et les ménagements dont on doit entourer son appareil digestif.

La technique en est simple d'après le tableau du régime I. Il suffit de consulter la capacité gastrique correspondant à l'âge de l'enfant et d'administrer, pour commencer, une solution de lait (du tiers) (une partie de lait sur trois parties de liquide administré), et comme quantité celle qui est renseignée au tableau d'après l'âge actuel de l'enfant.

Puis on augmente la teneur progressivement jusqu'à arriver à parties égales d'eau et de lait. Arrivé à ce point on remplace progressivement les tétées par des bouteilles. Voilà le principe.

Quel temps doit durer le sevrage ?

On peut être contraint de le pratiquer brusquement. La mère par exemple peut perdre son lait subitement : frayeur, émotion vive, hémorragie, ... etc. ;

Ou bien de le réaliser rapidement : mère affaiblie, prise de fièvre à la suite d'infection vive, d'hémorragie, nouvelle grossesse ou retour des époques, ... etc. ;

Ou enfin, et c'est là le cas le plus favorable, on a le temps de faire le sevrage méthodiquement. C'est dans ces conditions que l'enfant en souffrira le moins. Lorsque l'enfant est arrivé à 7 mois, le sevrage peut être fait en trois semaines pour l'enfant fort et l'ablactation dès le 9e mois. Dans les autres cas, le sevrage sera toujours pour l'enfant un temps d'épreuve, pendant lequel un médecin attentif devra user d'observation et de prudence, en tenant compte des moindres troubles de la santé chez l'enfant et des indications multiples qui se feront jour ; celles-ci auront trait, tantôt à l'évolution dentaire, tantôt aux troubles digestifs, tantôt encore aux infections si fréquentes de cette période de transition. L'examen des selles et des urines sera pour lui le meilleur guide.

Le sevrage aura comme suite, presque régulière, l'allaitement mixte puis l'ablactation. Je dis presque régulière, parce que certains enfants forts peuvent fort bien supporter l'ablactation sans passer par une période d'allaitement mixte. Je ne sais s'il y a avantage à pratiquer cette méthode. Je crois pour ma part que mieux vaut faire de l'allaitement mixte pendant le 8e mois pour arriver au 9e mois à l'ablactation. J'ai disposé dans mon régime du 8e mois les aliments comme s'il appartenait déjà à l'ablactation de façon à déterminer la voie à suivre, si l'on veut établir celle-ci, dès cette époque.

Les feuilles qui suivent, indiquent la façon de procéder et les quantités d'aliments à distribuer. Il suffira de lire les régimes décrits sous les chiffres romains II, III, IV, V, VI, pour constater qu'ils répondent scientifiquement aux besoins de l'organisme infantile et qu'ils sont en rapport avec les différentes périodes de son développement. Disons cependant un mot des farines.

Le principe qui doit nous guider pour déterminer la quantité et la qualité des farines est le suivant :

Il faut tenir compte d'une part de ce fait que la quantité de calories, réclamées par les besoins d'un kilogramme de poids de l'enfant, diminue progressivement avec l'âge ; d'autre part, que la nature de l'aliment doit être telle qu'elle réclame incessamment un travail d'adaptation de plus en plus élevé de la part des voies digestives de l'enfant, de façon à lui donner une maîtrise de plus en plus grande de ses appareils digestifs. Cette dernière partie du principe nous fait sous-entendre que pour assimiler et transformer ses aliments, l'enfant doit faire un effort plus considérable que lorsqu'il assimilait le lait, partant, qu'il perd une certaine quantité de calories de ses réserves énergétiques, pour assimiler la quantité de calories provenant de l'aliment. De sorte que si on lui apporte des aliments isocalorimétriquement équivalents aux aliments lactés, le gain final sera inférieur à celui du régime I exclusivement lacté. C'est pour cette raison que nous avons cru utile de garder de grandes quantités de lait dans le régime II, d'y ajouter une certaine dose de sucre et d'eau. L'eau sucrée en effet est un dialyseur de premier ordre, et un stimulant régulier des contractions gastriques.

Y a-t-il lieu de faire un choix parmi les farines à employer ? Oui. A la suite de nombreuses expériences faites en Suisse, au Danemark, aux États-Unis et en Belgique, par des hommes compétents, on est arrivé à se mettre à peu près d'accord sur la formule suivante :

Pour que 100 p. de farine ou d'aliment sec soient utiles à l'alimentation de l'enfant, il faut :

Matières albumin.	15,00 gr.	(Suisse)	12,00 gr.	(États-Unis)
Graisses	5,00 gr.	»	6,00 gr.	»
Hydrat. carb. sol. sucre	50,00 gr.	»	10,00 gr.	»
» insolubles	21,00 gr.	»	63,00 gr.	»

Mat. minérales	2,50 gr. (Suisse)	1,00 gr. (États-Unis)
Eau	6,00 gr. »	8,00 gr. »

Ce qu'il est important de savoir, c'est le rapport qui existe entre les albuminoïdes, les hydrates, les graisses. Or, on observe que si l'on multiplie les chiffres des albuminoïdes par les chiffres représentant les graisses, on obtient le chiffre des hydrates approximativement. C'est là un moyen mnémotechnique qui nous a souvent servi dans la pratique pour nous rendre compte, à première vue, de la composition rationnelle d'une farine recommandée.

La pratique, néanmoins, est plus péremptoire que toutes les vues théoriques pour choisir une farine déterminée. Et en ce qui nous regarde, nous croyons que c'est là une question de doigté très délicate qui, à elle seule, exercera plus que bien d'autres la sagacité du puériculteur. Nous avons les meilleures directions dans ce choix, en consultant régulièrement la courbe des poids et taille de l'enfant. Nous avons des raisons de croire que les farines que nous avons recommandées fourniront, dans la pratique, un grand nombre de succès.

Pour le reste du régime, les tableaux qui vont suivre donneront tous les éclaircissements nécessaires.

Conclusions

1. Il est possible, tout en tenant compte de la capacité volumétrique de l'estomac, des facultés digestives de l'appareil digestif, de constituer pour l'enfant un régime calorimétriquement adéquat à ses besoins.

2. Il convient, pour réaliser ce programme, de présenter l'aliment sous des formes d'abord liquides, puis plus solides, en tenant compte de la tolérance des organes digestifs et de leur adaptation progressive aux quantités et aux espèces des aliments.

3. D'autre part, la manière de préparer l'aliment tiendra compte de la présence des vitamines contenues dans ces aliments, afin de ne pas les détruire par leur mode de préparation.

Tableau schématique pour l'allaitement artificiel d'un enfant normal (3250 grammes à la naissance)

			Ration moyenne de lait de vache à distribuer													*Tableau d'accroissement moyen*				
			PAR TÉTÉE					EN 24 HEURES								POIDS		COEFF.	TAILLE	
MOIS	SEMAINE	JOUR	Lait (cc³)	Eau (cc³)	Total (cc³)	Sucre m.	Sucre gr.	Lait (cc³)	Eau (cc³)	Pr n.	Total (cc³)	Sucre m.	Sucre gr.	Valeur calorif.	Besoin calorif.	p. sem. (kilogr.)	p. mois (kilogr.)	sem. mois	l. p. mois (décim.)	par sem.
1	1re	1er	**5** (1/4)	**15**	20	1/4	1,25	40	120	8	160	2	10	67,00	50 × 3,25 = **162**	*Naiss. :*	3,250	0,65	5,0	0,1
		2d	10	30	40	1/4	1,25	80	240	8	320	2	10	93,00						
		3e	**15** (1/3)	**30**	45	1/4	1,25	120	240	8	360	2	10	119,00						
		4e	20	30	50	1/2	2,50	140	210	7	350	3 1/2	17,5	*162,75*		*Perte :*	325 gr.			
		5e	25	30	55	1/2	2,50	175	210	7	385	3 1/2	17,5	185,50		*Reprise :*				
		6e	**30** (1/2)	**30**	60	1/2	2,50	210	210	7	420	3 1/2	17,5	208,25						
		7e	35	30	65	1/2	2,50	245	210	7	455	3 1/2	17,5	231,00						
	2de	8e	40	30	70	3/4	3,75	280	210	7	490	5 1/4	26,2	288,00	110 × 3,25 = **357**					
		9e	45	30	75	3/4	3,75	315	210	7	525	5 1/4	26,2	310,00		*Gain :*	325 gr.			
		10e	45	30	75	3/4	3,75	315	210	7	525	5 1/4	26,2	310,00		*Poids initial*	3,250	0,62	5,1	0,1
		11e	50	30	80	3/4	3,75	350	210	7	560	5 1/5	26,2	334,00						
		12e	50	30	80	3/4	3,75	350	210	7	560	5 1/4	26,2	334,00						
		13e	55	30	85	3/4	3,75	385	210	7	595	5 1/4	26,2	*356,00*						
		14e	55	30	85	3/4	3,75	385	210	7	595	5 1/4	26,2	356,00		+300=3,550		0,69	5,2	0,1
	3me	15e	**60** (2/3)	**30**	90	1	5	420	210	7	630	7	35	*416,00*	120 × 3,50 = **420**					
		21e														+200 = 3,750		0,70	5,3	0,1
	4me	22e	75	30	105	1	5	525	210	7	735	7	35	*486,25*	130 × 3,75 = **485**					
		30e														+185=3,935		0,73	5,4	0,1

Perte par élimination des produits formés et rejetés à la surface des épithéliums (App. digestif-urogénital, peau) pendant la grossesse.

Reprise par assimilation d'eau sucrée et de lait.

Mode d'adaptation

Administration de doses progressives de lait (5 gr. par jour...). Ajouter, pour le faire tolérer, une certaine quantité d'eau sucrée, 5 % environ.

Augmentation progressive du lait, l'eau restant pareille. On obtient les concentrations de 1/4, 1/3, 1/2, 2/3 etc.

Dès le 4e jour, 7 prises en 24 heures, jusqu'à fin 2e mois, 6 dans la journée, 1 dans la nuit. La quantité de lait pur à administrer par jour équivaut environ au 1/6 du poids total de l'enfant.

II	5me	31e	**90** (3/4)	**30**	120	1	5	630	210	7	840	7	35	553,00	140 × 3,93 = **550,2**	+165=4,100	0,75	5,4	0,1	5e semaine. Besoin calorifique considérable. Pour favoriser l'absorption, donner eau de céréales dans le lait : eau d'orge (concentration de la solution lactée 3 : 4) en même temps que pour préparer la muqueuse digestive à sécréter des ferments amylolytiques.
	6me		90	**30**	120	1	5	630	210	7	840	7	35	553,00	130 × 4,10 = **533**	+170=4,270	0,77	5,5	0,07	
	7me		105	**30**	135	1	5	735	210	7	945	7	35	618,00	230 × 4,27 = **560**	+175=4,445	0,79	5,57	0,07	
	8me	60e	105	**30**	135	1	5	735	210	7	945	7	35	618,00	130 × 4,44 = **581**	+175=4,620	0,83	5,65	0,05	
III	9me 12e	61e 90e	**120** (4/5)	**30**	150	1	5	720	180	6	900	6	30	591,00	120 × 4,62 = **554**	+171×4=5,304	0,89	5,7 5,9	0,07 0,10	La nuit, eau d'orge ou féculent pour exciter la fonction amylolytique récemment établie conc. 4:5
IV	13e 16e	91e 120e	135	**30**	165	1	5	810	180	6	990	6	30	649,00	110 × 5,30 = **583**	+171×4=5,988	0,98	6,0 6,1	0,05 0,05	id. Troubles dentaires !
V	17e 20e	121e 150e	**180** (5/6)	**30**	180	1	5	900	180	6	1080	6	30	708,00	110 × 5,99 = **658**	+140×4=6,548	1,05	6,2	0,025	id. concent. 5 : 6
VI	21e 24e	151e 180e	165	**30**	195	1	5	990	180	6	1170	6	30	774,00	110 × 6,55 = **720**	+134×4=7,083	1,12	6,3	0,025	id. Dentition réelle

Remarques

Le lait employé sera un lait de vache, non écrémé, dosant au lacto-densimètre, de 28 à 35 gr. de graisse et représentant par conséquent une densité de 1033 à 1029 à 15° C.

Un bon lait renferme en moyenne :

34 °/₀₀ de caséine;

32,5 °/₀₀ de beurre ;

50 °/₀₀ de lactose ;

6 °/₀₀ de sels minéraux.

Et représente par litre 650 calories, comme le lait de femme.

Un tel lait sera *nourrissant.*

Un lait devrait être *vivant,* c'est-à-dire renfermer encore au moment où l'enfant le reçoit des qualités comparables — mais non équivalentes — à celles du lait de la mère. Or, et c'est là l'inconvénient du lait de vache, il est très difficile dans la pratique de se procurer un lait suffisamment aseptique pour ne pas devoir le faire passer par l'un ou l'autre des procédés habituels de la stérilisation qui détruisent ces qualités.

Le lait que nous employons, est *pasteurisé* (ébullition de l'eau, pendant 6 minutes, portant le lait à 70° ou 80° C.). Dans ces conditions le lait renferme encore un maximum d'enzymes et de produits vitaminiques vis-à-vis des laits traités par les autres procédés de stérilisation.

Heures des prises du tableau I

Pendant les 3 premiers jours, lorsque l'enfant prend *8 fois* par jour, les heures sont assez indifférentes, du moment qu'elles ne se rapprochent pas à plus de deux heures d'intervalle. On donne à l'enfant lorsqu'il est éveillé. C'est pourquoi nous n'insistons pas trop pour obtenir des résultats.

A partir du quatrième jour l'enfant prend 7 *fois* par jour. On arrangera les tétées pour donner 6 biberons dans la journée et 1 dans la nuit. Généralement toutes les 3 heures pendant le jour, par exemple : à 6 h., 9 h., 12 h., 3 h., 6 h., 9 h. Dans la nuit, vers 2 heures du matin.

Dès le troisième mois, l'enfant prend *6 fois* par jour. On donne le biberon aux mêmes heures et si l'enfant réclame dans la nuit, on lui administre une bouteille d'eau d'orge sucrée du même volume que sa bouteille de lait.

Tableau II

RÉGIME II

Indication : Enfant de 7 mois à 13 mois inclusivement, lorsque les deux premières incisives ont apparu.

Aliments employés : Lait pur, farineux (bouillie), sucre.

Capacité gastrique de 230 cc^s à 250 cc^s.

Adaptation : Pour faire tolérer les farines, on choisira tout d'abord celles qui sont transformées par la cuisson (biscuit) ou les procédés chimiques (diastasées), puis celles qui sont facilement dissociables, parce qu'elles sont composées de grains très petits (riz) ou à enveloppes fragiles (fécule).

On les préparera en les faisant bouillir dans de l'eau jusqu'à consistance d'empois. On y ajoutera un 1/2 morceau de sucre par 5 gr. de farine et 60 cc^s d'eau [1]. Ainsi préparée, la bouillie sera donnée à l'enfant, désormais mélangée au lait du repas, jusqu'au 11^{me} mois, où l'on donne désormais la bouillie épaisse, séparément.

On donnera 5 repas par jour.

Septième mois. Bes. cal. 7,083 × 102 c. = 722 cal.

Formule :	5 ×	200 cc^s de lait	= 1000 cc^s	= 650 cal.
		1 m. de sucre	= 5 m.	= 100 cal.
				750 cal.

Huitième mois. Bes. cal. 7,520 × 102 c. = 767 cal.

Formule :	5 ×	200 cc^s lait	= 1000 cc^s	= 650 cal.
		1 m. de sucre	= 5 m.	= 100 cal.
	1 ×	5 gr. farine [1]	= 5 gr.	= 17,75 cal.
		1/2 m. de sucre	= 1/2 m.	= 10 cal.
				777,75 cal.

---

[1] L'eau est pure, 60 cc^s.

Neuvième mois. Bes. cal. 7,950 × 202 c. = 810,9 cal.

Formule :	3 ×	200 cc^{s} lait	= 600 cc^{s}	= 390 cal.
		1 m. sucre	= 3 m.	= 60 cal.
	2 ×	5 gr. farine	= 10 gr.	= 33,25 cal.
		1 1/2 m. sucre	= 3 m.	= 60 cal.
		200 cc^{s} lait	= 400 cc^{s}	= 260 cal.
				803,25 cal.

Dixième mois. Bes. cal. 8,290 × 102 = 845,58 cal.

Formule :	2 ×	200 cc^{s} lait	= 400 cc^{s}	= 260 cal.
		1 m. sucre	= 2 m.	= 40 cal.
	3 ×	5 gr. farine	= 15 gr.	= 53,25 cal.
		1 1/2 m. sucre	= 4,5 m.	= 90 cal.
		200 cc^{s} lait	= 600 cc^{s}	= 390 cal.
				833,25 cal.

Onzième mois. Bes. cal. 8.600 × 102 = 877,20 cal.

Formule :	4 ×	225 cc^{s} lait	= 900 cc^{s}	= 586 cal.
		1 1/4 m. sucre	= 5 m.	= 100 cal.
	1 ×	100 cc^{s} lait	= 100 cc.	= 65 cal.
		2 m. sucre	= 2 m.	= 40 cal.
		25 gr. farine (1)	= 25 gr.	= 87,75 cal.
				878,75 cal.

Douzième mois. Bes. cal. 8,860 × 102 = 903,72 cal.

Formule :	3 ×	225 cc^{s} lait	= 675 cc^{s}	= 448,75 cal.
		1 1/4 m. sucre	= 2,75 m.	= 75,50 cal.
	2 ×	100 cc^{s} lait	= 200 cc^{s}	= 130 cal.
		2 m. sucre	= 4 m.	= 80 cal.
		25 gr. farine	= 50 gr.	= 175,50 cal.
				909,75 cal.

---

(1) On dissout les 25 gr. de farine dans 125 cc^{s} d'eau.

Treizième mois. Bes. cal. 9,070 × 102 = 925,14 cal.

Formule :	2 ×	225 cc^{s} lait	= 450 cc^{s}	= 292,50 cal.
		1 1/4 m. sucre	= 2,5 m.	= 50 cal.
	3 ×	100 cc^{s} lait	= 300 cc^{s}	= 195 cal.
		2 m. sucre	= 6 m.	= 120 cal.
		25 gr. farine	= 75 gr.	= 262,25 cal.
				919,75 cal.

Heures des repas du régime II

Les repas liquides ne mettant que 3 1/2 heures à digérer quand ils sont composés de lait pur, il est facile de trouver en 15 heures (6 h. du matin à 9 h. du soir) les moments de les placer.

à sept mois :	à 6 h.	à 9 1/2 h.	à 1 h.	à 5 h.	à 9 h.
à huit mois :	à 6 h.	à *9 1/2* h. (1)	à 1 h.	à 5 h.	à 9 h.
à neuf mois :	à 6 h.	à *9 1/2* h.	à 1 h.	à *5* h.	à 9 h.
à dix mois :	à 6 h.	à *9 1/2* h.	à *1* h.	à *5* h.	à 9 h.

Lorsqu'on commence à donner un gros repas de bouillies, on donnera :

à onze mois :	à 6 h.	à 9 1/2 h.	à *1* h.	à 5 h.	à 9 h.
à douze mois :	à 6 h.	à *9 1/2* h.	à *1* h.	à *5* h.	à 9 h.
au treizième mois :	à 6 h.	à *9 1/2* h.	à *1* h.	à *5* h.	à 9 h.

Tableau III

RÉGIME III

Indication : Enfant de 14 à 18 mois inclusivement, lorsque les 8 incisives ont fait leur apparition, que l'enfant commence à faire ses premiers pas et à balbutier ses premiers mots.

L'organisme de l'enfant est ainsi organisé, que si, dans le cours de la première année, un trouble quelconque de sa santé survient, il est fréquent de voir l'évolution dentaire, la marche ou la parole en être retardées.

Aliments employés : Lait pur, sucre, farineux liquides et plus ou moins solides. En plus l'œuf, le pain, les pommes de terre, le beurre.

Nombre des repas : 5.

---

(1) Les repas aux bouillies sont indiqués en chiffres italiques.

Quatorzième mois. Bes. cal. 9,290 × 102 = 947 cal.
val. cal. aliment. = 950 cal.

Formule comme celle du 13^e mois, mais en plus un aliment représentant 30 calories. Ces aliments sont : 1 tartine beurrée de 10 gr. = 25,5 cal. + 7,5 (1 gr. de beurre) ou 2 cuill. à soupe de purée de pommes de terre avec beurre, 23,75 + 7,5 cal. ou un 1/2 œuf = 30 cal. en moyenne.

N. B. — Il est clair que ces aliments choisis comme type peuvent être remplacés par leurs équivalents de même espèce et calorimétriquement égaux.

Ainsi on peut remplacer :

Le *pain* par des pâtes d'Italie : vermicelle, nouilles, macaroni, biscuits, nursery, pain grillé, pain à la grecque etc ;

La *pomme de terre* par des légumes de même espèce : topinambour, carotte, céleri rave, crosnes, etc. ou associer avec d'autres herbacés, épinards, salades, poireaux, endives, etc. ou du riz et des préparations au maïs, sagou, etc.

L'*œuf* souvent mal supporté par les enfants à intestins délicats, peut être utilement remplacé ou associé au riz, quakeroats, céréaline [1], ou tout autre farineux, de manière à en former un gâteau, une crème, un potage... Et pour suppléer à la valeur en graisse, y ajouter du sucre, du beurre ou, si l'enfant les supporte, le cacao et le chocolat. Néanmoins nous sommes peu partisan de ces derniers aliments.

Quinzième mois. Bes. cal. 9,500 × 102 = 969 cal.
val. cal. aliment. = 979 cal.

Formule : celle du 13^e mois ; on ajoute, non plus, comme au 14^e mois, un aliment, mais on combine deux aliments valant 30 calories, soit donc 60 calories de plus qu'au 13^e mois.

Ainsi on donne 1 tartine avec un 1/2 œuf, ou de la purée de pommes de terre avec 1/2 œuf et du beurre, ou 2 tartines, ou un jaune d'œuf, ou 4 cuill. à soupe de purée de pommes de terre etc., ou tout autre succédané d'après le tableau des aliments indiqués ci-dessus.

---

[1] Ces aliments, formés de farines ou de grains non décortiqués, sont riches en vitamines.

Seizième mois. Bes. de cal. 9,700 × 102 = 989,40 cal.
L'aliment donne 1009,75 cal.

Formule comme au 13ᵉ mois, mais en combinant ou triplant les aliments donnés au 14ᵉ mois, de façon à obtenir 90 calories de plus qu'au 13ᵉ mois.

Ainsi, on donnera 2 tartines et 1 œuf, 1 œuf et 4 cuill. à soupe de pommes de terre, ou des nouilles au beurre avec un œuf etc. C'est le moment d'essayer dans l'alimentation les corps gras : saindoux, huiles, cocoline, margarine... et de permettre les préparations culinaires ou de pâtisserie qui les renferment : crêpes, pâtes feuilletées, tartes, spéculaus, pains d'amandes... et d'y ajouter les matières plus lourdes : pain d'épice, couques de Reims, de Dinant...

Dix-septième mois. Bes. cal. 9.900 × 102 = 1009,80 cal.
L'aliment donne 1009,75 cal.

Formule. Le régime consistera surtout à appliquer celui du mois précédent, mais en le rendant plus varié encore. On y ajoutera le fromage blanc en maquée, le gervais, le petit fromage demi-sel, le Yoghurt, et enfin les bouillons de poule, de veau, et les gélatines en gâteaux ou en solution, si l'enfant les supporte ou tend à l'anémie. Cette diversion dans l'alimentation est utile, car nous sommes à la veille de l'apparition des canines et au moment de la fermeture de la grande fontanelle. L'enfant, de plus, vient de terminer ses premières molaires.

Dix-huitième mois. Bes. cal. 10,100 × 102 = 1030,20 cal.

On ajoutera au régime du 16ᵉ et du 17ᵉ mois les aliments riches en vitamines, ainsi que nous l'avons déjà signalé au régime du quatorzième mois. Nous y ajouterons les légumineuses fraîches, dans lesquelles les substances vitamiques existent dans toute l'étendue de la graine, qui de plus, pour les pois et les lentilles, sont riches en sels ferreux et toutes les légumineuses riches en albumine et en produits phosphatés, carbonatés, etc.

Enfin c'est le moment de donner, pour la première fois, un aliment cru : les fruits : prunes, raisins, fraises, cerises, bananes, dattes, figues, poires et pommes... apportent à l'organisme infantile, qui vient de faire de gros efforts pour la constitution de ses dents et de ses os, une nouvelle énergie due à ces vitamines éminemment assimilables qui vont lui permettre d'achever son accroissement et son système dentaire, tandis que les légumineuses et les légumes verts lui apportent des minéraux et des acides rafraîchissants pour son sang.

Heures des repas du régime III

Comme au régime II pour le treizième mois.

Tableau IV

Régime IV

Indication : Se donne à partir du 19^e^ mois jusqu'au 24^e^ mois inclusivement, lorsque les deux premières molaires, supérieures et inférieures ont fini leur apparition et que les canines viennent à poindre. A cette époque de sa vie, l'enfant est déjà maître de ses membres inférieurs (marche) et supérieurs, de sa parole.

La fontanelle est fermée, et si nous considérons son coefficient harmonique, c'est-à-dire le rapport de son poids à sa taille, il tend à se stabiliser et à s'établir à 1,37 pour plusieurs mois. Ce petit être est déjà un homme en miniature et les fléchissements de son poids ou de sa taille, dus à la germination dentaire, ne s'observent plus. L'équilibre organique est atteint. Aussi depuis ce moment le besoin calorifique va-t-il décroître. C'est ainsi qu'au 19^e^ mois il équivaut à 102 calories, au 24^e^ mois il ne vaut plus que 96 calories.

Aliments employés : Ce sont tous ceux du régime III (dix-huitième mois) avec en plus un peu de cervelle, de ris de veau, du poisson, des aliments riches en phosphates et autres sels de chaux, de potasse, de fer, de manganèse, etc. On les associe d'une part aux corps gras, comme ils le sont dans la nature : beurre, margarine et, d'autre part, aux légumes verts et aux fruits crus ou préparés.

Le besoin calorifique est de :

au 19e mois : 10,250 × 102 = 1045,50 cal.
au 24e mois : 10,900 × 96 = 1046,40 cal.

Ce besoin identique permet de donner un régime calorimétriquement pareil. En 4 repas on donne :

1 repas liquide :	275 ccs lait pur		178,75	cal.
	1 1/2 m. de sucre		30	cal.
3 repas solides :	75 ccs lait pur	225 =	144,25	cal.
	2 1/4 m. de sucre	6 3/4 =	135	cal.
	33 gr. farine	100 =	360	cal.
	aliment repr. 80 calories	=	240	cal.
L'alimentation donne :			1088,00	cal.

Quels sont les aliments représentant 80 calories ? Ce sont surtout les légumineuses sèches, le beurre, les fruits, qui devront les fournir. Chez certains enfants on recourra au poisson, aux cervelles, ris de veau, surtout si l'on voit survenir des signes d'avitaminose ou de rachitisme, maladie de Barlow etc., et toujours à l'essai. Pour le reste, on étendra le régime III. Il est aisé pour chacun de se rendre compte des latitudes accordées ; le régime, d'ailleurs, à part les viandes, renferme les mêmes aliments que celui de l'adulte, quand l'état de l'enfant l'exige. Sinon, on attendra la fin de la poussée des canines.

Heures des repas

L'enfant sera réglementé comme l'adulte. Il prendra un repas liquide à 4 h. de l'après-midi.

Heures : 8 h. 12 h. 4 h. 8 h.

Tableau V

RÉGIME V

Indication : C'est le régime de la 3e année. Les canines sont sorties, les grosses molaires se font jour. L'enfant peut dès lors user de viande et de tous les aliments propres aux adultes ; mais encore de façon intermittente pour les viandes.

Nous insistons particulièrement sur la façon dont il faut donner ces dernières. Nombreux en effet sont les enfants qui, dès l'usage de la viande, se constipent, pâlissent et ont des selles malodorantes. C'est dans ces cas qu'il faut être prudent. Commencez par donner des viandes légères, d'animaux jeunes, non point comme telles, mais dans un gâteau aux pommes de terre, en pain de veau, boulettes, dans un bouillon ou des légumes (chicorées ou salades farcies à la viande). Et si, malgré ces précautions, les selles sentent mauvais, si l'enfant pâlit, dort mal, devient difficile, cessez l'emploi de la viande, et remplacez-la pendant quelque temps par du poisson.

Telle est la recommandation principale du régime à cet âge. Le calcul calorimétrique est celui de l'adulte dès la 3e année.

RÉGIME VI

Indication : L'enfant a fini sa dentition. Il prend le régime complet de l'adulte en 4 repas. Les viandes peuvent être administrées tous les jours, mais avec modération une fois en 24 heures.

Remarque. Ces régimes ne sont pas uniques. Nombreuses sont les formules qui peuvent les suppléer. Nous avons tenu néanmoins à les établir pour donner une direction appuyée sur notre pratique habituelle depuis bientôt vingt-cinq ans et que nous présentons à nos confrères dans le seul but de leur rendre service.

Bruxelles, le 15 avril 1920.

D. VAN YSENDYCK.

Contribution à l'étude du Goitre exophtalmique

PAR LE

Dr J. BOINE
Directeur du laboratoire de radiologie de l'Université de Louvain

Dans ce travail, nous allons tout d'abord nous efforcer de rappeler et de mettre au point les notions actuelles au sujet de cette maladie, nous exposerons ensuite les résultats de notre pratique et de nos recherches personnelles concernant son traitement.

La nature de la maladie de Graves-Basedow a été des plus discutées et n'est pas encore complètement élucidée.

D'aucuns avec Strumpel, Abadie et Jaboulay lui ont attribué une origine purement nerveuse, mettant les symptômes morbides observés sur le compte d'une excitation anormale ou d'une paralysie de pneumogastrique. De fait, il y a à l'origine de beaucoup de goitres exophtalmiques un choc émotionnel, une influence nerveuse, psychique indéniable. C'est surtout l'école française qui tient à cette étiologie. Certaines autopsies ont semblé confirmer cette théorie qui est peut-être vraie dans certains cas.

Au cours de la maladie de Graves se manifestent souvent des troubles du côté des organes sexuels de la femme : aussi certains auteurs, principalement des gynécologues, prenant, croyons-nous, l'effet pour la cause, n'ont pas hésité à accuser les ovaires d'être le « primum movens » de l'affection. L'argument principal servant à étayer cette hypothèse, est le fait que la grossesse améliore les symptômes basedowiens et aggrave ceux du myxœdème.

Avec plus d'apparence de raison, au moins dans certains cas, les surrénales ont été mises en cause : une hyperplasie de ces glandes ayant été constatée au cours de quelques autopsies.

L'opinion générale actuelle est, cependant, qu'il faut rattacher au corps thyroïde l'origine des symptômes observés. Ce serait lui qui, par la suractivité de ses cellules, sécréterait soit le produit normal en excès, soit un hormone pathologique qui, déversé dans le sang ou maintenu dans la glande, provoquerait les divers symptômes.

Kocher, avec une généralisation peut-être excessive, fait de cette maladie, un hyperthyroïsme pur. Ce terme, à son avis, pourrait même remplacer celui de Basedow.

Les partisans de cet hyperthyroïsme pur se basent en grande partie sur les bons effets de l'extirpation ou de la destruction de la glande ainsi que sur l'antagonisme apparent existant entre le myxœdème ou hypothyroïdisme et le Basedow.

Certainement, en effet, le corps thyroïde est en cause, mais cette suractivité glandulaire est-elle primitive, ou n'est-elle pas elle-même, comme il est possible, le résultat d'un facteur premier que nous ignorons et qui, après tout, peut ne pas être unique ? La maladie n'est-elle pas vraisemblablement, au début, une réaction de défense de l'organisme contre un agent pathogène inconnu ? Ou la totalité des symptômes tels que nous les connaissons ne sont-ils pas un ensemble d'aboutissants semblables de processus différents reconnaissant pour origine des causes variables, pluriglandulaires vraisemblablement ? Dans cette dernière hypothèse il vaudrait mieux ne pas parler de « maladie de Basedow-Graves », mais bien, avec Ledoux-Lebard, de « Syndromes Basedowiens ».

Quoi qu'il en soit, la suractivité glandulaire apparente n'équivaut pas, à beaucoup près, à une hyperthyroïdose pure. En effet, comment concilier avec cette hypothèse ces faits : 1° que dans certains cas hypothyroïdisme et Basedow coexistent ; 2° qu'un traitement portant exclusivement sur d'autres glandes que la thyroïde a pu, dans certains cas, amener des améliorations ?

En outre, si pour provoquer l'apparition de symptômes basedowiens chez une personne normale il faut des quantités énormes de produits thyroïdiens normaux ou de thyroïdine, l'administration d'une quantité, même minime, de thyroïdine ou d'iode à un de ces malades, provoque immédiatement une exacerbation des phénomènes.

D'autre part, fait curieux, si à des basedowiens on injecte des produits thyroïdiens normaux, la réaction d'Abderhalden est presque toujours négative ; avec le thymus et l'ovaire, par contre, elle est assez souvent positive (¹). Ceci semblerait indiquer que dans la maladie de Graves la thyroïde modifierait complètement sa sécrétion et ne donnerait plus que des produits complètement altérés. Dans ce cas nous aurions donc affaire à une dysthyroïdie. Ces substances anormales sécrétées sont-elles vraiment déversées dans le sang, ou sont-elles simplement enmagasinées dans la glande ?

La quantité mise en circulation doit en tout cas être fort minime, car l'injection à des animaux de sérum de basedowiens ne produit pas d'accident spécifique (²).

La dysthyroïdie expliquerait aisément, aussi, le fait de la coexistence possible du myxœdème et du goitre exophtalmique chez le même malade.

Von Mehring est partisan d'une origine neuro-thyroïdogène ; de plus, avec de nombreux auteurs modernes, il soupçonne le thymus d'être souvent en cause. Nos observations personnelles nous font croire également que cet organe est un facteur étiologique beaucoup plus fréquent qu'on ne le suppose.

En faveur de cette théorie thymogène militent les faits suivants : Bircher d'Araau et plus tard Max Baruch (³) sont parvenus à produire chez des chiens un goitre exophtalmique passager en leur implantant dans le péritoine des fragments de thymus frais pris sur des opérés non basedowiens, et morts en cours d'opération.

En outre, si chez un basedowien on détruit, par un moyen quelconque, de façon plus ou moins brusque, le corps thyroïde, on obtient une aggravation plus ou moins brusque des symptômes et une série d'accidents plus ou moins graves. Ces effets ne se produisent pas quand, en même temps, on prend soin de détruire le thymus (⁴). La sécrétion de cet organe n'étant plus contrebalancée par celle de la thyroïde et se faisant seule sentir serait la cause de ces accidents.

Notons, de plus, l'existence d'un gros thymus constatée par la

---

(¹) Société de Neurologie, Paris, janvier 1914.

(²) JOURNAL DE PHYSIOLOGIE ET DE PATHOLOGIE GÉNÉRALE, 1911. E. Cley.

(³) Bircher d'Araau et Max Baruch. PRESSE MÉDICALE, 1912, pp. 158 et 656.

(⁴) PRESSE MÉDICALE, 1914, p. 126.

radiologie chez bon nombre de basedowiens (1) 22 à 33 %. Le fait de n'en pas découvrir aux rayons X ne permet pas, d'autre part, d'en nier l'existence, car il peut être très petit et nous savons par expérience que l'activité d'une glande n'est pas nécessairement en rapport avec le volume de celle-ci.

Il est à remarquer aussi qu'il existe des basedows sans aucune hypertrophie apparente de la glande thyroïde (2).

En outre, à l'autopsie, on trouverait presque toujours, chez ces malades, un thymus volumineux, au point de rendre assez fréquente, on le sait, la mort subite d'origine thymique, et présentant en outre tous les caractères de l'organe en activité (3).

Enfin l'enlèvement du thymus seul peut amener la guérison (4).

D'autres théories, moins généralement probables, mais qui en certains cas semblent bien être vraies, attribuent un rôle étiologique soit aux parathyroïdes (Clunet et Roussy), soit à l'hypophyse.

Nous savons peu de choses au sujet des causes qui prédisposent à la maladie de Graves. Le seul fait certain, c'est que la femme en est atteinte beaucoup plus souvent que l'homme, d'après nos observations personnelles, dans la proportion de 81,5 %. Dans les deux sexes la maladie survient d'habitude au cours de la période d'activité de la vie génitale : elle est exceptionnelle avant la puberté et rare après la ménopause. On a cependant cité des cas où le malade n'avait que 6 ou 14 ans (5). L'âge moyen de morbidité est : chez les femmes de 29 ans, chez les hommes de 34.

L'hérédité et les émotions influent certainement aussi. Il n'est pas rare, en effet, de voir des personnes de la même famille (notamment deux sœurs, comme le cas s'est présenté à nous), atteintes du même mal. De même il arrive de voir débuter brusquement la maladie à la suite d'une violente émotion. Au moment de la guerre survint chez plusieurs de nos malades ou une apparition de la maladie, ou, celle-ci à peu près guérie, une récidive que les émotions éprouvées alors ne contribuèrent pas peu, croyons-nous, à provoquer.

---

(1) Shultzen. — *Statistique personnelle.* (Voir en fin du travail).

(2) Lunnig et Schultess, *Maladies nerveuses.* — Cas personnels. (V. P. L.), 7 à 12 %.

(3) 75 à 95 % des cas. S. Lange, Cincinnati-Journal français de radiol. 1914. — *La mort thymique*, Pulawski. Presse médicale, 1920, n° 34.

(4) von Habere, Cappelle, Lenormand. Presse Médicale, 1914 : 14 observations.

(5) Raillut-Reims. *Société de Médecine des Hôpitaux.* Avril 1964. — Hougardy. *Société Médico-chirurgicale.* Liége, nov. 1912.

Le climat et les fatigues prédisposeraient également à cette maladie.

Anatomie pathologique : Les lésions constatées au cours d'autopsies ou de biopsies, sont peu importantes : A part une augmentation de volume, un adénome hyperplasique de la glande thyroïde, et, au début, une grande vascularisation de celle-ci, on n'a rien constaté de précis. Cependant d'après Roussy, qui a spécialement étudié la question de l'histologie du goitre exophtalmique, on pourrait toujours en reconnaître microscopiquement l'existence. Celle-ci serait notamment caractérisée par :

1° l'*homogénéité de la préparation* (égalité des acinis glandulaires) ;

2° sa *lobulation* (contrairement à la thyroïde normale) ;

3° l'*énorme prédominance de l'élément épithélial* sur l'élément conjonctif ;

4° la *pâleur de la substance colloïde* et souvent sa disparition au cours de la préparation ;

5° la présence de *follicules lymphoïdes* ;

6° l'existence de petits *nodules épithéliaux éosinophiles* (1).

On a souvent trouvé de la persistance du thymus, et parfois de la dégénérescence du grand sympathique et des noyaux bulbaires (2).

Nous n'avons donc pas de base anatomique certaine, ce qui est très regrettable pour le contrôle ultérieur de l'action des médicaments utilisés. Cependant Kocher a signalé chez les basedowiens une modification de la formule sanguine : hypoleucocytose avec hyperlymphocytose relative. *Leucopénie et lymphocytose* seraient donc, d'après lui, le critérium certain de la maladie, permettant avec la rapidité de la coagulation sanguine, d'exclure, avec certitude, toute cause d'erreur (¹).

---

(1) Dr G. Roussy, *Les lésions du corps thyroïde dans la maladie de Basedow.* Rapport au XXIVe Congrès de Neurologie Luxembourg (1914, Masson). Un des meilleurs travaux à consulter sur cette question.

(2) L. Lévy-Roussy et J. Clunet, *Société de Neurologie.* Paris, juin 1913.

Il y a certainement, comme nous l'avons constaté, une modification de la formule sanguine au cours de la maladie de Graves, mais n'existe-t-il pas d'autres états pathologiques ou purement nerveux, présentant la même formule ? Kocher n'agrandit-il pas de cette façon, démesurément, le cadre de la maladie ? Dans la plupart des cas nous avons pu examiner la formule sanguine de nos malades : voici ce que nous avons constaté : (²)

Il y a toujours une diminution du nombre des neutrophiles. Cette diminution peut être parfois très forte. Le nombre des lymphocytes est habituellement augmenté. Il en est de même des Monocytes, des Basophiles et des Eosinophiles. La présence en nombre assez considérable de ces deux dernières espèces de leucocytes est presque constante.

Symptômes : La maladie étant établie, il est classique de dire que les symptômes principaux sont au nombre de trois : *la tachycardie, le goitre* et *l'exophtalmie.* Nous croyons cependant qu'on devrait y ajouter quatre autres symptômes, tout aussi fréquents et importants à notre avis, portant ainsi à 7 le nombre des symptômes cardinaux de cette maladie ; ce sont : le tremblement, la transpiration, l'amaigrissement et l'hypertrophie cardiaque. Ces quatre derniers symptômes étant même souvent, avec la tachycardie, les seules manifestations des formes frustes. *L'hypertrophie cardiaque* surtout et principalement celle du ventricule gauche, est constante (³). Elle est, en général, plus marquée chez les femmes que chez les hommes. En moyenne, elle oscille, comme dimension, autour des 6/12 du diamètre de la cage thoracique, le cœur normal étant de 5/12. Peut-être cette hypertrophie n'est-elle que la conséquence de la tachycardie (quoique non en fonction de celle-ci) ou de la compression de la trachée par le corps thyroïde hypertrophié (⁴), mais sa constance est telle que c'est une

---

(¹) *Société Vaudoise de médecine.* Janvier 1913.

(²) *Sang normal :* Neutro 71 — Lympho 23 — Eo. 3 à 2
Mono 2 à 4 — Baso 1/2 — Cel. Plasm. ?...

(³) Voir plus loin : Examens cliniques des malades.

(⁴) Presse Médicale, 1913, p. 402.

grande présomption de ne pas se trouver en présence d'une maladie de Graves que de rencontrer un cœur normal chez un malade présentant pour le reste certains symptômes basedowiens. Il y a fréquemment aussi augmentation du volume de l'aorte et de la base des vaisseaux (1). Le changement de caractère, l'irritabilité du malade est également un fait presque constant.

Il est exceptionnel qu'un des symptômes manque dans un cas en pleine évolution. Mais il existe une grande variété de cas cliniques ne se développant pas entièrement, et dans lesquels l'un ou l'autre de ces symptômes peut manquer. C'est ce qui se passe dans les formes frustes, plus ou moins facilement reconnaissables.

Le *début* de la maladie peut être brusque et survenir à la suite, soit d'une émotion violente, soit d'un surmenage cardiaque (2). Habituellement, cependant, la maladie s'établit lentement, sans cause apparente. Le malade devient nerveux, irritable, transpirant facilement, se plaignant de palpitations cardiaques survenant pour un rien. Il n'est pas rare de voir le pouls battre couramment de 140 à 160 à la minute. Pendant le sommeil, tout au moins dans les débuts, la fréquence cardiaque reviendrait à la normale (3). En plus des palpitations, les malades se plaignent parfois d'angoisses, de douleurs, à la région précordiale. Le choc cardiaque est visiblement renforcé. On voit, à distance, battre les grosses artères. Le pouls est fort, malgré sa célérité. Celle-ci présente des variations fréquentes sous l'influence d'impressions morales ou de légers efforts. Le tracé du pouls indique une tension artérielle faible, il est parfois bondissant ou présente des irrégularités notables. En voici deux exemples : (voir page suivante fig. 1)

On retrouve le pouls capillaire entre autres à la rétine, au foie. Ces malades sont très émotionnables, rougissent pour un rien, présentent des urticaires, des œdèmes fugaces ou persistants, localisés principalement aux paupières, aux pieds, aux mains (¹). Plus tard il survient de la faiblesse, des irrégularités du cœur, de l'asthme, de la dyspnée cardiaques, de la péricardite, parfois, même, des lésions valvulaires. L'œdème des jambes est fréquent et peut se manifester même après peu de durée de la maladie. Il est un excellent indice extérieur de l'état du cœur.

---

(1) Sur 27 cas nous en avons noté 4 à début brusque, soit 14,8 °/o.

(2) Voir cas n° 25.

(3) Chez l'adulte normal l'ombre de la base des vaisseaux ne dépasse pas 8 cm., ici elle atteint souvent 12 cm. En oblique son diamètre est de 3 cm. et ici on trouve souvent 4-6, parfois 8 et 9. Folley, *La crosse de l'Aorte dans le G. Ex.* C. R. AC SC. 11-2-18.

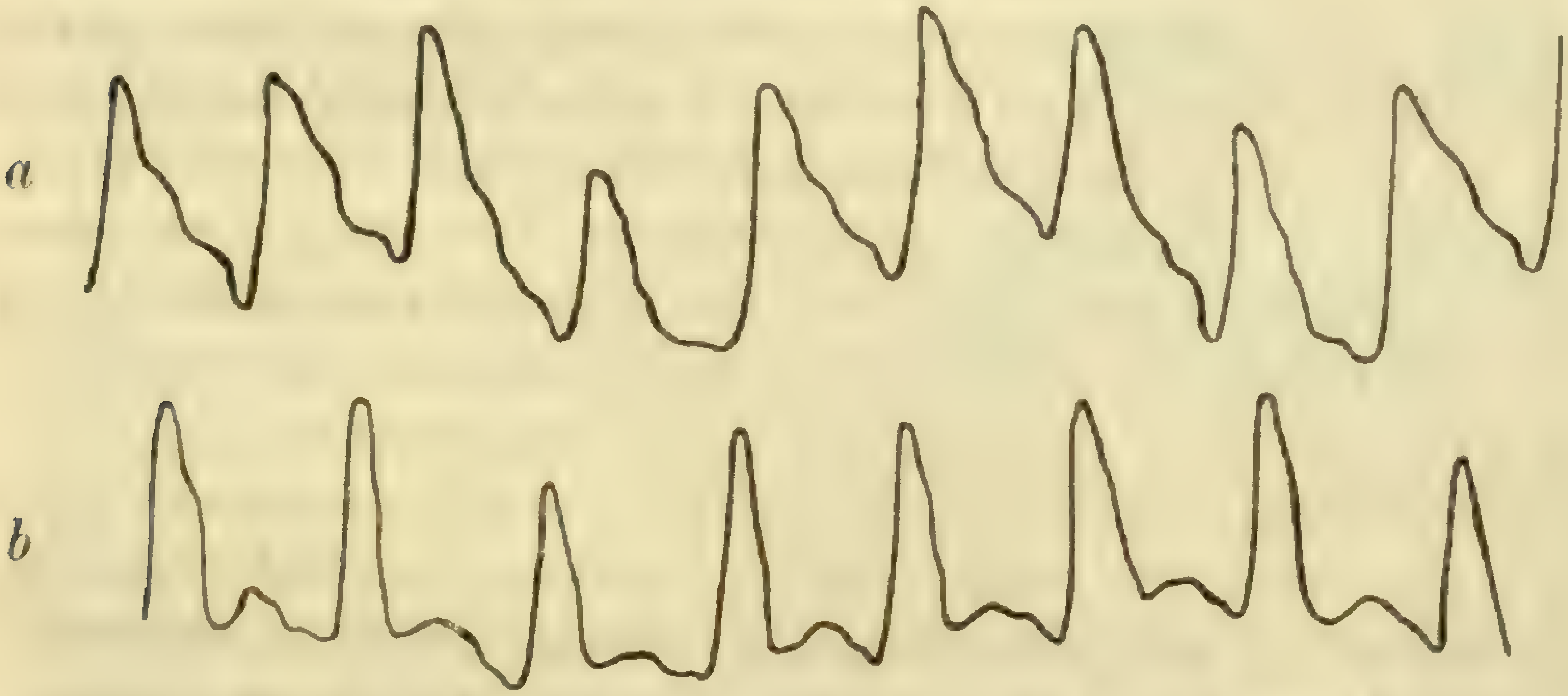


Fig. 1. — Tracés sphygmographiques du pouls huméral des malades des observations
a n° 11,
b n° 12.

Après les symptômes cardio-vasculaires le phénomène le plus fréquemment observé est l'apparition d'un *goitre* (92,6 °/₀ des cas). Le volume de celui-ci n'est pas, lui non plus, régulièrement en rapport avec l'intensité des symptômes. Au toucher ce goitre présente une sensation spéciale : il est mollasse, chaud, trés vascularisé et souvent animé de battements artériels. Il est parfois unilatéral (dans 8,8 °/₀ des cas).

En ordre de fréquence, après le goitre, vient *l'exophtalmie* (66,6 à 81,5 °/₀), mais dans l'ordre d'apparition c'est souvent la première particularité constatée par le malade. Comme les autres symptômes, d'ailleurs, cette exophtalmie apparaît habituellement petit à petit, mais elle peut aussi survenir brusquement et souvent alors c'est à la suite d'une émotion morale, d'une frayeur, d'une

---

(¹) Une simple friction de la région du cou provoquerait, selon Maranon, un érythème beaucoup plus prononcé là que sur les régions voisines (87 °/₀ des cas). Serait dû à des phénomènes sympathiques.

colère vive, d'un saisissement. Elle peut être assez notable et aller, dans certains cas, dit-on, jusqu'à la luxation de l'œil. Il est exceptionnel qu'elle ne soit pas symétrique.

Il existe en outre habituellement une cessation de concordance entre les mouvements d'abaissement du globe oculaire et ceux de la paupière supérieure. C'est le signe de De Graefe. Chez plusieurs de nos malades nous avons noté la rareté du clignotement des paupières, symptôme décrit par Stellweg. Parfois certains malades présentent du nystagmus, latéral surtout. Ce dernier symptôme a rarement été signalé, quoique dans certains cas il soit d'une grande netteté. Il serait simplement pour l'œil l'équivalent du tremblement pour le reste du corps (²).

Pour peu que la saillie du globe oculaire soit forte, les paupières, surtout pendant le sommeil, n'arrivent plus à protéger la cornée : une conjonctivite, une kératite et une ulcération de la cornée seraient possibles de ce fait. Nous devons cependant remarquer que nous n'avons jamais observé d'inconvénient de cette nature. Il existe parfois aussi un certain degré d'insuffisance de convergence, de strabisme, que presque toujours (cas n° 8) le malade peut encore corriger volontairement, au moins dans les débuts.

En combinant ces divers symptômes oculaires on s'expliquera aisément le regard tout à fait spécial que présentent ces malades : les yeux saillants, brillants, la fente palpébrale agrandie, le regard perdu dans le vague, ils ont une physionomie inoubliable pour ceux qui l'ont contemplée une fois. (Voir planche, fig. 2).

Au point de vue nerveux, les basedowiens présentent une série de troubles plus ou moins variables. Certains sont des plus manifestes et des plus constants, tels le tremblement et l'agitation. Le *tremblement* qui est un des principaux symptômes de la maladie de Graves, se remarque tout d'abord aux mains où, d'ailleurs, il reste le plus accusé. Il est assez rapide, régulier, gênant considérablement le malade. Tous les membres peuvent en être atteints. Outre ce symptôme, on rencontre fréquemment de l'irrita-

---

(¹) Galma, PRESSE MÉDICALE, 1912, p. 245.

(²) Paul Sainton, *Société de Neurologie*, Paris, 1913. — Voir cas personnels.

bilité, de la variabilité d'humeur, et parfois de la parésie des jambes, des anomalies psychiques, peut-être aussi des manifestations hystéroïdes ou épileptoïdes. L'*insomnie* est fréquente et, tout en épuisant les malades, les affecte péniblement.

Régulièrement aussi ces malades *transpirent* facilement, au moindre effort. Ils ont constamment la peau moite. Celle-ci donne une sensation particulière qui, jointe au tremblement ressenti, est tout à fait spéciale. La sueur étant un liquide salé, bon conducteur de l'électricité, la résistance de la peau de ces malades au courant électrique est fortement diminuée.

Presque toujours les basedowiens se plaignent de sensations de chaleur, rarement nous avons rencontré l'inverse, mais alors ce dernier symptôme pouvant être considéré comme l'indice d'une tendance au myxœdème concomittant, il faudra rechercher avec soin tous les symptômes d'hypothyroïdisme (¹).

L'appareil digestif, lui aussi, est presque toujours atteint. Dans les cas à allure un peu aiguë, il y a des vomissements, des nausées, de la diarrhée. Fait curieux, ce sont les mêmes troubles que nous reproduisons avec une plus ou moins grande intensité lorsque par l'un ou l'autre moyen nous détruisons ou enlevons trop brusquement une grande partie de la glande thyroïde chez un porteur de goitre exophtalmique. Peut-être sont-ils dus à de l'hyperthymisme. Dans les cas graves il se produit également de la glycosurie alimentaire. La perte de l'appétit est fréquente chez la plupart; dans les bons cas cependant l'appétit est exagéré chez tous. Dès le début, il se produit de l'*amaigrissement* (95 °/₀) qui peut atteindre un degré notable et qui, dans les mauvais cas, peut même aller à l'extrême. Dans ces cas toutefois il est masqué en partie par les œdèmes concomittants.

Des anémies graves peuvent survenir. Il n'est pas non plus rare, de rencontrer de la fièvre, principalement dans les phases aigües de la maladie (²).

L'examen radiologique nous renseigne sur le degré de dilatation et *d'hypertrophie du cœur,* la précipitation de ses battements, et,

---

(¹) Observation, n° 3.

(²) Voir observations.

parfois, son véritable affolement. Le volume de cette hypertrophie n'est pas toujours en rapport avec les autres symptômes, même de la tachycardie ou de la durée apparente de la maladie [1]. Il nous révèle également l'*existence fréquente chez ces malades d'une ombre rétro-sternale anormale* ne pouvant, la plupart du temps, être attribuée qu'au thymus, ainsi d'ailleurs que l'autopsie nous le confirme. (A la radio de 22,2 à 34,3 % des cas, à l'autopsie 75 à 95 %.)

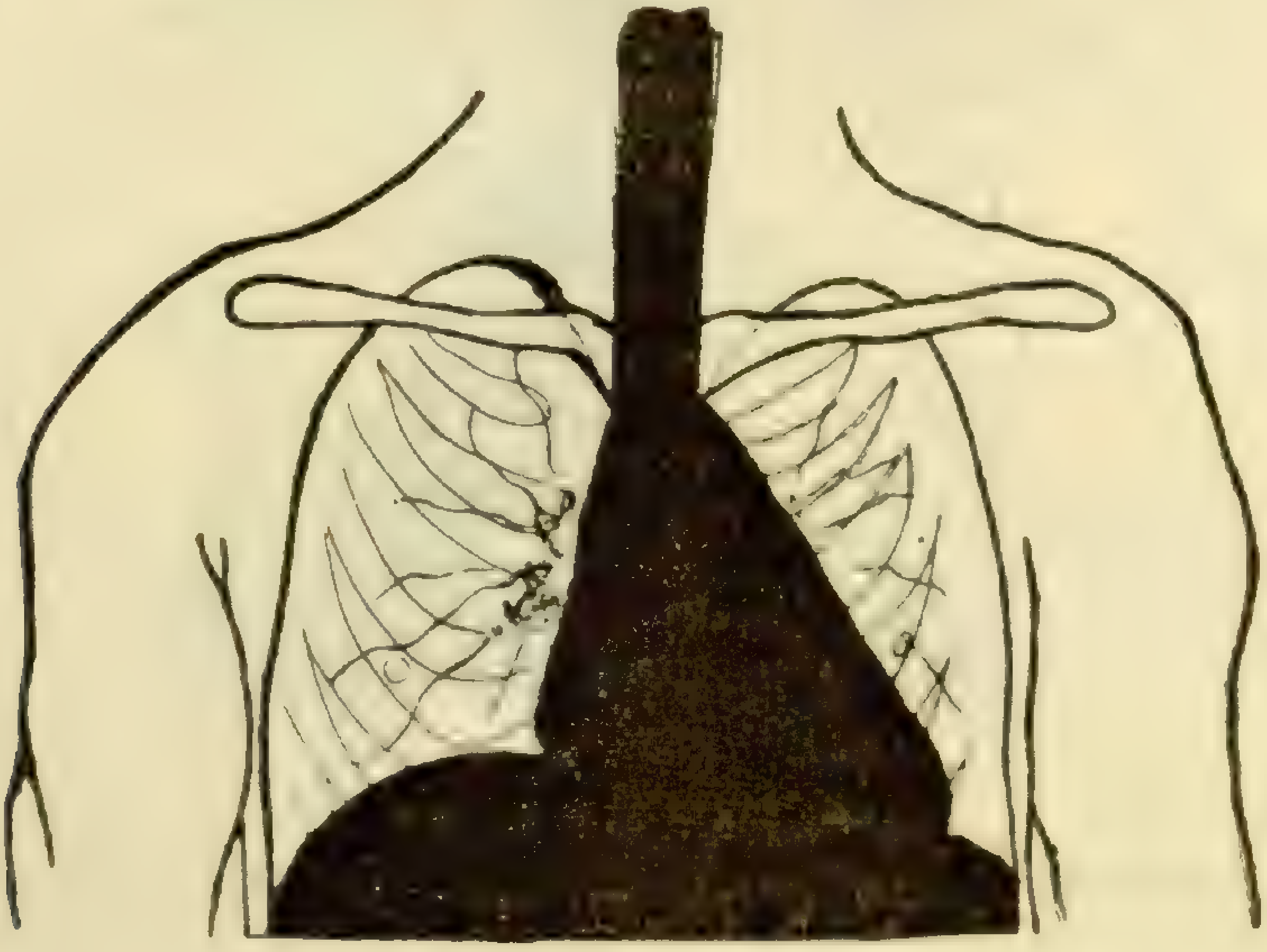


FIG. N° 3.

Images cardiaques au cœur de la *Maladie de Basedow*. Graves.
Cas n° 11 (fréquent). — Insuffisance mitrale et dilatation ou hypertrophie cardiaque.

A côté des cas typiques et facilement reconnaissables pour qui veut songer à l'existence du syndrome basedowien, existent un nombre assez considérable de formes frustes, ne présentant que certains symptômes et partant parfois difficiles à dépister.

D'autre part, des goitres ordinaires peuvent, à un moment donné, sous l'influence de causes peu connues, et peut-être les mêmes que celles que nous avons étudiées plus haut, se transformer en goitres exophtalmiques; on les dit alors « basedowifiés ».

---

(1) Cas n° 12 : symptômes légers, cœur très hypertrophié et œdème des jambes assez notable.

Des cancers thyroïdiens au début pourraient également évoluer de la sorte, et être causes d'erreurs de diagnostic.

En marge de ces formes existe encore une autre série comprenant des cas tellement légers et d'allures si peu précises, qu'ils se rapprochent plus des simples états nerveux que d'un état pathologique. Ce sont les basedowides de Stern.

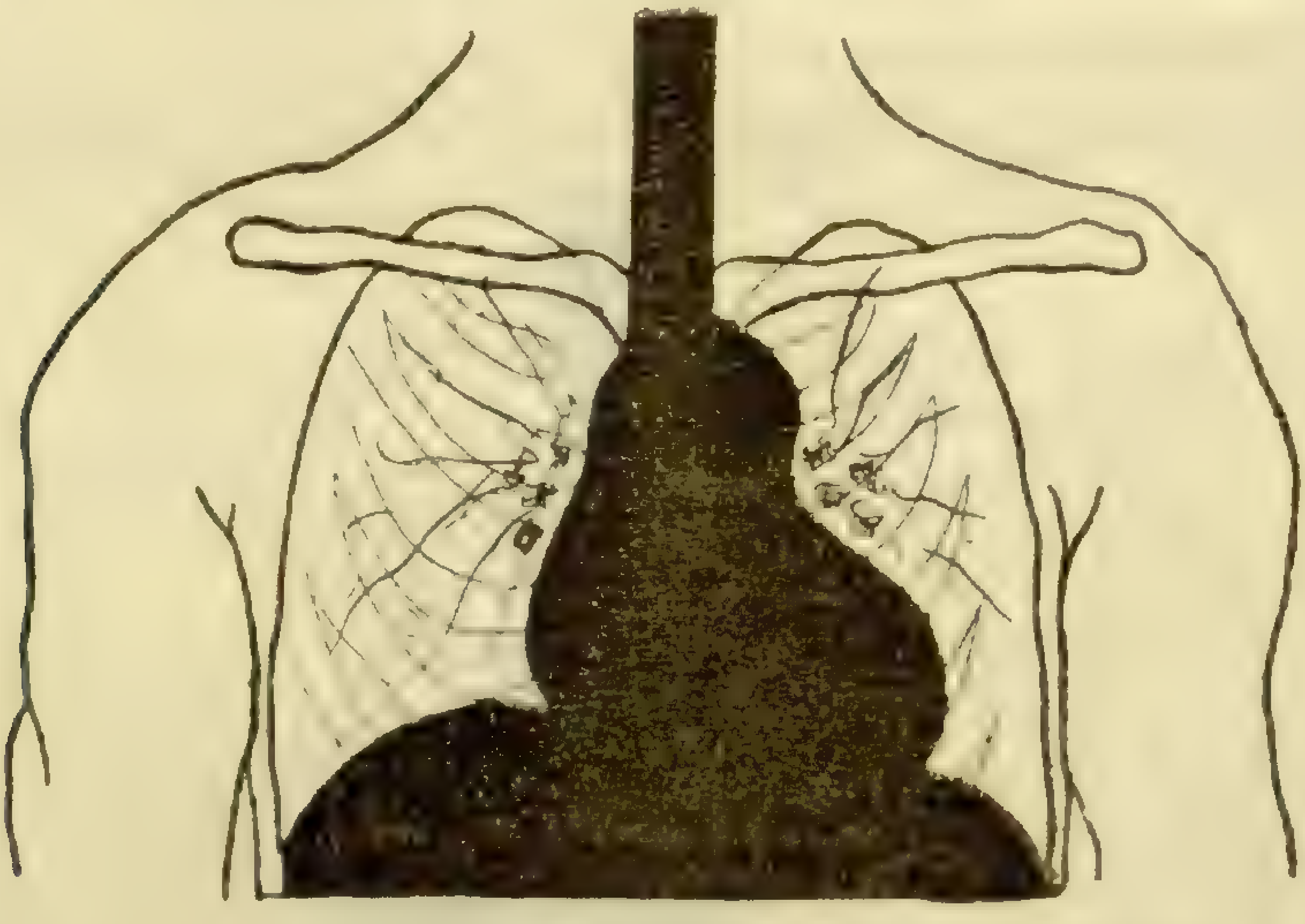


Fig. n° 4.

Cas n° 19. — Cœur aortique. Augmentation de volume de l'ombre ventriculaire.

Il est important de reconnaître à laquelle de ces cinq formes :
1°) Goitre exophtalmique simple ;
2°) Formes frustes ;
3°) Goitre basedowifié ;
4°) Cancer thyroïdien basedowifié ;
5°) Basedowides de Stern,
se rattache un goitre exophtalmique donné, car, comme nous le verrons tout à l'heure, le traitement n'est pas identique pour toutes.

Pour reconnaître avec certitude si on a affaire à une maladie de Graves réelle ou à une autre maladie quelconque s'en rapprochant, l'examen du sang sera des plus utile. Nous avons vu plus haut que dans le basedow la formule sanguine était modifiée. Eh bien ! si à un de ces malades douteux, nous faisons, avec prudence, absorber de la thyroïdine, après lui avoir déjà examiné le sang une première fois, nous verrons sa formule se transformer :

chez le basedowien l'anomalie va s'accentuant, la thyroïdine lui ayant fait du tort, tandis que chez le myxœdémateux le résultat sera inverse.

Évolution. — Des cas aigus, typiques, peuvent aboutir en quelques mois à la mort par de grands symptômes cérébraux, de l'insuffisance cardiaque, de la fièvre, de la pneumonie. Ces cas sont rares heureusement (3,7 % des cas traités). Habituellement la marche de la maladie est plus ou moins chronique. Celle-ci peut durer des années. On a cité des cas persistant pendant quinze à vingt ans. Au cours de cette durée il y a des périodes de répit et d'amélioration, alternant avec des moments d'exacerbation, de cachexie.

Le terme normal est une guérison relative. Dans certains cas, surtout vers la fin ou lorsque la maladie dure depuis assez longtemps, des symptômes de myxœdème peuvent coexister avec les manifestations les plus nettes de goitre exophtalmique (cas n° 3). Il est parfois difficile alors de démêler ce qui revient à l'un ou à l'autre syndrome et la situation du médecin devant la conduite à tenir peut devenir embarrassante. Ces troubles seraient dus à la dégénérescence seconde du corps thyroïde. Ils consistent habituellement en bouffissure de la face, des sensations de froid, et principalement des phénomènes rhumatoïdes. Ces derniers sont loin d'être rares (avant le traitement : 11,11 %, après le traitement : 18,50 %) et se montrent parfois dès de début de la maladie. Anatomiquement on constate dans ces cas des lésions d'arthrite chronique déformante (1). Il semble d'ailleurs y avoir une certaine relation entre le corps thyroïde et le rhumatisme chronique. Ce dernier provoque en effet également des lésions thyroïdiennes (2) et personne n'ignore la forme thyroïdienne du rhumatisme.

---

(1) Cas n° 3.

(2) *Lésions Thyroïdiennes dans le Rhumatisme chronique* — Aubertin et Pascano. — Presse Médicale, 1913.

1° Sclérose plus ou moins notable avec grosses lésions vasculaires.

2° Aplatissement de l'épithélium dans un grand nombre de vésicules.

3° Basophilie de la colloïde en de nombreuses vésicules.

4° Dégénérescence kystique de la glande lui donnant en de nombreux points l'aspect du goitre colloïde.

Pour Aubertin, la glande thyroïde présente dans le rhumatisme chronique des altérations scléreuses du type cicatriciel avec signes manifestes d'hypofonctionnement glandulaire.

Chez les femmes les troubles de la menstruation sont fréquents (aménorrhée) ; ils marchent de pair avec la maladie, s'aggravant, s'amendant avec elle (si, bien entendu, l'âge de la malade le permet). Il en est parfois de même des douleurs et des lésions articulaires ; plus souvent, comme nous l'avons observé nettement dans un cas (v. n° 3), il semble y avoir antagonisme entre eux : les troubles articulaires augmentant quand les symptômes basedowiens s'améliorent.

Une grossesse survenant au cours de l'évolution d'un goitre exophtalmique en amende habituellement les symptômes pour tout le temps de sa durée et le début de l'allaitement. Plus tard la maladie reprend son cours un instant interrompu. L'histoire de deux de nos malades est un exemple typique de ce phénomène (cas n^os^ 3 et 23) (¹). C'est un des faits qui ont été le plus invoqués par les gynécologues pour attribuer aux organes génitaux la cause de la maladie.

Après traitement la terminaison habituelle est la guérison, ou plutôt une espèce de compromis qui semble s'établir entre le malade et la maladie. En effet, sauf dans les cas légers et ceux dont l'évolution n'a pas été longue, le retour à l'état normal est impossible car, la maladie elle-même fût-elle entièrement terminée, il en reste certains produits qui, eux, peuvent d'autant moins disparaître que la maladie a duré plus longtemps : un certain degré d'exophtalmie, une hypertrophie apparente du corps thyroïde, l'hypertrophie du cœur, et surtout l'intoxication du myocarde se traduisant par de l'éréthisme cardiaque et un certain degré de tachycardie (²). Cependant ces symptômes s'amendent encore des années après la guérison (³).

Le goitre exophtalmique est à distinguer de la tachycardie essentielle et de certaines névroses vaso-motrices paraissant indépendantes du corps thyroïde.

Il faut également songer à éliminer la paralysie agitante, l'empoisonnement par l'iode (iodisme aigu) et l'excès de thyroïdine

---

(¹) Bouffé de S^t^-Blaise, *Société d'Obstétrique et de Gynécologie*. — Paris, mars 1912.

(²) Mœbius, *Die Basedowsche Krankh.* Vienne, 1906.

(³) Voir observation.

dans le goitre ordinaire. Toutefois dans ce dernier cas il n'est pas rare de voir à la suite de cet accident s'établir un basedow réel.

Dans certains cas le diagnostic différentiel est très difficile. Il faut recourir à tous les moyens possibles d'examen, surtout à l'examen du sang, et à l'épreuve à la thyroïdine. Des auteurs, peu partisans de la généralisation de la théorie sanguine de Kocher, ont tâché de trouver un autre moyen de diagnostic. Henri Claude(¹) prétend avoir trouvé un test biologique capable de décider si on a réellement affaire à un syndrome basedowien ou non : il injecte à ses malades de l'extrait du lobe postérieur de l'hypophyse. Il assure que dans le goitre exophtalmique il se produit alors, durant un quart d'heure à une demi-heure, une diminution transitoire de la tachycardie et un abaissement manifeste de la tension sanguine.

Traitement. — Le traitement variera naturellement d'après l'idée que chacun se fait de l'étiologie de la maladie. Quelle qu'elle soit, les efforts tendront à supprimer la cause et, accessoirement, à calmer les symptômes.

Le critérium pour constater une amélioration au début est la diminution de la tachycardie et l'augmentation du poids.

Les partisans de l'origine nerveuse conseillent l'électrisation du pneumo-gastrique, afin de diminuer l'irritabilité de ce nerf. On utilise le courant faradique appliqué, jusqu'à production de contractions musculaires faibles pendant 5 minutes environ, sur les paupières pour les globes oculaires, sur la partie supérieure de la carotide pour les ganglions cervicaux du sympathique, sur le goitre lui-même, pour le corps thyroïde et sur la région précordiale. Dans les trois premières applications le pôle positif sera relié à l'électrode indifférente placée dans le dos du malade, tandis que le négatif sera raccordé à l'électrode tampon. Pour la faradisation cardiaque on fera l'inverse. On peut aussi recourir à la galvanisation du goitre : après avoir faradisé les yeux, les ganglions cervicaux et la région du cœur, on applique sur le goitre un large tampon épousant sa forme et relié au pôle négatif d'une source de courant galvanique. On fait ensuite durant 15 à 20 mi-

---

(¹) *Société de Neurologie.* Paris, juin 1913.

nutes passer le courant qui sera poussé jusqu'à 30 à 40 milliampères. Les applications ont lieu par séries de douze jours consécutifs répétées toutes les quatre semaines environ, pendant une durée de trois à quatre mois. Après une dernière série faite 5 à 6 mois après, la guérison serait habituellement obtenue (¹).

Dans le même ordre d'idées, mais par des procédés plus radicaux, des chirurgiens conseillent et pratiquent l'enlèvement du ganglion cervical supérieur du sympathique. C'est le procédé de Jaboulay et de Poncet. Mais cette ablation constitue une opération grave donnant 20 °/₀ de morts (²). Quand elle réussit, elle agit surtout sur l'exophtalmie et le goitre, et peu sur la tachycardie.

Les partisans de l'origine génitale ou ovarienne donnent à leurs malades de l'ovarine, s'ils croient à de l'insuffisance. (Chez deux des nôtres cette médication semblait améliorer les symptômes articulaires, mais paraissait sans action sur le surplus). S'ils croient à de la suractivité, ils ont, avec certains chirurgiens, voulu enlever la cause et ont, dans ce but, pratiqué l'ovariotomie, ou même la castration totale. Une de nos malades (cas n° 5) avait cependant, antérieurement à sa maladie, subi cette opération : elle fut malgré cela atteinte d'un goitre exophtalmique des plus caractérisés. Deux autres de nos malades se firent ovariotomiser malgré nos conseils (cas nᵒˢ 6 et 23). Les résultats ne furent guère brillants : la mort après quelques jours de forte excitation ayant nécessité la camisole de force dans un cas, et une amélioration nulle et plutôt même négative tout au moins dans les premiers temps, dans le second (³).

D'après des résultats de même nature, obtenus par d'autres, nous pouvons affirmer que la castration est, dans la maladie de Basedow, une mauvaise opération qui souvent fait plus de mal que de bien.

D'autres, moins radicaux, ont fait consister tout le traitement en cautérisations du col et en curettage de la matrice, utilisant

---

(¹) Vigouroux, Pfeffer, Beaune, Nogier, Joffroy, Achard. — JOURNAL FRANÇAIS DE NEUROLOGIE.

(²) Gaston Lyon. — *Clinique Thérapeutique.*

(³) Dans ce dernier cas il s'est cependant ultérieurement produit une notable amélioration.

ici, sciemment ou non, une forme de suggestion pour guérir ce qu'il y a de nerveux dans cette maladie.

Ces interventions vont à l'encontre de la théorie qui tend de plus en plus à donner une étiologie pluriglandulaire à la maladie désignant le corps thyroïde et le thymus comme étant les plus souvent en cause, et de la clinique qui, en règle générale chez ces malades, constate de l'hypo-ovarie.

Aussi ne sont-elles évidemment pas à conseiller. C'est pour ce motif également que nous avouons être franchement hostile à la castration, sans compter qu'il y a déjà malheureusement assez de motifs sérieux de pratiquer cette triste mutilation, sans encore aller l'exécuter sur la foi d'une hypothèse aussi problématique.

La théorie thyréogène, également, a ses deux grandes catégories de thérapeutes : les médecins et les chirurgiens.

Le traitement médical ici est intéressant : il est basé sur l'idée de fournir de toutes pièces à l'organisme défaillant des contrepoisons capables de neutraliser les produits thyroïdiens sécrétés en excès. Cette idée revient à Mœbius qui a imaginé le sérum antithyroïdien qui porte son nom. C'est du sérum de chèvres ou de moutons thyroïdectomisés. On le donne par la bouche en dose de 10 à 15 gouttes trois fois par jour. On augmente tous les jours de 5 gouttes jusqu'à usage de 90 à 100 gouttes par jour. Ensuite on diminue lentement. On peut également l'administrer sous forme de comprimés.

Ce traitement semble très bien conçu, ne provoque pas d'accident, et paraît, dans certains cas, donner de bons résultats.

Dans le même ordre d'idées existent actuellement des comprimés de lait de chèvres thyroïdectomisées.

A la réflexion on comprendra cependant que si cette médication peut être efficace dans les cas de surproduction des produits normaux de la glande, dans le cas d'hyperthyroïdisme pur, elle ne peut absolument rien si, ainsi que cela semble bien être le cas la plupart du temps, on a affaire à du dysthyroïdisme, et si le corps thyroïde altéré n'envoie plus dans le sang que des produits anormaux pathologiques, de vraies toxines thyroïdiennes.

Les chirurgiens ont proposé tout d'abord la ligature des artères thyroïdiennes, puis, devenus plus hardis, l'enlèvement pur et simple du goitre, assimilé à une tumeur maligne. Faite pour la première fois, avant 1880 par le chirurgien anglais Watson, introduite en France par Dolbeau et Ollier, vulgarisée par Tillaux, cette opération est actuellement pratiquée fréquemment. C'est principalement Kocher de Berne qui en est pour le moment le grand défenseur. Il enlève une partie de la glande et fait la ligature des artères du fragment restant. Les statistiques de Kocher même sont très belles, mais peut-être par sa théorie sanguine élargit-il de façon démesurée le goitre exophtalmique, ce qui expliquerait qu'entre ses mains cette opération paraisse assez bénigne. Les autres opérateurs donnent habituellement des résultats beaucoup moins encourageants. D'autre part, si on ne fait que la ligature des artères thyroïdiennes, le goitre diminue bien de volume, mais les autres symptômes ne s'amendent guère (¹).

Quoique ici non plus, pour les motifs indiqués plus haut, on ne puisse parler de guérison lorsque l'opération « réussit », les résultats sont excellents et surtout rapides. Mais tant s'en faut que l'opération réussisse toujours. Tout d'abord, en elle-même, celle-ci est déjà une intervention sérieuse, car tout en n'opérant que des cas de gravité moyenne, il y a encore 6 à 12 °/o de morts (²). Dans les cas graves la mortalité monte au delà de 30 °/o. La mort a presque toujours lieu, soit sur la table d'opération, soit peu d'heures après, au milieu d'un cortège d'accidents spéciaux. Ceux-ci éclatent, d'ailleurs, avec une intensité variable chez la plupart des opérés. Ce sont de grands symptômes cardiaques, du collapsus, de l'œdème pulmonaire, l'arrêt de la respiration, de la fièvre, des vomissements, de la diarrhée, bref, une exacerbation plus ou moins forte et plus ou moins longue de tous les symptômes préexistants. Ces accidents seraient dus, pour la partie qui n'est due qu'à la simple faiblesse cardiaque, soit à l'enlèvement involontaire des

---

(¹) Au sujet de la méthode à employer dans la cure du goitre exophtalmique les chirurgiens sont fortement divisés entre eux : l'un conseille de ne lier que les artères, l'autre de les lier comme stade préalable à l'extirpation, un autre encore d'enlever le corps thyroïde en 2 ou 3 fois, ou encore de ne jamais lier les artères, de ne laisser que juste ce qu'il faut. T. P. Dembill, British Journal of Surgery, n° 26, octobre 1919.

(²) 7,7 °/o pour le D^r Roussy. (Rapport au XXIV^e Congrès Neurologiste, 1914. Luxembourg.)

parathyroïdes, soit, plus probablement, à la prédominance momentanée du thymus (mort thymique). Aussi est-il exact de dire que « le vrai basedowien, au cœur tremblant, ne doit être manié chirurgicalement qu'avec les plus grandes précautions » (1).

Négligeant ces accidents et ne considérant que l'opération, le chirurgien a deux écueils à éviter : et il lui est bien difficile de les éviter également l'un et l'autre. S'il enlève une trop grande partie de la glande, le résultat le plus certain après les suites opératoires est un myxœdème plus ou moins prononcé, survenant plus ou moins rapidement, parfois seulement un an après, et rendant le malade au moins aussi malheureux, si pas plus qu'auparavant (2).

D'autre part, si en laissant, comme il faut le faire, une partie de la thyroïde, le chirurgien en enlève trop peu, la partie restante a tôt fait de s'hypertrophier par compensation physiologique et ainsi, presque fatalement, l'état maladif redevient bientôt ce qu'il était antérieurement, et tout est à recommencer.

Or il est impossible de préciser exactement la quantité d'organe à laisser en place, puisque, outre le mécanisme intime de la maladie, nous ignorons dans quelle proportion chaque partie de la glande y participe, d'autant plus que le volume de la glande n'est pas toujours en rapport avec l'activité de ses cellules.

Aussi après l'opération les récidives sont-elles fréquentes. C'est pour éviter cette hypertrophie que Kocher lie les artères de la partie restante, mais ce n'est là, la plupart du temps, que reculer l'échéance.

Au cours de l'opération il faut aussi éviter de léser les parathyroïdes, pour se garder des accidents qui résultent de leur destruction, principalement de la tétanie.

Il semble donc que l'opération, excellente dans le goitre simple, soit surtout indiquée dans le goitre basedowifié, principalement dans les cas où celui-ci, par son volume, détermine des accidents de compression. Elle est seule indiquée dans le cancer basedowifié.

---

(1) Vulliet, *Société Vaudoise de Médecine*, janvier 1913.

(2) Sur trois malades que nous avons vues après opération, bien faite cependant, deux étaient atteintes de myxœdème, l'un très fort, l'autre moyen. Par contre, nous avons actuellement en traitement deux malades opérées par ligature des artères ; chez aucune des deux il n'y a eu le moindre résultat. D'après Buissand, sur plusieurs centaines de thyroïdectomies, on n'aurait noté que trois à quatre fois la disparition de l'exopthalmie.

Mais la théorie attribuant au thymus une part importante dans la genèse du goitre exophtalmique, devient de plus en plus vraisemblable. Il est donc naturel qu'on ait été tenté d'appliquer à cette glande les traitements déjà usités pour la thyroïde. A notre connaissance, on n'a cependant pas encore eu recours à des injections de sérum antithymique. Cette conception nous semble cependant intéressante, et il y aurait certainement un essai à faire dans ce sens, ou, mieux encore, en associant antithyroïdine et antithymine, ou plutôt sérum antitoxique thyroïdo-thymique.

C'est en se basant sur la fréquence de la constatation d'un gros thymus chez les basedowiens au cours des examens radiologiques et des autopsies que certains chirurgiens ont enlevé le thymus en même temps que la thyroïde ([1]). Ils ont remarqué que dans ces cas les accidents spéciaux, l'aggravation qui accompagnent habituellement la thyroïdectomie, ne se produisaient pas.

Voyant cela, quelques opérateurs ont été plus loin encore, et se sont contentés d'enlever seulement le thymus ([2]). Les résultats semblent bien avoir été bons.

Malheureusement, au simple point de vue de l'acte chirurgical, la thymectomie est une opération plus délicate et plus grave encore que la thyroïdectomie simple, et nous craignons fort qu'elle ne se fasse guère admettre en pratique.

Un autre moyen de détruire la glande thyroïde sans recourir au procédé chirurgical, nous est donné par la *radiothérapie*. C'est un moyen terme, ayant à la fois les avantages de la chirurgie, puisqu'il détruit la glande, et de la médecine. Par ce moyen on ne présume en outre rien de la nature même de la maladie et son application est aussi aisée à la thyroïde qu'au thymus.

Ce traitement est certes, ainsi que nous l'allons voir, l'idéal dans la plupart des cas.

Nous savons tous que les tissus vivants sont sensibles aux rayons X et peuvent être détruits par eux. Nous savons aussi que

---

([1]) Haberer, CONGRES DE CHIRURGIE, 1914, Berlin.

([2]) Lenormand, PRESSE MÉDICALE, 1914, pp. 126. — JOURNAL DE RADIOLOGIE FRANÇAIS, 1914, pp. 274.

cette destruction est régie par une loi fondamentale sur laquelle est basée toute la radiothérapie. Cette loi est bien établie à l'heure actuelle (1) et montre *qu'un tissu est d'autant plus sensible aux rayons X que les cellules qui le composent sont plus jeunes, en voie de prolifération plus active, ou d'activité plus grande.* Avant d'être détruites les cellules passent par un stade d'excitation, et puis d'inhibition. En réglant convenablenent la dose on peut en rester à l'un quelconque de ces stades.

Or ici les organes en cause étant certainement en très grande voie d'activité, normale ou pathologique, primitive ou secondaire, peu importe, tombaient sous l'application de cette loi et devaient attirer l'attention et tenter les expérimentateurs.

Acchioté, le premier, remarqua, par hasard, l'action des rayons X sur le corps thyroïde : traitant, pour hypertrichose du menton, une jeune fille par la radiothérapie, il obtint un myxœdème des plus nets, accompagné de rhumatisme dysthyroïdien. Le tout s'améliora par un traitement à la thyroïdine.

Depuis, Courtade eut un cas analogue après traitement d'adénites cervicales. Williams, le premier, obtint en 1902 un résultat favorable chez un basedowien. Peu après Beck (2) cherchait à améliorer deux anciennes opérées de thyroïdectomie partielle qui n'avaient pas subi de changement dans leur état. L'un de ces cas fut entrepris un an après l'opération, l'autre immédiatement après cicatrisation. Ce furent deux succès.

Depuis un grand nombre d'observateurs, Williams, Hischl, Freund, Bergonié, Speder, Holland, Pierre-Marie, Clunet, Raulot-Lapointe... sont venus apporter leur témoignage à l'appui de la nouvelle médication.

Des auteurs ont prétendu que les rayons X étaient sans action sur des organes tels que la glande thyroïde, et que celle-ci, après irradiation, ne présentait aucune modification (3). Cette thèse eût pu, à la rigueur, être soutenue il y a quelques années, lorsqu'on ne parvenait pas encore à faire agir les rayons X dans la profondeur, mais maintenant, depuis l'apparition de la radiothérapie profonde, elle n'est plus défendable. Elle est, de plus, évidemment erronée et méconnaît tous les travaux publiés à ce sujet : C'est Clunet qui, par des expériences sur le rat, démontre que les rayons X à dose suffisante provoquent une maturation cellulaire accélérée, comprenant la totalité des cellules reproductrices d'un tissu, si bien que ces cellules meurent avant d'avoir pu se reproduire.

---

(1) Loi de Bergonié et Tribondeau.

(2) JOURNAL DE RADIOLOGIE, 1908, n° 7.

(3) Franz Rave, ZEITSCHR. F. RŒNTGENKUNDE, vol. XIII, fasc. 2, 3, 1911.

Ce sont Zimmern, Battez et Dubus qui par leurs expériences sur le lapin reproduisent des troubles analogues à ceux de l'éthyroïdisation et montrent à l'évidence que dans un corps thyroïde suffisamment irradié l'épithélium glandulaire disparaît presqu'entièrement, qu'il ne reste plus que le squelette fibreux, les vaisseaux et quelques blocs de matière colloïde (1).

Prétendre le contraire c'est ignorer l'histoire même de la découverte de la radiothérapie du basedow et des accidents du début, entre autres celui de Bergonié qui traitant trop longtemps un goitre exophtalmique obtint du myxœdème, accidents qui peuvent encore se produire maintenant, mais avec moins d'intensité (cas n° 3). C'est ignorer toute la pratique radiologique, tous les résultats acquis qui s'insurgent contre cette opinion et démontrent la réalité de l'action des rayons X sur la thyroïde.

Douter de cette action c'est ignorer l'obtention fréquente, par une dose massive de rayonnement appliqué sur la thyroïde, d'une série de symptômes rappelant entièrement, mais avec moins d'intensité, les accidents survenant après l'opération, accidents causés soit par excès de destruction de la thyroïde provoquant une trop grande résorption de toxines par l'organisme, soit par hyperthymisme (v. cas nos 5, 23 et 25).

Nous pouvons être tout à fait certains d'obtenir par les rayons X, dans un cas donné, mais d'une façon lente, douce, progressive, des résultats identiques à ceux que donnerait l'intervention chirurgicale, avec, en moins, les notables dangers de l'opération, parce que nous pouvons atrophier, détruire *in situ* sans lésion de la peau, le tissu glandulaire sous-jacent, et transformer celui-ci en tissu fibreux cicatriciel. (C'est le reproche que lui adressent précisément certains chirurgiens). Et cela au point que nous pouvons affirmer que là où échoue un traitement radiothérapique bien conduit, échouerait également la thyroïdectomie, dans ce cas, en effet, un autre organe que le thymus ou la thyroïde devant être en cause.

---

(1) Zimmern, B. et D. Congrès pour l'avancement des sciences, 1911.

Avec Pierre-Marie, Clunet, Raulot-Lapointe, nous croyons que « la plupart des insuccès attribués à la radiothérapie n'ont d'autre cause que l'insuffisance de la dose. Car il est, en effet, certain, qu'il faut agir avec énergie si l'on veut amener une destruction profonde du parenchyme thyroïdien » (¹). Un radiologiste doit arriver à l'heure actuelle, à détruire ces glandes *in situ ;* s'il n'y arrive pas, c'est que ses appareils sont défectueux ou qu'il n'ose pas donner les doses nécessaires (²).

La radiothérapie nous fournit, en outre, facilement ce que l'opération ne fait que rarement et ce au prix d'une augmentation du risque : une action efficace sur le thymus. On doit, en effet, toujours irradier la région sternale supérieure en même temps que la glande thyroïde, que l'on ait ou non, constaté la présence d'un thymus anormal, puisqu'une glande trop minime pour être perçue chez le vivant peut être cause de troubles.

Après les premiers succès de la radiothérapie on a constaté une diminution dans la valeur des résultats, et cela cependant malgré une amélioration continuelle dans l'appareillage et la technique, et malgré une localisation meilleure des rayons sur la thyroïde. Simultanément, Clunet à la Salpêtrière et Foley dans le service de Pierre-Marie faisaient les mêmes constatations. Recherchant les causes de ce phénomène on s'est dit qu'il était peut-être dû à cette localisation elle-même et à la suppression consécutive de l'action sur le thymus, agent étiologique possible. On a donc commencé à irradier également la région thymique et les résultats sont

---

(¹) JOURNAL DE MÉDECINE DE PARIS, 6 janvier 1912. Zimmern et Chauffour.

(²) Dans THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION du 20 novembre 1919, G. Holmes et A. Mesnil déclarent ne pouvoir obtenir des résultats par la radiothérapie dans le traitement de l'intoxication thyroïdienne, de l'hyperthyroïdie. Ce résultat n'est guère étonnant lorsqu'on examine la technique employée : les auteurs en restent vraiment à la dose d'excitation des cellules.

redevenus de plus en plus encourageants. C'est là une démonstration nouvelle de la part prise par le thymus dans la genèse de la maladie.

Sous l'action des rayons X se produit petit à petit un amendement des principaux symptômes. Tout d'abord l'agitation, la tachycardie diminuent, les œdèmes disparaissent, ainsi que les nausées, les vomissements, la diarrhée. L'appétit et le sommeil reviennent et, conséquence directe, le poids augmente *(sans modification aucune du régime)*. Cependant, déjà bien avant, l'état moral et nerveux s'est amélioré, l'agitation, l'irritabilité, l'angoisse ont notablement diminué, les malades se reprennent à vivre.

Les premiers résultats favorables pourraient se montrer très rapidement. En général cependant (et quant à nous personnellement nous ne l'avons jamais constaté autrement), ils n'apparaissent qu'après quelques semaines (¹).

On peut souvent, à la longue, constater une diminution, parfois notable, du volume du goitre lorsqu'il existe, et surtout un changement dans sa consistance : de mollasse qu'il était, il devient dur, fibreux, manifestation sensible de la transformation histologique de la glande.

L'exophtalmie est le symptôme le plus tenace : il est rare de la voir diminuer, et, même alors, elle ne disparaît presque jamais entièrement dans les cas qui remontent un peu loin et persiste lorsque les autres manifestations ont depuis longtemps disparu. Il est probable que l'espace rétro-oculaire est occupé par des néoformations conjonctives qui ne disparaissent pas. Cependant l'amélioration de ce symptôme se poursuit pendant des années (²).

Comme nous l'avons vu au début, il n'y a jamais « guérison » c'est-à-dire retour à l'état normal, pour les motifs que nous avons indiqués alors. C'est ainsi qu'il persiste toujours un certain degré d'éréthisme cardiaque. Ces diverses tares ne subsistent d'ailleurs pas en tant que reste de la maladie, mais comme des stigmates, des traces laissées par son passage et persistent quel qu'ait été le mode de traitement employé.

(¹) Ce qui correspond aux données expérimentales au sujet de l'action des R. X. sur les cellules

(²) Cas n° 12. — La malade revue trois ans plus tard ne présentait plus d'exophtalmie.

Au cours du traitement radiothérapique la composition du sang subit des modifications variables, mais non caractéristiques. En général, il y a augmentation du nombre des neutrophiles et diminution des lymphocytes et des éosinophiles, c'est-à-dire, tendance au retour vers la normale, sans que cependant on puisse en tirer une conclusion pratique, l'anomalie de la formule sanguine perdurant bien longtemps après le retour du malade à l'état normal.

Voici la technique que nous avons employée chaque fois que nos moyens nous le permettaient : Ampoule assez dure : 7 à 8° Benoist, filtre de 3 m/m d'aluminium. A chaque séance la dose mesurée *sous* le filtre, à la peau, était régulièrement de 3 à 4 H., parfois 5 ou 6. La surface à traiter est divisée en trois régions : thyroïdienne droite, thyroïdienne gauche, et sternale supérieure ou thymique. Une seule région est irradiée à chaque séance, celles-ci ont lieu tous les huit jours. La même région n'est donc irradiée que toutes les trois semaines. De cette façon la peau peut se reposer et jamais ainsi nous n'avons eu d'accident. Le seul résultat visible localement est une légère pigmentation brune des régions traitées, principalement du cou, disparaissant sans laisser de traces (1).

Actuellement, ayant à notre disposition l'appareillage moderne le plus puissant et le plus perfectionné, nous utilisons des rayons de grande pénétration (10-11° B.) (Coolidge) filtrés par 3 m/m d'aluminium. Nous donnons au minimum 5 H. sous le filtre (calculé selon les tables de Guilleminot). Avec cette technique les réactions précoces, les exacerbations, momentanées de tous les symptômes pendant 1 ou 2 jours après l'irradiation sont fréquentes. Par contre l'amélioration se produit plus rapidement.

Le malade est couché sur une table. L'irradiation dure environ 15 minutes. Le pouls devrait être compté régulièrement par le malade le matin à son lever. Il est contrôlé par nous après chaque séance avant que le patient n'ait encore fait aucun mouvement pour se relever. Nous établissons ainsi, croyons-nous, autant que faire se peut, des conditions d'expérience identiques.

---

(1) Cependant, par suite des circonstances, nous dûmes durant quelque temps modifier un peu notre technique : nous n'utilisâmes plus que le filtre de 2 m/m sous lequel nous donnâmes régulièrement 5 H au maximum. De plus, nous ne localisons plus en protégeant les parties non irradiées par un cache de plomb, mais nous nous contentons de faire tourner la tête au malade et de déplacer l'ampoule. Ainsi la région non irradiée reçoit cette fois-là encore un peu de rayonnement lors de l'irradiation de sa voisine.

Entre les séances nous ne faisons suivre à nos malades aucun traitement spécial : ils continuent le genre de vie qu'ils menaient auparavant.

Le nombre de H qui nous est nécessaire pour arriver à un résultat est en moyenne par région de 60 sous 3 $^m/_m$ d'Al. et de 93 sous 2 $^m/_m$, ce qui nous conduisit à une durée de traitement de 15 à 20 semaines ou de 30 à 40 semaines, soit de 3 à 4 mois à 7 à 10 mois si aucune interruption accidentelle ne survient. Il est parfois utile, ultérieurement, pour entretenir le résultat, de recommencer à intervalles plus ou moins longs une série de trois séances. Cette précaution serait inutile s'il nous était permis de détruire entièrement la glande thyroïde, mais la prudence, la crainte du myxœdème nous font habituellement rester en deçà de la dose totale nécessaire (¹).

Nous croyons qu'il faut utiliser le filtrage maximum possible avec l'installation qu'on possède et donner sous ce filtre en une séance, le maximum d'H compatible avec l'intégrité de la peau, la santé du malade, l'usure des appareils et le temps dont on dispose.

Au cours du traitement radiothérapique du goitre exophtal-

(¹) Il existe d'autres méthodes de cure : Donner des doses moindres au travers de filtres moins épais, rapprocher les séances. Ce qui est la méthode ancienne. Elle est, croyons-nous, destinée à disparaître devant l'appareillage moderne, et l'usage d'un filtre épais imposé par le laboratoire et la clinique (*).

A l'opposé de la précédente existe une autre manière de faire : application de doses fortes, répétées, filtrées au travers de 4 à 5 $^m/_m$ d'Al. (**). Cette technique est celle de Pierre-Marie. J. Clunet-G. Raulot, elle est excellente, son seul défaut est d'être un peu dangereuse, ou plutôt ennuyeuse : souvent, en effet,

(*) Guilleminot, Gauss, Belot, Miller, Lindrum, Regaud et Nogier, Kernicke, Boine. Revue des Questions scientifiques, 1913.

(**) Pierre-Marie, J. Clunet et G. Raulot. — Paris, juin 1911, *Société de Neurologie.*

mique divers accidents peuvent se produire. Les plus graves sont : le myxœdème, les exacerbations post-opératoires, les radiodermites.

Pour éviter le premier il suffit d'y songer et d'observer le malade. Des symptômes apparaissent-ils ? Il faut aussitôt cesser le traitement. Le corps thyroïde n'est vraisemblablement pas encore entièrement détruit à ce moment : la partie restante parviendra bien à suppléer d'une manière suffisante aux fonctions déficientes de la glande. Au besoin, de la thyroïdine administrée avec extrêmement de prudence remettra les choses en état. Il ne faut toutefois pas oublier que myxœdème et basedow peuvent coexister et que dans certains cas il peut être très difficile de démêler ce qui revient à l'un ou à l'autre ([1]).

Les exacerbations post-opératoires de quelque importance s'évitent aisément par une limitation prudente de la quantité donnée. Elles ne sont toutefois pas graves : elles alarment le malade plutôt qu'elles ne créent un réel danger.

La radiodermite est l'écueil le plus sérieux, mais elle est presque plus ennuyeuse pour le médecin que pour le malade ; on a cependant exagéré la gravité jusqu'à en faire un épouvantail. En mettant les choses au *pire* une radiodermite aiguë, comme ce serait le cas ici, qui ne peut présenter pour le malade que quelques douleurs peu intenses et une ulcération passagère sans aucun danger ni *quoad vitam* ni quant à l'évolution de la maladie, ne peut être mise en balance avec les dangers réels de mort et les souffrances de l'anesthésie et de l'opération chirurgicale.

Normalement, si une bonne technique a été suivie, la radiodermite ne doit pas survenir. Tout au plus peut-on obtenir un léger érythème. Malheureusement, un accident, une erreur, peuvent arriver, d'autant plus que la peau du cou est la partie la plus

---

elle donne lieu aux réactions dont nous avons parlé et qui rappellent, en petit, les accidents survenant après la thyroïdectomie. De plus, elle requiert des séances plus longues, n'est pas possible avec toutes les installations et use notablement plus le matériel, d'où augmentation du prix de revient de l'unité H. La radiodermite est en outre un peu plus difficile à éviter. C'est pourtant cette technique que nous avons adoptée actuellement.

([1]) Le Dr Nogier dit avoir remarqué, à la suite d'irradiation de la thyroïde, des poussées de rhumatisme articulaire aigu. Voir également les cas nos 3, 5 et 11 et les travaux relatés plus haut sur l'origine thyroïdienne du rhumatisme.

sensible du corps et que les basedowiens présentent une dermosensibilité toute spéciale pour les Rayons X (1).

Après la terminaison du traitement, une récidive est toujours possible. Elle s'observe cependant moins fréquemment ici qu'après l'ablation chirurgicale. Elle se produira de préférence sous l'influence d'émotions violentes ou d'usage intempestif d'iodure, de teinture d'iode ou de thyroïdine (2).

Il serait à souhaiter que chaque radiologue publiât ses cas, heureux ou non, avec tous les détails nécessaires, afin qu'une statistique importante pût être établie.

---

(1) Cette sensibilité particulière est due, croyons-nous, à la vascularisation plus grande de cette région, à l'imprégnation de la peau par la sueur, ce qui provoque l'absorption d'une plus grande quantité de rayons par les couches superficielles, sans compter que l'activité plus grande des glandes sudoripares rend celles ci plus sensibles aux rayons. — Nous avons ainsi personnellement eu deux fois chez des malades une radiodermite du deuxième degré, avec vésicules et chute de l'épiderme mais sans ulcération, donnant l'impression de l'eczéma ; ces deux accidents, tout à fait indolores, ont d'ailleurs guéri sans laisser de traces.

Dans un de ces cas l'accident était dû au fait que les trois disques d'Al. de 1 mm. chacun, formant par leur superposition le filtre de 3 mm., avaient petit à petit glissé l'un sur l'autre après leur mise en place, comme des pièces de monnaie. Depuis lors nous fixons ces rondelles les unes aux autres.

Dans le second cas il s'agissait d'une radiodermite provoquée à distance sur le front qui, par suite de l'utilisation d'un nouveau support d'ampoule, dépassait la zone de protection au cours d'une irradiation sternale.

Outre ces trois sortes d'accidents, d'autres plus rares et ne présentant aucune gravité peuvent encore se produire. Nous avons de la sorte eu un bel exemple d'un accident exceptionnel qui, en général, n'est même pas mentionné par les auteurs : il s'agit d'une inflammation des muqueuses situées en dehors de la zone irradiée et pouvant se produire peu après une forte irradiation. Dans le cas que nous avons observé il se manifesta, dans les 24 heures suivant une application thyroïdienne, une rougeur intense de la muqueuse buccale et pharyngée, accompagnée d'un léger œdème. Après deux ou trois jours tout rentra dans l'ordre.

Un fait analogue est plus fréquemment constaté au cours du traitement du fibrome de la matrice par les rayons X. Après une forte irradiation abdominale il arrive de constater une vive rougeur et un léger œdème de la muqueuse vaginale. Les cas de ce genre cités, principalement pour la bouche, sont encore trop peu nombreux pour qu'on puisse être certain qu'il ne s'agit pas d'une coïncidence, ou pour en tirer une conclusion quelconque. (Cérésole, JOURNAL DE RADIOLOGIE, 1912, p. 415).

(2) Nous n'en avons cependant pas encore constaté parmi ceux de nos malades qui avaient « terminé » le traitement.

Quant à nous, notre expérience personnelle porte, jusqu'à présent, sur 27 cas : 22 femmes et 5 hommes. Chez tous les malades vrais basedowiens, qui ont eu la patience d'attendre le temps nécessaire à l'action des rayons, nous avons obtenu une amélioration. Pour le plus grand nombre d'entre eux nous pourrions parler de guérison si un temps suffisant s'était déjà écoulé depuis la cessation du traitement. Nous ne voulons en effet parler de guérison (au sens pratique du mot, puisque le sens absolu est impossible) que dans les cas où une amélioration compatible avec la vie ordinaire persiste plus de deux ans après la fin des irradiations (1).

La radiologie est-elle donc le traitement de choix de *tous* les goitres exophtalmiques ?

Non, loin de là : il faut se garder d'une généralisation trop hâtive, en même temps que peu scientifique, et examiner avec soin quel est le traitement approprié à chaque cas.

Nous avons vu qu'on peut classer les syndromes basedowiens en cinq classes dont les plus importantes au moins sont nettement délimitées :

1) Les cancers thyroïdiens basedowifiés ;
2) Les goitres simples basedowifiés ;
3) Les cas de maladies de Graves purs, typiques ;
4) Les cas frustes ;
5) Les basedowides de Stern qui sont sur les confins de la pathologie et des simples états nerveux.

La première de ces catégories doit évidemment, comme tout cancer, être opérée le plus tôt possible. Ce n'est que dans les cas où l'opération ne serait plus possible, qu'un traitement radiothérapique pourrait être justifié dans l'espoir d'amener une rétrocession suffisante de la tumeur pour permettre l'exérèse.

---

(1) Manière d'entendre la guérison de Ledoux-Lebard, IV Congrès de Physiothérapie. Paris, 1912.

(Les circonstances nous ont empêché de revoir bon nombre de nos malades et les émotions anormales de la guerre peuvent avoir faussé des résultats.)

Pour le surplus consulter la seconde partie de notre travail.

De même la seconde variété, quoique n'étant pas de nature maligne, doit de préférence être confiée au chirurgien, comme les goitres simples dont elle dérive, principalement quand le goitre, par son volume croissant détermine des accidents de compression. D'autre part l'application de la radiothérapie à ces malades n'a guère donné d'aussi bon résultat.

En cas de contre-indication formelle d'opération (grossesse, faiblesse cardiaque), il conviendrait de toujours recourir à un traitement radiothérapique bien conduit (¹).

Par contre, la radiothérapie est franchement indiquée pour les cas appartenant aux catégories 3 et 4 pour les vrais basedows. Ici, presqu'à coup sûr, on peut s'attendre à une amélioration notable, si pas à une guérison, *à une condition, c'est que l'intoxication de l'organisme ne soit pas trop profonde et que les dégâts causés ne soient pas déjà irréparables.*

C'est cette intoxication, cette malignité de la maladie plus que sa durée qui est à considérer pour le pronostic du traitement. Nous serons renseignés à son sujet par l'examen attentif de l'état et du fonctionnement du cœur plus que par tel ou tel symptôme d'allure tapageuse. Aussi cet examen clinique sous toutes ses formes est-il des plus importants. Il ne faut pas non plus trop espérer d'amélioration notable chez un malade qui est atteint de goitre exophtalmique depuis plus de deux ans.

Il faut toutefois essayer les rayons X même dans les cas peu favorables en apparence, car n'étant pas fixés sur l'essence même de la maladie, nous pouvons nous tromper et avoir d'heureuses surprises. Mais alors faisons-le sans faire concevoir au malade des espérances hors de proportion avec la réalité. D'ailleurs, dans ces cas peu favorables, l'opération, non plus, ne donnera pas de résultats meilleurs, tandis que par contre la gravité de l'intervention croît dans des proportions inquiétantes à mesure que la faiblesse du malade augmente. La plupart des chirurgiens voudraient n'opérer que les cas récents, sans intoxication trop forte de l'organisme, sans lésion cardiaque, sans persistance du thymus et confieraient volontiers au radiothérapeute les autres malades,

---

(¹) Revue Médicale de Louvain, nᵒˢ 6 et 7, 1919.

les mauvais cas. Ils sont évidemment assurés ainsi d'avoir d'excellents résultats. Mais ces cas qu'ils se réservent sont précisément aussi ceux qui sous l'action de la radiothérapie donnent des succès certains.

Les basedowides de Stern sont souvent trop peu importantes pour motiver un traitement radiothérapique. Un traitement médical symptomatique en aura le plus fréquemment raison. Cependant, à son défaut, ou si le malade le désire, l'emploi des rayons X est des plus légitimes ici et ne peut manquer de donner des succès.

Le traitement médical symptomatique ne sera institué qu'au cas où la volonté du malade ou la situation empêcheraient toute intervention causale : opération ou radiothérapie.

Lorsqu'il faudra malgré tout y recourir, on combattra la tachycardie, les palpitations, les vomissements, par le bromure : 3 gr. pris en une fois le midi dans le potage. Ce médicament donne de bons résultats, mais les malades s'en fatiguent vite et se plaignent de douleurs à l'estomac. Contre les symptômes rhumatoïdes et les douleurs de l'arthrite déformante qui comptent parmi les symptômes les plus pénibles pour le malade, nous avons avec avantage eu recours aux frictions locales d'onguent au salicylate de méthyle à 3 %, suivies d'un enveloppement imperméable de la jointure. Dans ces cas l'ovarine peut aussi parfois être de quelque secours.

Dans les cas d'hyposystolie et d'irrégularité cardiaque la digitale, à condition de mettre le malade au lit, pourra évidemment être essayée, quoiqu'il ne faille rien en attendre contre la tachycardie elle-même. Dans le même but le camphre sera utile. Pour relever l'état général on pourra prescrire de l'arsenic. Mais, comme moyen principal, on mettra les malades au repos, si possible au grand air, sinon tout au moins au lit. On tâchera de leur donner de la distraction, et surtout de leur enlever les soucis et les tracas de la vie. On leur évitera de même les émotions violentes, les nouvelles inattendues.

Des bains tièdes calmants sont à conseiller, mais toute hydrothérapie froide, ainsi que les cures marines sont au contraire à déconseiller. L'électricité ne peut que faire du bien, si elle est convenablement maniée. On appliquera le courant comme nous l'avons indiqué plus haut, la séance durera peu et sera répétée souvent. L'état nerveux général des malades se trouve habituellement bien du bain hydro-électrique à quatre cellules, à courant faradique faible (1). Mais en aucun cas, on ne donnera de l'iode ou un de ses composés : ce médicament, excellent dans le goitre simple, peut ici causer des désastres et est toujours nuisible aux malades, dont il aggrave l'état.

En faisant l'étude d'un cas donné il ne faut jamais oublier qu'au cours de la maladie de basedow il peut se produire des arrêts et des améliorations spontanés (voir cas n° 17). Ce fait peut nous expliquer comment certains traitements, tout à fait injustifiés, ont eu à leur actif quelques succès apparents.

Comme nous le verrons aux conclusions, de l'évidence des faits résulte pour tout esprit non prévenu que la radiothérapie a été un immense progrès dans le traitement du goitre exophtalmique. C'est certainement, dans la majorité des cas, le traitement auquel il faut recourir d'emblée, aussitôt que la maladie a été reconnue chez un malade.

Nous ne pouvons comprendre comment certains puissent avoir contre cette méthode un tel parti pris pour aller jusqu'à écrire que la radiothérapie achève de ruiner la santé du malade (2). Leur affirmation n'a d'ailleurs d'autre base que l'autorité de leur parole : aucun fait, aucune observation n'est apportée à son appui.

D'autres tâchent d'écarter la radiothérapie en disant qu'à cause de l'altération des tissus cutanés, elle aggraverait singulièrement le pronostic d'une intervention ultérieure éventuelle (3).

Le reproche fait à la radiothérapie de diminuer la vitalité de la peau et d'empêcher ou de retarder sa cicatrisation n'est pas fondé. Nous avons chez le lapin incisé la peau qui pendant des semaines avait été longtemps et fortement irradiée. Cette peau un peu épaissie, mais bien mobile, s'est cicatrisée là aussi bien et aussi rapidement qu'à la région voisine.

Peut-être n'en est-il pas de même de l'imputation de provoquer une disparition plus ou moins grande des plans de clivage des tissus par suite de leur transformation fibreuse sous l'action sclérogène des rayons.

---

(1) Se garder des courants faradiques et surtout sinusoïdaux chez les malades pouvant présenter un gros thymus à cause du danger de mort subite thymique (PRESSE MÉDICALE, 1920, n° 34. — A. Pulawski.

(2) Roux, *Société Vaudoise de Médecine,* janvier 1913.

(3) *von Mehring's Lehrbuch,* 1913.

L'existence de ces adhérences profondes, que nous n'avons d'ailleurs pas personnellement constatées et qui est niée par d'aucuns (¹), fût-elle exacte, ne ferait que donner une preuve de plus de l'efficacité de l'action des rayons X en profondeur, puisqu'ils seraient reconnus capables par leurs adversaires même, de transformer les tissus en une masse fibreuse, partant de détruire les glandes et de rendre l'opération inutile.

Il est cependant évident que si accidentellement une radiodermite survenait, il faudrait se garder d'inciser à ce moment, et attendre 4 à 5 semaines, jusqu'à ce que la peau soit revenue à son état normal, avant de pouvoir opérer en toute sécurité.

Nous sommes donc pleinement rassurés sur ce point aussi, et ne pouvons qu'engager les médecins à faire bénéficier leurs malades de tous les moyens thérapeutiques actuels.

EXPOSÉ DES CAS

Cas n° 1. — Mademoiselle W., 36 ans (cas n° 292 pers., radio n° 349).

Antécédents : famille de nerveux.

Histoire de la maladie : débuta petit à petit, il y a *4 à 5 mois.*

État actuel : malade agitée, présentant à l'époque de l'examen (juin 1913) de l'exophtalmie, des tremblements, des insomnies, de l'amaigrissement (poids : 52 kilos), de la tachycardie (pouls à 150), du gonflement du corps thyroïde (tour de cou : 0,30 centimètres). Se plaint aussi de sensations de chaleur. Transpirations faciles.

Examen radiologique : hypertrophie cardiaque. Thymus probable.

Diagnostic : maladie de Graves.

Traitement : (voir graphique n° 1). Radiothérapie suivant la méthode indiquée plus haut. Débute en juin 1913. En mars 1914

(¹) Nemenow. St Pétersbourg, Ruski Wratsh, 1912, n° 38.

amélioration très notable : il n'y a plus de tremblements, le sommeil est revenu, les phénomènes subjectifs ont disparu. Engraissement.

Au mois d'août 1914, la malade voit sa maison incendiée, et doit fuir. Depuis il y a aggravation qui va en empirant jusqu'à ce que la malade revienne, le 13 novembre 1914. A ce moment l'état général est mauvais, le pouls est à 140.

9 février 1915. Après la dose habituelle appliquée sous 2 m/m d'alum., sur la région thyroïdienne gauche, il se produit une forte rubéfaction de cette région. Elle persiste trois jours.

2 mars. Symptômes rhumatismaux pénibles, pouls à 100.

Pendant les mois suivants le traitement continue normalement.

2 décembre. Aggravation : neuro-rétinite, vue réduite à 1/30. (Voir figure 5). Cause ? — Crise grave d'hydrargyrisme aigu provoqué par un traitement intensif, prescrit par un oculiste.

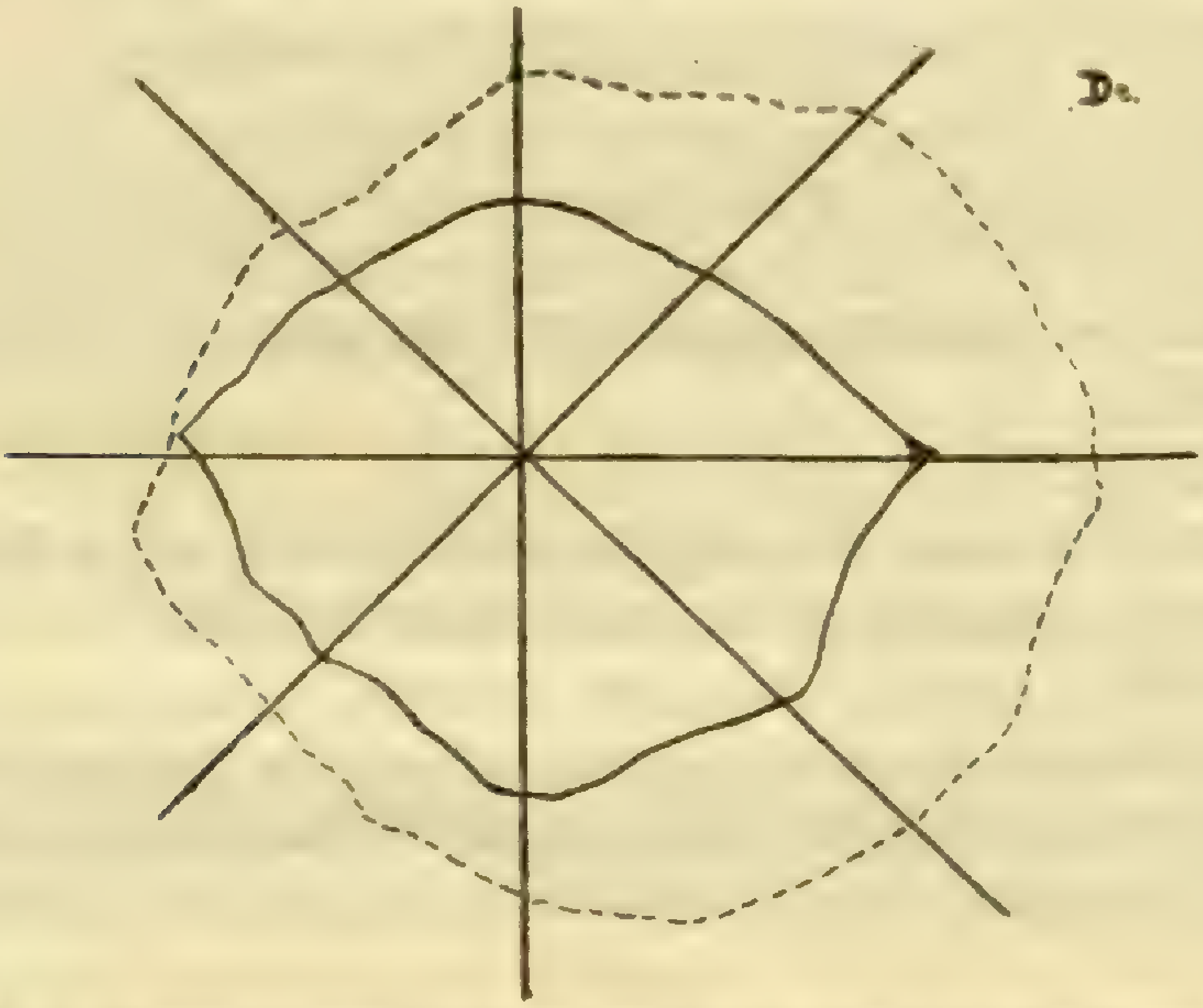


Fig. 5. — Rétrécissement de champ visuel chez une basedowienne. (Cas n° 1).

Petit à petit lente amélioration. La malade reprend son médecin habituel.

Depuis, la vue s'est sensiblement améliorée (revient à 2/20), la malade circule, voyage sans aide. La maladie de basedow peut être considérée comme guérie. Le corps thyroïde est petit, dur, fibreux.

De temps en temps le cœur faiblit un peu et il se produit alors de la pleurésie. Quelques jours de repos et de traitement à la digitale amènent rapidement la compensation.

Novembre 1917. Le même phénomène se reproduit : insuffisance cardiaque et double pleurésie qui monte, descend, puis finalement remonte rapidement, tandis que le cœur cède tout à fait le 15 novembre et entraîne la mort.

Observation n° 2. — Mademoiselle V. B..., 40 ans (n° 362 pers.).

Août 1913. La maladie débuta il y a 8 à 9 mois par de l'exophtalmie.

La malade arrive avec le diagnostic de maladie de Graves et dans le but de tenter la radiothérapie. Elle présente actuellement les symptômes suivants : goitre, tour de cou 0,37 centim., tachycardie : pouls à 112, de l'exophtalmie, de l'amaigrissement. Le poids est de 58,400 kilogr.

Examen radiologique : Cœur dilaté (ou hypertrophie), base des vaisseaux large. Thymus ?

Traitement : Il fut fait quelques séances de radiothérapie, puis, avant que le résultat eût pu s'en faire sentir, le professeur traitant perdit patience et fit opérer. Bon résultat. Guérison.

Observation n° 3. — Madame S..., 47 ans (n° 399 pers.).

Octobre 1913. *Antécédents :* Mère bien portante mais rhumatisée ; une sœur, opérée de thyroïdectomie pour Basedow, présente actuellement un fort myœdème. C'est ce qui décide la malade à tenter la radiothérapie.

Histoire de la malade : a eu à 13 ans une attaque de rhumatisme. A été toute raide alors. A l'apparition des règles ces symptômes se sont améliorés, ainsi que plus tard par le mariage ; a eu trois enfants. Durant toute la *durée de chaque grossesse tous ces symptômes disparaissaient complètement.*

Les poignets sont raides depuis quelques années.

La malade a présenté, il y a trois ans, des troubles cardialgiques, qui furent traités à la thyroïdine : 1 comp. par jour.

Il y a un an et demi la gorge a gonflé et les yeux sont devenus saillants à la suite d'un traitement à l'iodure pour les douleurs cardiaques. (L'iodure avait une action sédative sur le cœur).

Il y a six mois la malade a eu une atteinte de rhumatisme dans les genoux, en même temps qu'une appendicite (?) : (fièvre 39°). Le salicylate n'a rien fait. Depuis un an la malade a maigri de 20 kilogs.

État actuel : La malade a l'air misérable, marche péniblement à cause de ses rhumatismes, et est tout de suite essoufflée. Il y a de l'agitation, le sommeil est presque impossible. Il y a du tremblement très marqué et de la transpiration (la peau est toujours moite). Le cœur, agité, présente 150 pulsations environ, avec des secousses et des faux pas. L'exophtalmie est assez forte, le goitre est très visible, le tour du cou est de 33 centim. La malade est très maigre : elle pèse actuellement 49 kilogs. L'appétit est mauvais, les nausées fréquentes. Les selles sont régulières ; il n'y a pas de diarrhée.

L'examen radiologique montre un élargissement de l'ombre cardiaque, surtout vers le haut du sternum : Thymus ? goitre rétrosternal ?

La radiographie du squelette, des poignets surtout, est des plus intéressantes : elle montre une déformation très grande, presque une fonte générale des os, indiquant soit de l'arthrite déformante avancée, soit de l'ostéomalacie.

Diagnostic : Le rhumatisme articulaire précoce, les règles déficientes étant probablement dues à de l'hypotyroïdisme, et étant donné le caractère familial de l'affection, il est probable que nous avons affaire ici à un goitre simple basedowifié.

Traitement. — Rayons X filtrés au début par un, puis par deux, puis par trois millim. d'Al.

28 octobre 1913. Début du traitement. (Voir graphique.)

27 novembre. Amélioration sensible, la malade est plus calme, le cœur va mieux : pouls à 114. Il lui est prescrit à ce moment de l'extrait d'hypophyse et de l'ovarine.

16 décembre. Les nausées ont presque complètement disparu. Le cœur est à 106.

20 janvier 1914. Léger érythème. Notable amélioration des symptômes cardiaques : plus de faux pas, pouls à 100.

27 janvier. Légère desquamation : le filtre est porté à 2 $^{m}/_{m}$.

25 février. Amélioration constante des symptômes généraux et nerveux, mais aggravation des symptômes déjà si pénibles de

rhumatisme. Pour parer à cette situation venant sans doute d'une hypothyroïdie, le Professeur consultant, tout en surveillant la malade, lui fait prendre 20 à 30 centig. de thyroïdine par jour.

11 mars. Après quelques jours de ce dernier traitement, la malade a dû abandonner à cause de l'aggravation des symptômes : accélération du pouls, agitation, chocs musculaires, nausées, augmentation de volume du corps thyroïde, sans avoir en compensation la moindre amélioration du rhumatisme.

Le traitement radiothérapique est donc repris comme au début.

25 mars. Reprise graduelle de l'amélioration.

25 avril. La malade perd patience et abandonne le traitement.

Observation n° 4. — Madame S...... 57 ans (cas n° 345 pers.).

Antécédents : Père mort à 82 ans et mère à 84. Deux frères morts dont l'un de pleurésie. Autres frères et sœurs bien portants.

Histoire de la malade : A toujours été bien portante et bien réglée. A eu deux enfants bien portants. En février 1913 a commencé à perdre l'appétit. Peu après le gonflement de la gorge a commencé. La malade a beaucoup maigri. Pesait 68 k. au début.

Novembre 1913. *État actuel :* La malade est une personne assez maigre, ayant l'air bien portante, ne pèse plus que 46 kilogs. Présente des transpirations abondantes, de l'exophtalmie, de la tachycardie : pouls à 120, de la tuméfaction du corps thyroïde, de légers tremblements des mains.

Examen radiologique : Hypertrophie cardiaque. Persistance manifeste du thymus.

Diagnostic : Maladie de Graves.

10 novembre 1913, *Traitement :* Radiothérapie au début sous 1 $^{m}/_{m}$, plus tard sous 3 $^{m}/_{m}$ d'Al. (Voir graphique.)

24 janvier 1914. La malade présente depuis quelques jours des oppressions gênantes et fréquentes derrière le sternum.

16 février. Encore un peu de toux et d'oppression (bronchite ?), léger érythème. Le filtre est porté à 3 $^{m}/_{m}$.

6 avril. Presque tous les symptômes cardiaques et généraux ont disparu. Le sommeil cependant n'est pas encore tout à fait normal. Le pouls est à 80. Le poids est remonté à 54.

La malade se considère comme guérie et abandonne le traitement.

Observation n° 5. — Madame W..... 33 ans (cas n° 462 pers.).

Antécédents : Mère encore en vie, bien portante. Frères et sœurs idem.

Histoire de la malade : Présentait des règles abondantes, douloureuses et anticipées. A eu trois enfants dont deux morts en bas âge. Il y a huit ans, subit un curettage de la matrice après des couches. Un an après eut lieu une autre intervention non précisée. Il y a trois ans, hystérectomie totale. (Les ovaires, au dire de la malade, auraient été laissés en place ?). La malade a déjà dû rester au lit à cause du cœur. A aussi eu, après l'opération, de fortes bouffées de chaleur qui ont un peu diminué actuellement. Il y a un an, après avoir eu une forte colère, la malade s'est levée au matin, la gorge gonflée. Quelque temps après les yeux ont commencé à saillir.

Novembre 1913. *État actuel :* Femme d'aspect fatigué, marchant péniblement et devant être soutenue. Fatigue et essoufflement rapides ; transpirations faciles et abondantes ; irritabilité ; amaigrissement ; a toujours pesé 50 k., n'en pèse plus actuellement que 45. Il y a du tremblement, du nystagmus, de l'exophtalmie, un goitre : le tour de cou est de 35 centim. Il y a de la tachycardie : pouls à 140, de l'hypertrophie cardiaque. Le sommeil est impossible. La malade ne peut se livrer à aucune occupation.

Examen radiologique : Forte hypertrophie cardiaque, principalement du ventricule gauche.

11 novembre. *Traitement :* Radiothérapie sous 3 mm. d'Al., avec, en plus, au début, de l'antithyroïdine (durant un mois).

15 décembre. État général meilleur. La malade marche sans aide, a bon courage.

4 janvier 1914. Statu quo.

1 février. Violente réaction générale : oppressions, vomissements, diarrhée, agitation cardiaque, toux, fièvre. Réaction due peut-être aux fortes doses appliquées.

4 mars. Augmentation des phénomènes hypothyroïdiens : la figure est un peu bouffie.

Symptômes rhumatoïdes. A ce moment, il est prescrit à la malade un peu d'antithyroïdine : 0,30 gr. par jour, pendant huit jours.

1 avril 1915. État stationnaire. La malade abandonne le traitement.

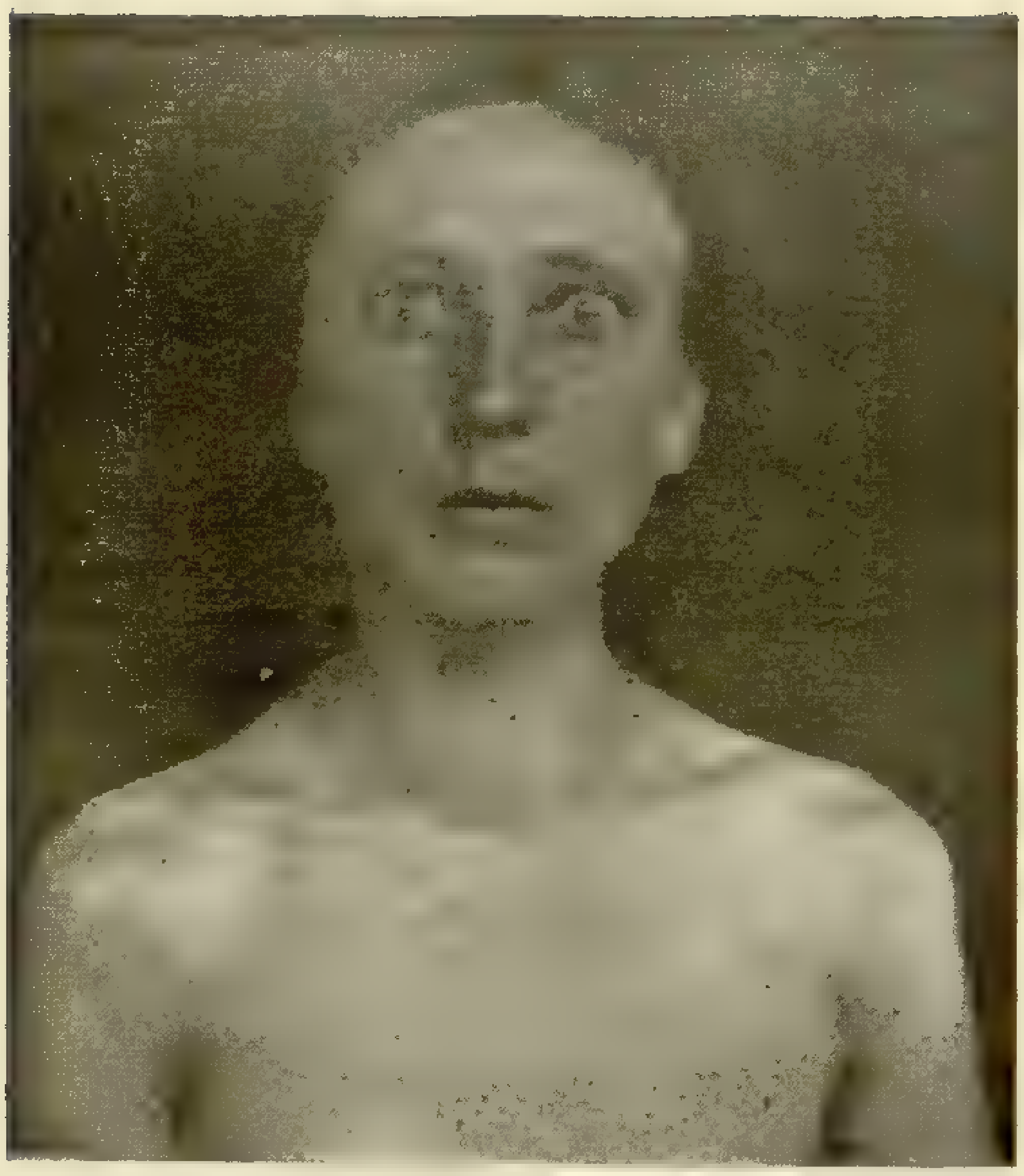


Fig. 2. — Malade de l'observation nº 6 (avant le traitement).

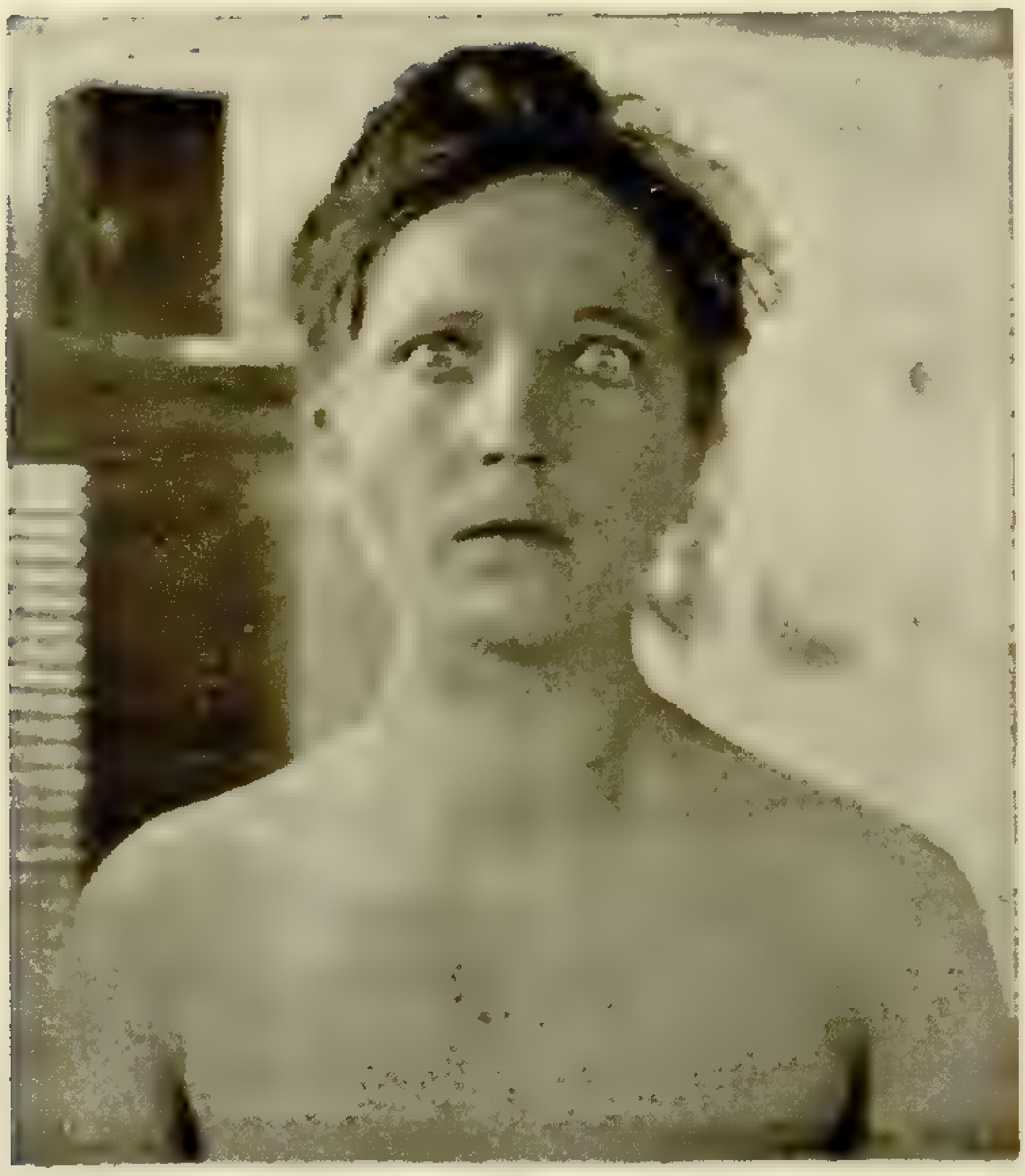


Fig. 6. — Malade de l'observation nº 6 (vers la fin du traitement).

3 juillet. La malade vient se montrer, enchantée qu'elle est du résultat obtenu petit à petit après la cessation du traitement : l'amélioration est considérable : la malade peut faire plusieurs kilomètres à pied et vaquer à ses occupations. Le goitre a des dimensions normales, l'exophtalmie a fortement diminué. La malade est encore émotionnable et présente encore de l'éréthisme cardiaque, des transpirations faciles et des tremblements.

Les symptômes rhumatismaux ont disparu, le sommeil est bon, l'engraissement notable.

A ce moment l'examen radiologique donne les renseignements suivants : diminution notable du volume cardiaque.

Observation n° 6. — Madame D. N...... 32 ans (cas n° 565 H). *Antécédents :* Rien de spécial.

Histoire de la malade : Jusqu'à sa maladie a toujours été bien réglée. N'a jamais eu de rhumatisme. Est mariée depuis dix ans. A eu un enfant, il y a neuf ans. N'est plus bien, et se plaint depuis six à sept ans. Il y a quatre mois gonflement brusque du corps thyroïde. Depuis la malade est toujours très fatiguée, et a beaucoup maigri.

Décembre 1913. *État actuel :* Femme d'aspect misérable (voir planche fig. 2), présentant un goitre, de l'exophtalmie, de la tachycardie (pouls à 110), du tremblement, de la transpiration, de l'amaigrissement (pèse actuellement 37 kilogr.). Il y a des crises d'étouffement. La malade est toujours agitée, dort mal, se sent fatiguée et ne peut se livrer à aucun travail.

Examen radiologique : Il y a manifestement une ombre rétrosternale (voir n° 10) surtout visible en radioscopie oblique. (Thymus ? goitre ??). Le cœur est hypertrophié.

Diagnostic clinique : Maladie de Basedow.

4 décembre. *Traitement :* Radiothérapie.

21 janvier 1914. Les étouffements ont disparu, les autres symptômes s'améliorent, le pouls est à 90.

28 janvier. Le goitre et l'exophtalmie ont considérablement diminué. La malade engraisse : elle pèse actuellement 45 kilogr.

4 mars. L'amélioration continue, le pouls est à 78, le poids à 53 kilogr. (voir photo n° 9). Tous les symptômes subjectifs ont si bien disparu que, malgré nos conseils, la malade se considère

comme guérie et reprend son travail aux champs. (Voir planche, fig. 6).

1915. Un an après la malade fut atteinte d'une récidive basedowienne aiguë. Elle subit alors, dans le but d'être délivrée de son mal, une double ovariotomie dont elle faillit ne pas revenir à cause de l'état du cœur. Les jours suivants elle présenta de violentes crises d'agitation qui nécessitèrent l'usage de la camisole de force. Cet état, pire que le premier, ne dura que quelques jours et se termina par la mort.

Observation n° 7. — M. R. P. Th...... 30 ans (cas n° 442 pers.). *Antécédents :* Père vivant et bien portant. Mère morte en couches. Frères et sœurs bien portants.

Histoire de la maladie : Débuts lents, remontant à deux ans au mois, succédant à de fortes études. La maladie débuta par des troubles nerveux : tremblement des paupières, des mains, et, déjà par deux fois, dans tout le corps. Il y eut ensuite de l'accélération du pouls, et des éblouissements après des promenades en été, puis de l'exophtalmie progressive.

Janvier 1914. *État actuel :* Homme grand et maigre, l'air bien portant.

Les battements des paupières sont moins fréquents qu'ils n'ont été, mais le sont encore plus que normalement. Le malade ne présente pas de transpirations, mais est, au contraire, plutôt frileux, n'a pas de nausées et a bon estomac et bon appétit. Il y à une légère hypertrophie du corps thyroïde, de même qu'une légère exophtalmie. Le malade se plaint d'oppressions, de malaises cardiaques. Le pouls est à 95, le poids est de 68 kilogr.

Examen radiologique : Il me semble y avoir ni persistance du thymus, ni hypertrophie cardiaque.

Diagnostic : Forme fruste, Basedowide.

15 janvier. *Traitement :* Rayons X appliqués sous filtre de 3 mm. d'Al. (voir graphique).

4 avril. Le malade ne ressent plus d'oppressions, ni de malaises cardiaques, travaille bien. Les yeux sont manifestement rentrés dans leurs orbites. Le cou a un peu diminué. Le malade s'estime guéri et cesse le traitement.

Observation n° 8. — Madame M......, 42 ans (cas n° 544 pers.).
Antécédents : Mère morte à 37 ans des couches de son dixième enfant.

Histoire de la malade : Celle-ci a toujours été bien réglée, a eu trois enfants dont le dernier il y a neuf ans. Elle a remarqué il y a 4 mois que ses yeux ressortaient, a dû ensuite tenir le lit trois semaines à cause d'un état syncopal. Depuis un mois a déjà vu deux fois du sang. A beaucoup maigri.

Juin 1914. *État actuel :* La malade est une personne encore assez forte (pèse 78,5 kgs), présentant une notable exophtalmie, et un goitre visible (tour de cou, 35 centim.). Elle est très agitée, colérique, présente des tremblements, du nystagmus, des transpirations faciles, de la tachycardie (le pouls est à 130), de la perte d'appétit, des symptômes rhumatoïdes dans l'épaule droite. Ses nuits sont bonnes. Elle ne peut que difficilement vaquer à ses occupations.

Examen radiologique : On voit une ombre à la partie supérieure du sternum : Thymus ? Goitre plongeant, vaisseaux ? Il y a de plus une hypertrophie cardiaque notable et élargissement des vaisseaux.

Diagnostic : Maladie de Basedow.

Traitement : Radiothérapie. Débuts le 10 juin 1914 (voir graphique).

7 juillet. Amélioration notable [illegible] l'agitation et du tremblement.

11 juillet. Amélioration sensib[illegible] continue.

18 août. État général moins b[illegible] influence de guerre ?).

25 novembre. État mauvais aggravation : pouls à 130, amaigrissement : poids 77 kgs. Le traite[illegible] abandonné forcément depuis le 18 août est repris.

9 mars 1915. L'amélioration [illegible] repris : pouls à 110, poids à 79,2 kgs.

20 mai. Les symptômes s'amendent petit à petit, l'engraissement continue : 81,5 kgs.

Septembre. La malade, se jug[illegible] guérie, abandonne le traitement. Elle a entièrement repris [illegible] occupations, elle se sent simplement encore un peu « nerve[illegible] ». Le pouls est à 100. Il y a un mois le poids était déjà 81,5 k[illegible], depuis la malade a encore engraissé. L'exophtalmie a dimi[illegible] mais persiste encore visiblement. Le cœur n'a pas diminué [illegible] volume.

Observation n° 9. — Mademoiselle D. M..., 35 ans (cas n° 420bis H).

25 juin 1914. La malade présente tous les symptômes de Basedow. Le pouls est à 150.

28 juillet. Amélioration.

Le traitement est interrompu par suite de la guerre.

Observation n° 10. — Mademoiselle L..., 37 ans (cas n° 557 pers.).

Antécédents : Mère encore en vie et bien portante. A une nombreuse famille, tous les membres en sont bien portants, un peu nerveux, mais ne présentant aucun signe de Basedow.

Histoire de la maladie : La maladie actuelle débuta *brusquement* il y a deux ans, après une assez longue course à pied faite par la malade : il se manifesta de forts battements de cœur. La malade a fortement maigri. Il y a un an elle ne pesait déjà plus que 52 kgs.

Juillet 1914. Malade très maigre, nerveuse, irritable, dormant mal. Les yeux ne sont pas saillants. La transpiration est facile. Il existe un goitre léger, de la tachycardie : pouls à 110, de la diarrhée. Travail difficile.

Examen radiologique : Pas de thymus visible.

Diagnostic : Maladie de Graves fruste.

Traitement : Il n'y eut guère qu'une séance, la guerre étant venue l'interrompre. S'est fait opérer par la suite, avec bons résultats.

Observation n° 11. — Madame De H..., 42 ans (cas n° 718 H.).

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la malade : Personne maigre paraissant plus que son âge. A été réglée à 12 ans. A été mariée, a eu quatre enfants. N'est plus réglée depuis quatre ans.

1915. Au mois de février 1915 un soldat allemand menaça brusquement de son revolver la malade qui se saisit fortement. A partir de ce moment débuta la maladie actuelle, les symptômes cardiaques furent les premiers à s'installer, le goitre n'apparut qu'il y a trois à quatre semaines.

Actuellement cette personne est amaigrie : alors qu'en janvier elle pesait 61 kgs., elle n'en pèse plus actuellement que 48. Elle présente de l'agitation, de l'irritabilité, des tremblements, la transpiration facile. Il y a de la tachycardie : pouls à 160, de l'exophtalmie et un goitre léger : le soir l'œdème des jambes est très prononcé.

La malade se plaint de battements aux régions cardiaque et thyroïdienne, et de ne pouvoir travailler, ni s'occuper de son ménage. Il n'y a ni vomissement, ni diarrhée ; mais l'appétit est mauvais.

Examen radiologique : On ne voit pas d'ombre rétro-sternale, mais l'hypertrophie cardiaque est certaine. Le goitre donne une ombre assez opaque et plus grande que l'aspect extérieur ne le laisse supposer.

La trachée est un peu refoulée à droite.

Diagnostic : Maladie de Graves.

Mai. *Traitement :* Radiothérapie. Début au mois de mai 1915. Filtre de 2 m/m d'aluminium. (Voir graphique).

22 juillet. Les œdèmes ont disparu, la malade marche, l'appétit est bon. Le pouls est à 110. Cependant la malade continue à maigrir.

4 août. L'état général est meilleur. La malade peut commencer à travailler dans son ménage. Le pouls est encore à 110, le poids n'est plus que de 35 kgs.

2 septembre. La malade a eu une petite poussée d'aggravation : surtout des battements de cœur et des tremblements plus forts. Cœur à 125.

22 septembre. Grande amélioration subjective. Le pouls est devenu plus calme, le poids commence à augmenter.

11 novembre. Douleurs rhumatoïdes dans le genou droit, gonflement. Le pouls est remonté ; ce semble être une réaction à la suite de doses notables.

10 décembre. Palpitations cardiaques, malaise général.

16 décembre. La malade se sent mieux.

30 décembre. Tout va bien. La malade travaille presque normalement.

27 janvier 1916. Légère réaction générale.

Mois suivant. Le traitement continue lent et peu intense. L'amélioration s'établit petit à petit : en juillet, le pouls est à 100 et les poids aux environs de 60.

Cet état persiste 6 mois environ.

1 mars 1917. Symptômes vagues du rhumatisme dans tout le corps, pouls à 80.

Août. Tout continue à aller très bien. La malade se considère comme guérie et abandonne le traitement. Elle se livre actuellement à tous ses travaux de ménagère comme par le passé. L'état subjectif est parfait, la malade ne se plaint plus que de battements intermittents dans la région thyroïdienne. Le goitre a pour ainsi dire disparu, l'exophtalmie a très fort diminué. La nutrition générale est bonne. Le pouls est à 90.

C'est celui de nos cas qui a demandé le plus long traitement.

Observation n° 12. — Mademoiselle L.........., 19 ans. (cas n° 730 H.)

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la malade : Personne petite, l'air bien portante, est bien réglée, n'a jamais été malade, pesait il y a un an, 55 kilogs. Depuis six mois, environ, elle ne se sent plus bien et maigrit. Elle est agitée, dort mal, transpire facilement et présente des tremblements. Il y a un mois, apparurent un goitre et de l'exophtalmie.

Juin 1915. Actuellement la malade, qui est servante, ne sait plus faire sa besogne, et travaille avec peine. L'exophtalmie n'est pas notable et le goitre assez volumineux. L'appétit est bon, il y a de la tachycardie, le pouls est à 120, de l'amaigrissement (poids actuel 52 kilogs.). Il apparaît, le soir, un assez fort œdème aux jambes. Le tremblement est faible.

Examen radiologique : On ne voit pas d'ombre rétro-sternale, mais bien une ombre cardiaque notablement augmentée, surtout du côté des ventricules. Cette augmentation du volume du cœur est hors de proportion avec les autres lésions.

Examen du sang :

Neutro : 63 1/3 Lympho : 27 2/3 Eo : 7
Mono : 6,5 Baso : 1/3 Cel. plasm :

Diagnostic : Maladie de Basedow.

Traitement : Radiothérapie, sous filtre de 2 mm. d'Aluminium. Début le 22 juin 1915.

21 septembre. Amélioration générale notable, engraissement : 54 kilogs. La malade a déjà pu reprendre son travail.

28 septembre. Le goitre et l'exophtalmie diminuent manifestement.

28 décembre. Tout continue à aller bien. Les règles sont absentes depuis deux à trois mois.

28 mars 1916. Taches rouges dans la figure, bouffissure de la face, toux. Rougeole ? ou myxœdème ?? Pouls rapide : 112.

11 avril. Tous les symptômes ont disparu, euphorie générale.

13 juin. L'augmentation de poids continue. Le pouls est à 90. Les forces sont complètement revenues. Engraissement : 55 kgs. L'œdème a disparu.

25 juillet. La malade ayant, depuis quelque temps déjà, entièrement repris sa besogne, et s'estimant complètement guérie (et de fait, tout allant très bien), le traitement est cessé de commun accord.

4 ans après la « guérison » persiste entière. Il y a un léger embonpoint. — L'exophtalmie a complètement disparu.

Observation n° 13. — Mademoiselle R........, 47 ans (cas n° 596 pers.)

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la malade : Elle a toujours été bien portante, lorsqu'il y a trois ans elle remarqua l'apparition d'un goitre sans accompagnement d'aucun autre symptôme.

Il y a cinq mois un de ses frères tomba malade, elle le soigna durant deux mois, après quoi il mourut. Ce fut une période de fortes fatigues et d'émotions, au cours de laquelle débuta, puis s'aggrava la maladie actuelle.

Août 1915. La malade est une personne assez grande, maigre, actuellement très irritable, présentant des tremblements, des transpirations faciles et abondantes. Le sommeil est presque impossible. Le soir de l'œdème se manifeste aux membres inférieurs. Il y a de la tachycardie : le pouls est à 110. La malade a eu des vomissements, et a maigri de 10 kgs. (poids actuel : 53,5 kgs.). Il existe un goitre peu volumineux, frémissant. On ne remarque pas d'exophtalmie.

Examen radiologique : On ne remarque pas d'ombre rétrosternale, mais il existe de l'hypertrophie cardiaque (ventricule gauche).

Examen du sang :

Neutro : 60 Lympho : 26 1/3 Eo : 3 2/3
Mono : 9 Baso : 0 Cel. plasm : 2/3

Diagnostic : Goitre simple basedowifié.

Traitement : Radiothérapie sous filtre de 2 mm. d'Aluminium. (Voir graphique.)

Début le 12 août 1915.

Quoique après un mois il y eût déjà une amélioration, la malade, rebutée surtout par les difficultés de communication, perd courage et abandonne le traitement.

Observation n° 14. — Mademoiselle R........., 19 ans (cas n° 866 H.)

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la malade : A toujours été bien portante et bien réglée jusqu'il y a 7 mois. Elle pesait alors 70 kgs. A ce moment la maladie actuelle débuta lentement par de l'agitation, des transpirations, de l'amaigrissement qui a été en augmentant jusqu'il y a un mois, moment où il était très prononcé. La malade a un peu repris depuis, sans que les autres symptômes se soient pour cela améliorés. Il y a trois mois les règles cessèrent, en même temps qu'apparut de l'exophtalmie. Depuis une à deux semaines existe aussi un léger goitre.

Septembre 1915. Actuellement, la malade, assez grande fille, est encore maigre (poids 59 kgs.) et présente une exophtalmie assez forte ainsi que de l'œdème des paupières. Elle tremble beaucoup, a des transpirations faciles et abondantes, de la diarrhée, de l'agitation, des insomnies habituelles, de la tachycardie : pouls à 133. Tout travail est impossible, la marche, même lente, est difficile. Il n'existe pas de vomissements.

Examen radiologique : Il semble bien y avoir une ombre rétrosternale. Il y a de l'hypertrophie cardiaque, le cœur est très agité.

Examen du sang :

Neutro : 62 1/3 Lympho : 27 Eo : 5
Mono : 5 Baso : 2/3

Diagnostic : Maladie de Graves.

Traitement : Radiothérapie. Début le 18 septembre 1915. (Voir graphique.)

Au début, pour expérience, la région sternale seule est irradiée. Il se produit une amélioration notable, mais une rechute oblige à irradier également les deux régions thyroïdiennes. Il s'ensuit une nouvelle amélioration définitive cette fois.

29 octobre. Amélioration marquée et continue. Les règles sont revenues, les transpirations ont presque cessé, le cœur est plus calme. L'exophtalmie a diminué, de même que l'œdème des paupières. La malade gagne en poids : elle pèse actuellement 63 kgs.

16 novembre. Les transpirations ont cessé, les règles sont normales, l'exophtalmie est notablement moindre, la reprise en poids continue.

16 décembre. Amélioration constante de tous les symptômes.

10 février 1916. Accélération lente et régulière du cœur, en même temps qu'amaigrissement.

9 mars. Aggravation générale, il y a de nouveau des tremblements et un peu de gonflement de la gorge, tour de cou : 36,5 cent. La cure régulière est commencée.

13 avril. Tout est rentré dans l'ordre. L'amélioration a repris.

20 mai. Tout va bien. Le goitre a diminué : le tour de cou n'est plus que de 0,34 m. La malade commence à pouvoir travailler un peu.

Décembre. En décembre 1916 la malade cesse le traitement, se considérant comme guérie. Depuis des mois déjà elle a repris son travail habituel, pouvant marcher, courir, ne se ressentant plus de rien. La mine est excellente, l'exophtalmie a beaucoup diminué mais n'a pas entièrement disparu. Le cœur a notablement diminué de volume.

Observation n° 15. — Mademoiselle C.........., 24 ans (cas n° 907 H.)

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la malade : La malade a été bien portante jusqu'il y a deux ans, à ce moment elle a remarqué que sa gorge gonflait. Depuis ce goitre s'est développé petit à petit sans donner lieu à aucun symptôme spécial.

Octobre 1915. La malade est actuellement une personne assez grande, l'air bien portante, présentant un goitre moyen. Elle ne se plaint de rien autre que de sa tumeur : elle ne présente pas de tremblements, pas de transpiration, pas d'insomnies, pas d'agitation. Il y a cependant un peu de tachycardie : le pouls est à 110 la malade étant debout et à 90 celle-ci étant couchée.

Examen radiologique : Pas d'ombre rétro-sternale, forte hypertrophie du ventricule gauche.

Diagnostic : Goitre simple : ce qui est l'hypothèse la plus probable, ou maladie de Basedow fruste.

Traitement : Radiothérapie faite sous 2 mm. d'Al. comme essais pour tâcher de faire diminuer la tumeur. Débute en octobre 1915. (Voir graphique.)

Résultat : La tachycardie cède rapidement, mais la malade, ne voyant pas diminuer la tumeur assez vite à son gré, n'a pas la patience de continuer le traitement suffisamment longtemps et abandonne.

Observation n° 16. — Mademoiselle D......, 19 ans (cas n° 921 H).

Antécédents : Ils ne présentent rien de spécial.

Histoire de la maladie : La malade a toujours été bien réglée avant la maladie actuelle. Celle-ci a débuté petit à petit il y a cinq à six mois par du retard dans l'apparition des règles qui ne viennent plus que tous les deux à trois mois.

Il y a trois mois un goitre s'est développé tout doucement. Il y a cinq à six semaines est apparue de l'exophtalmie moyenne, en même temps que se produisaient des tremblements dans les mains. Depuis un mois la malade ressent des battements du cœur. Il n'y a pas d'amaigrissement, pas de transpiration.

Novembre 1915. Actuellement la malade a l'air bien portante. Elle pèse 52,5 kg. Les yeux sont un peu saillants. La gorge est gonflée (tour de cou 35 centim.). Il y a de la tachycardie : pouls à 110, de l'agitation, de l'insomnie.

Examen radiologique : Il ne révèle pas d'ombre rétro-sternale, mais bien une hypertrophie cardiaque.

Examen du sang :

Neutro. 69 2/3 Lympho. 22 1/3 Eo. 6 2/3 Mono. 0 Baso. 1 1/3

Diagnostic : Maladie de Graves ?

Traitement : (voir graphique) Radiothérapie sous filtre de 2 mm. d'Al. Débute le 9 novembre 1915.

Pour expérience, l'examen ne révélant pas l'existence d'un thymus, la région thyroïdienne seule est irradiée au début. Le résultat de cette première série d'irradiations n'est pas très marqué. Après le mois de mars 1916, les trois régions sont irradiées normalement. Un instant on peut espérer une amélioration, mais elle reste à l'état d'ébauche. Après un certain temps, quoiqu'un peu meilleur qu'après la première série, le résultat n'est pas encore bien brillant, si bien que le traitement radiothérapique est abandonné de commun accord.

La malade suit encore chez son médecin divers traitements et prend entre autres des cachets d'ovarine, mais tout aboutit au même résultat, si bien qu'en août 1917 l'état de la malade est encore sensiblement le même.

Observation n° 17. — Mademoiselle K......, 20 ans (cas n° 1032 H).

Les antécédents ne présentent rien de spécial.

Histoire de la maladie : Les débuts de la maladie actuelle remontent à un an et demi. La malade se prit alors à maigrir énormément, tandis qu'apparaissait un goitre, que les yeux devenaient saillants et que se manifestaient des battements de cœur. Il y eut alors aussi quelques retards dans l'apparition des règles. Tous ces symptômes atteignirent leur maximum au bout de six mois. La malade était alors extrêmement maigre. Petit à petit les troubles s'amendèrent, le goitre et l'exophtalmie diminuèrent, les règles revinrent normales, jusqu'à l'état actuel.

Actuellement la malade est une grande et forte fille de la campagne, ne se plaignant plus que de son goitre. Les yeux sont cependant encore assez saillants. Étant donnée la forte charpente osseuse de la malade, son poids actuel (68 kg.) est trop faible. Elle travaille cependant de nouveau aisément. Il n'y a plus ni battements de cœur, ni tremblements. Les transpirations ont presque disparu : il n'en persiste que de la moiteur des mains. Le goitre est encore notable : le cou mesure 40,5 centim. de tour. C'est dans l'espoir de voir disparaître cette difformité que la jeune fille demande à être traitée.

Examen radiologique : Ombre rétro-sternale un peu forte, hypertrophie ventriculaire (G. surtout).

Examen du sang :

Neutro.	68	Lympho.	27 1/3	Eo.	1 1/2
Mono.	2	Baso.	1		

Diagnostic : Ancienne maladie de Graves guérie spontanément.

1916. *Traitement :* Radiothérapie des deux régions thyroïdiennes sous 2 mm. d'Al. Débute en janvier 1916. Les applications sont peu fréquentes.

13 mai. Le cou a un peu diminué : il ne mesure plus que 39 centim.

10 juin. Tendance à la récidive de la maladie : tremblements, tachycardie, douleur dans le côté gauche, toux, insomnies, amaigrissement, vomissements, diarrhée, fièvre. Tous ces symptômes durent huit jours, puis s'amendent. Récidive ??? ou plutôt maladie intercurrente.

17 juin. La diarrhée et les vomissements ont disparu. La malade dort bien et a de nouveau bon appétit.

1 juillet. Tout va de nouveau bien, il ne reste qu'un peu de tachycardie. La malade, trouvant que le traitement agit trop peu sur son goitre et ayant trop d'ouvrage chez elle, abandonne le traitement.

Observation n° 18. — Frère E......, 46 ans (cas n° 1033 II).

Antécédents : Rien de particulier.

Histoire de la maladie : Le malade se plaint d'une gêne du cœur remontant à 10 ans peut-être.

1916 janvier. Actuellement il y a de légers tremblements, des transpirations faciles, mais non abondantes, *un goitre unilatéral droit* datant de longtemps et un peu d'exophtalmie. Depuis un mois ou deux le malade a fortement maigri et se plaint de faiblesse, d'abattement, de fatigue. Il y a de la tachycardie, le pouls est à 120-90, très irrégulier avec des ratés (faux pas).

Examen radiologique : La radio montre l'existence d'une hypertrophie cardiaque.

Examen du sang :

Neutro.	47 1/3	Lympho.	31 2/3	Eo.	4
Mono.	12	Baso.	4	Cel. plasm.	1

Diagnostic : Goitre unilatéral basedowifié.

Traitement : (voir graphique) Radiothérapie sous un filtre de 2 mm. d'Al. Débute le 21 janvier 1916.

15 avril. Le malade est subjectivement beaucoup mieux, et travaille plus facilement, il est malheureusement obligé de changer de résidence, ce qui le force d'interrompre le traitement. Il tâchera de le faire continuer par un confrère de la ville où il se rend.

Observation n° 19. — Monsieur B......, 30 ans (cas n° 1133 H).

Les antécédents ne présentent rien de spécial.

Histoire de la maladie : Le malade était forgeron de son métier, depuis la guerre il fait le commerce. Il a toujours été fort et bien portant. Il pesait alors 66 kgr. Depuis trois à quatre mois il a des tremblements dans les jambes et dans les mains. Depuis lors aussi il porte moins facilement les fardeaux. Depuis un mois il s'est manifesté petit à petit de l'exophtalmie et un goitre léger.

1916 mars. Actuellement le tour de cou est de 38 centim. l'exophtalmie est assez forte. Il y a de la tachycardie (pouls à 104), des transpirations faciles, de l'amaigrissement : le poids actuel n'est plus que de 55 kgr. L'appétit est bon, le sommeil passable. Les tremblements sont manifestes.

Examen radiologique : On ne constate ni ombre rétro-sternale, ni forte hypertrophie cardiaque (existe cependant).

Diagnostic : Maladie de Graves.

Traitement : (voir graphique.) Débute le 30 mars 1916. Radiothérapie, sous 2 mm. d'Al.

22 mai. Amélioration générale, surtout quant aux tremblements, à l'essoufflement, aux transpirations. Le travail est plus facile.

5 septembre. Tous les symptômes s'améliorent. Il travaille excessivement bien.

Décembre. Le malade se considérant comme guéri abandonne le traitement.

N. B. — A remarquer, aux mois d'octobre et de novembre, l'influence néfaste qu'eurent sur le cœur de ce malade les préoccupations causées par les razzias d'hommes.

Il y a, en outre, presque régulièrement à la fin de chaque mois une accélération du pouls due peut-être aux soucis des échéances (qui le préoccupaient beaucoup).

Observation n° 20. — **Mademoiselle K......, 19 ans** (cas n° 655 pers.)

Jeune pensionnaire présentant un gonflement anormal du corps thyroïde, surtout du lobe droit, datant de plusieurs années. Depuis un mois il y a de violents maux de tête. La malade à l'air bien portante, n'a pas maigri. Il n'y a pas de battements de cœur, pas d'exophtalmie, pas de transpirations.

Examen radiologique : (voir radio n° 29). Le goitre est plus opaque que normalement. Il n'y a pas d'hypertrophie cardiaque.

Examen du sang : La formule sanguine n'est pas celle d'une malade atteinte de maladie de Basedow.

Diagnostic : En suspens. Peut-être maladie de Graves fruste.

Traitement : A titre d'essai il est fait quelques séances de radiothérapie sous un filtre de 2 mm. d'Al.

Il se produit momentanément une légère accélération cardiaque, mais sans autre résultat. Le traitement est abandonné.

Observation n° 21. — **Monsieur S.... ., 35 ans** (cas n° 1143 H.).

Antécédents : Rien de spécial.

Histoire de la maladie : Le malade, serrurier de son métier, fut toujours bien portant jusqu'il y a deux ans, environ : il se manifesta alors de l'exophtalmie, et, ultérieurement, un goitre. Puis survint de l'amaigrissement.

Avril 1916. Actuellement le malade est grand et maigre : alors que son poids antérieur était de 66,5 kilogr., il n'en pèse plus actuellement que 62. L'exophtalmie est très forte. Le corps thyroïde est légèrement augmenté de volume ; le tour de cou est de 36,5 centim. Le malade présente de l'agitation, des tremblements, des vomissements fréquents, de la tachycardie légère (pouls à 85). Les transpirations sont faciles et fortes. L'appétit est médiocre, le sommeil mauvais, l'essoufflement rapide, tout travail est impossible.

Examen radiologique : On remarque l'existence d'une ombre rétro-sternale (Thymus ?). Le cœur est hypertrophié et aortique.

Il y a un peu d'emphysème pulmonaire. En position : O. A. D. on voit des ganglions médiastinaux.

Examen du sang :

Neutro.	43	Lympho.	39	Eo.	8
Mono.	7	Baso.	5		

Diagnostic : Maladie de Basedow (cas grave).

Traitement : (voir graphique). Radiothérapie sous un filtre de 2 mm. d'Al. Débute le 6 avril 1916.

29 avril. L'appétit est meilleur, le poids a augmenté : 64,5 kilogr.

13 mai. Le malade a encore eu une poussée de vomissements et de diarrhée.

22 août. Jusqu'à présent tout a bien marché, mais depuis quelques jours se produit un gonflement assez rapide et un ramollissement du corps thyroïde, surtout du lobe droit : le cou mesure 38 centim. Le malade a recommencé à travailler depuis tout un temps.

26 août. Le malade travaille moins bien et est vite fatigué. Il se plaint de sensations de chaleur dans les mains et dans tout le corps.

23 septembre. Le pouls devient irrégulier, présentant des faux pas. Le malade se plaint de douleurs à la région cardiaque.

25 octobre. Tout va un peu mieux.

4 novembre. Le cœur est de nouveau irrégulier.

Fin novembre 1917. Le cœur devient de plus en plus irrégulier. La sensation de fatigue augmente.

20 janvier. Le pouls est très irrégulier, il y a de l'œdème aux pieds et des battements de cœur. La marche commence à devenir difficile.

22 février. Le cœur est de plus en plus irrégulier. L'œdème remonte. La marche est pénible.

5 mars. Le pouls est incomptable, rapide et irrégulier. Il y a de l'œdème généralisé, de la pleurésie à droite. Le cœur est tout à fait insuffisant et en détresse. La respiration est courte, la marche très difficile. Le corps thyroïde est augmenté de volume et mollasse. L'agitation est grande, le sommeil totalement impossible.

20 mars. La situation s'aggrave fortement, le cœur cède tout à fait, il y a de l'ascite. Le malade ne peut plus quitter le lit. Tous

les moyens possibles furent essayés par le Professeur consultant, dès le début de l'année, mais sans résultat.

Avril. Mort au début d'avril par insuffisance cardiaque.

Observation n° 22. — Mademoiselle De J……, 30 ans (cas n° 654 pers.).

Antécédents : Père, mère, frères et sœur bien portants.

Histoire de la malade : La malade présente depuis très longtemps un goitre, de l'exophtalmie, des transpirations abondantes et faciles. Depuis 15 ans elle éprouve de la gêne à la déglutition : elle aurait déjà failli être étouffée en mangeant. Depuis un an, environ, elle éprouve des battements de cœur, des tremblements nerveux et est vite hors d'haleine.

Juin 1916. Actuellement c'est une personne de taille moyenne, d'aspect lymphatique, paraissant un peu bouffie et bien portante. Le goitre est visible. Le cou mesure 36 centim. de tour. Il y a un peu d'exophtalmie. Il y a de la tachycardie : le pouls est à 115-130. La malade n'a pas maigri (elle pèse 56,9 kilogr.) et ne se plaint que des yeux qui sont devenus un peu plus saillants, de ses battements de cœur, de ses tremblements et de son essoufflement rapide.

Examen radiologique : On constate l'existence d'une forte ombre rétro-sternale : Thymus persistant, goitre plongeant ou crosse de l'aorte. La trachée est refoulée à droite (¹) ? L'ombre cardiaque est fort augmentée de volume, vers la gauche.

Examen du sang :

Neutro.	52 2/3	Lympho.	28	Eo.	9 1/3
Mono.	8	Baso.	1		

Diagnostic : Goitre plongeant, légèrement basedowifié.

Traitement : (voir graphique). Radiothérapie d'essai pendant trois mois, sans résultat appréciable. La malade abandonne le traitement.

Observation n° 23. — Madame De L……, 31 ans (cas n° 728 pers.).

Antécédents : Rien de spécial.

(¹) FORTSCHRITTE F. D. ROENTG., vol. XXI, liv. 4, p. 410.

Histoire de la maladie : Cette personne a toujours été bien réglée, s'est mariée jeune, a eu de nombreux enfants. Depuis longtemps elle se plaint d'oppressions à la gorge. Depuis plusieurs années elle présente des symptômes de maladie de Graves fruste. *Tandis qu'elle était enceinte ces symptômes disparaissaient et tout allait bien.* L'aggravation présente s'est surtout produite depuis le dernier accouchement qui fut pénible.

Septembre 1916. Les symptômes actuels consistent en une légère exophtalmie, des tremblements, des transpirations faciles, de la tachycardie (pouls à 110), de l'amaigrissement (la malade ne pèse actuellement que 55,5 kilogr.), un abattement général très prononcé et une augmentation de volume du corps thyroïde. La malade ne sait que difficilement se mouvoir.

Examen radiologique : On ne remarque pas d'ombre rétrosternale, quant au volume du cœur.

Diagnostic : Maladie de Basedow.

Traitement : Radiothérapie sous 2 mm. d'Al.

Septembre 1916. A cause des difficultés de communication il fut décidé de traiter intensivement la malade pendant une semaine, puis de la laisser retourner se reposer chez elle, pour recommencer le mois suivant.

Après la première série d'irradiations, ainsi d'ailleurs que la malade et son médecin en avaient été prévenus, il se produisit une exacerbation des symptômes. Il survint en outre des oppressions et des nausées. Découragée, la malade céda aux instances d'un chirurgien et se laissa opérer de castration double, sans attendre davantage.

Résultats : Après une assez forte période d'excitation post-opératoire, heureusement traversée, l'état était encore tel qu'avant l'opération, un mois après celle-ci.

Août 1917. La malade se porte beaucoup mieux, a notablement engraissé et se plaint de bouffées de chaleur continuelles, l'incommodant très fort. La marche, sans être normale, est aisée. Le cœur est encore faible et bat rapidement (à 110 environ). La malade peut vaquer à ses occupations et se déclare satisfaite.

Observation n° 24. — Madame L......., 34 ans (cas n° 762 pers.)

Antécédents : Le père est mort depuis longtemps de pleurésie.

Il y a deux frères bien portants et une sœur actuellement en bonne santé ; à l'âge de 11 ans cette dernière a été atteinte de rhumatisme aigu.

Histoire de la maladie : La malade est une personne petite, à l'air délicat, qui a toujours été bien réglée. Elle est mariée depuis huit ans, a eu deux enfants.

Il y a cinq mois, environ, elle commença à ressentir des tremblements. Il y a quatre mois elle perdit, en l'absence de son mari qui est à l'armée, l'aîné de ses enfants, âgé de 6 ans. Elle s'en est fait beaucoup de chagrin et depuis lors n'a plus eu ses règles. Elle a beaucoup maigri : Actuellement, la malade ne pèse plus que 48,5 kgs.

Janvier 1917. Elle présente de l'exophtalmie, du gonflement du corps thyroïde (le tour de cou mesure 0,34 m.), des tremblements, surtout de la tête, de l'agitation, de l'irritabilité du caractère, du nystagmus et de la tachycardie : le pouls bat à 150. La malade dort très mal et depuis une semaine est atteinte de diarrhée. Depuis quelque temps, jusqu'à ce jour, la malade a été traitée pour une maladie de cœur qui aurait été cause de tous les troubles ressentis.

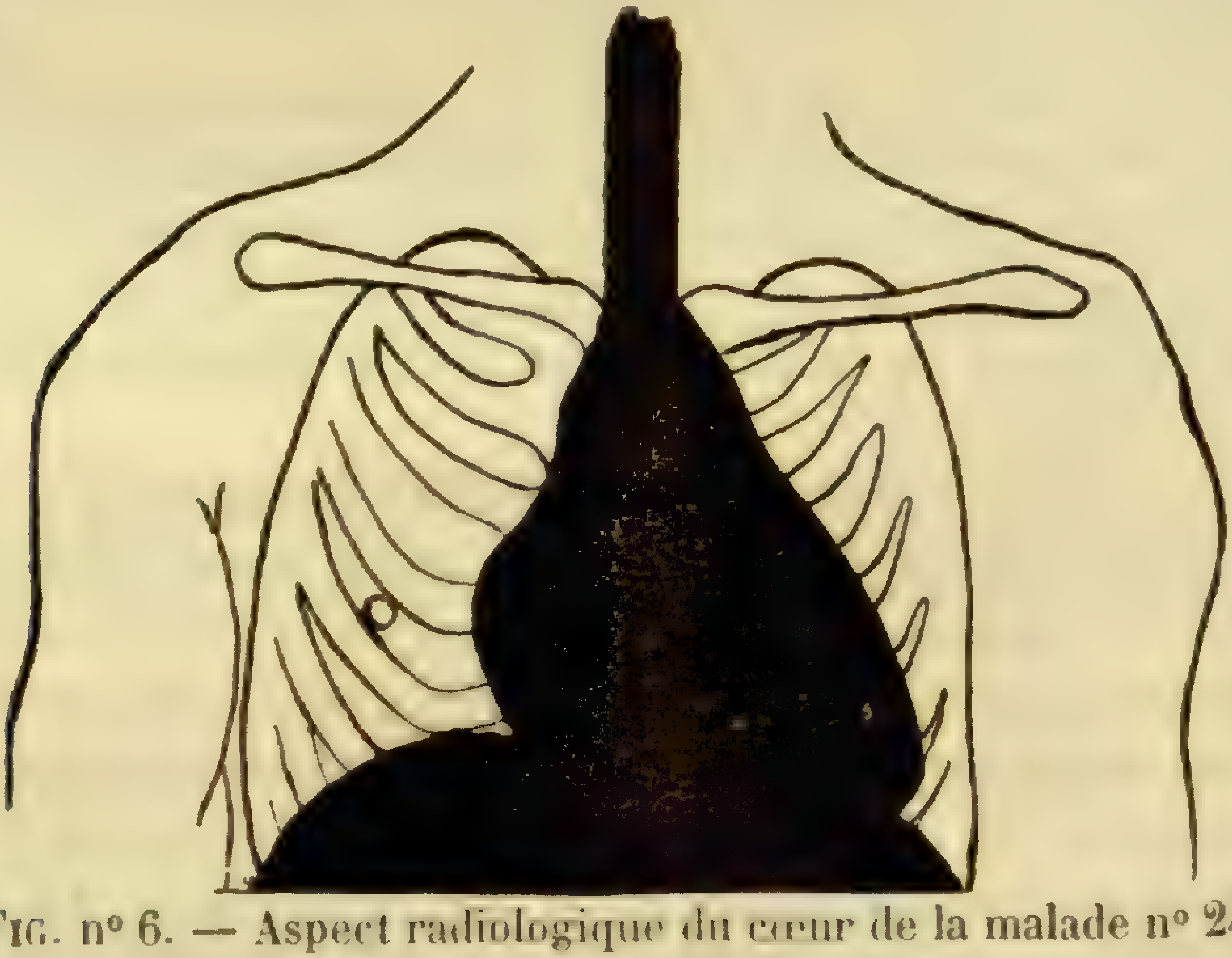


Fig. n° 6. — Aspect radiologique du cœur de la malade n° 24 avant le traitement radiothérapique.

Examen radiologique : (voir schéma fig. n° 6). Le cœur est hypertrophié, principalement le ventricule gauche et l'oreillette droite ou l'artère pulmonaire. Il présente un peu la forme mitrale. On ne remarque pas d'ombre rétro-sternale.

Examen du sang :

Neutro : 53 1/3 Lympho : 34 2/3
Eo : 4 2/3 Mono : 3 2/3 Baso : 3 2/3

Diagnostic : Maladie de Graves.

Traitement : (voir graphique). Les autres traitements sont abandonnés pour commencer la radiothérapie. La première irradiation a lieu le 22 février 1917. Le filtre utilisé est de 2 mm. d'Al. Pour expérience, les ovaires sont irradiés conjointement au corps thyroïde.

27 mars. La malade a déjà eu une série d'irradiations sur les ovaires (il est utilisé 4 portes d'entrée). Le premier résultat (?) de cette première série semble être le retour des règles qui se sont produites il y a deux jours. L'état général et l'état cardiaque sont beaucoup mieux : le pouls est à 115. La diarrhée a complètement cessé.

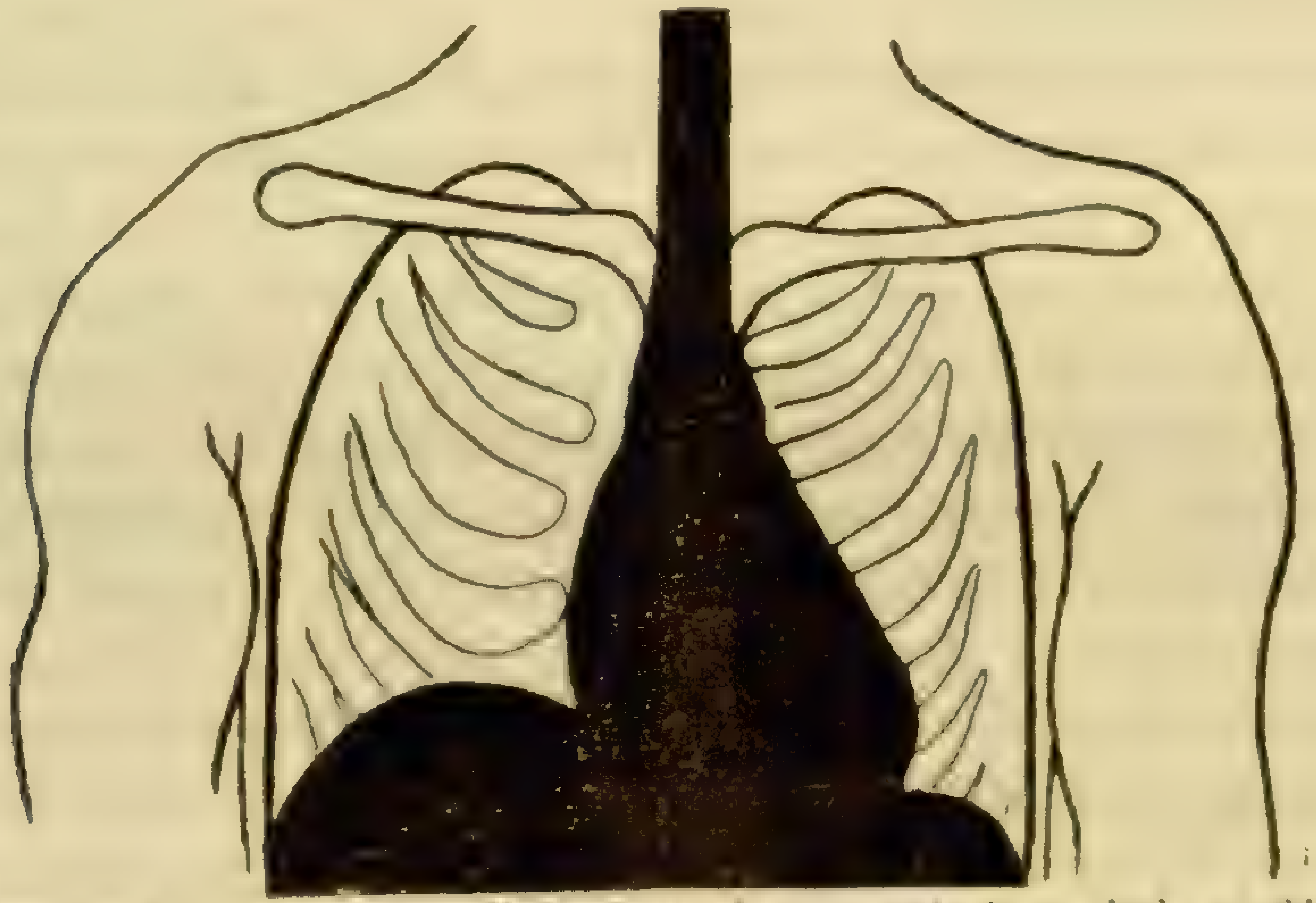


Fig. n° 7. — Aspect radiologique du cœur de la malade n° 24 après le traitement radiothérapique.

15 mai. La malade se sent beaucoup mieux, le sommeil est meilleur. L'appétit redevient bon, si bien que le poids remonte. La malade a de nouveau eu normalement ses règles. Le pouls est à 100.

26 juin. La malade a de nouveau été réglée. A eu un peu mal aux yeux : une sensation de gonflement. Il y a peut-être aussi un peu de bouffissure de la face.

3 juillet. La malade se sent mieux, cependant le pouls est à 120. A partir de maintenant les règles surviennent régulièrement tous les mois. Les irradiations des ovaires cessent.

Septembre : Tout continue à aller bien.

15 octobre. L'amélioration continue : pouls à 82. La radiographie faite à ce moment (voir schéma fig. n° 7) montre une notable diminution du volume du cœur.

15 février 1918. La malade ne reçoit plus que de loin en loin une irradiation. Elle s'estime guérie : le pouls est à 72 et le poids à 51 kgs. Un an après, l'amélioration persiste.

Observation n° 25. — M^{me} Ma......, 38 ans (H. n° 1264, p.)

A toujours été très nerveuse et agitable. Normalement pouls à 85. Aurait souffert de T. P. D. il y a 3 ans, quoique malgré des recherches réitérées les bacilles n'aient pu être constatés. Semble rétablie actuellement.

Présente depuis quelque temps, depuis plus d'un an certainement, divers malaises : a remarqué des tremblements et de l'agitation anormale il y a plus d'un an, a ensuite été prise de transpirations. Plus récemment de l'exophtalmie s'est manifestée. Et alors que la malade avait gagné en poids par un traitement anti T, elle s'est brusquement mise à maigrir : a ainsi perdu 4 kilogr.

État actuel : Personne très nerveuse, irritable, ne tenant pas en place. Exophtalmie manifeste, yeux brillants, transpirations très abondantes (un peu diminuées par la belladone). Tremblements, agitation, tachycardie (130), pas de goitre (tour de cou 0,325), poids actuel 65 kgr. Est toujours bien réglée. Toux fréquente, provoquée, dit la malade, par une gène, une suffocation derrière la fourchette sternale. Les poumons ne semblent pas atteints. Pas de bacilles dans les crachats. Fièvres fréquentes. Ne sait plus vaquer à ses occupations, doit garder le lit ou la chaise longue presque toute la journée.

Radioscopie : Rien de bien particulier aux poumons, seuls les hiles sont très marqués et présentent, à droite surtout, un paquet ganglionnaire.

Le cœur est seulement peu augmenté de volume ; par contre, l'origine des vaisseaux est assez élargie et bat à chaque pulsation.

En oblique l'arc aortique est assez développé.

Diagnostic : Basedow (dû à une thyroïdite T. ?) ou faux dû à la compression du sympathique par l'aorte ou ganglions. (La même cause provoquerait la toux.)

Début du traitement : 15 juillet 1819. 2 mm. d'al.

6 août, pouls 130, poids 65, va mieux, ne transpire plus tant malgré les chaleurs, tousse et crache beaucoup (ne prend plus de belladone depuis un mois).

5 sept. a encore maigri, pouls 122, poids 63,5, nouvel examen de crachat (négatif).

Nouvel appareil 3 mm. al. Coolidge rayons 10 à 11° Ben.

25 septembre, pouls 100, augmentation de 500 gr., réaction précoce passagère assez forte.

9 octobre, état général beaucoup meilleur, ne transpire plus, agitation notablement moindre.

6 novembre, reprise en poids, pouls 110 (hier 90).

4 décembre, va mieux, mais tousse beaucoup, un professeur consulté n'a rien trouvé : Toux nerveuse, dit-il. N'est-ce pas la compression de la tum. rétro-sternale ? pouls 120 (il y a quelques jours 90).

8 janvier, les réactions précoces sont finies, se sent bien, peut déjà marcher 2 1/2 heures.

5 février, va bien, est de nouveau constamment en mouvement, a maigri de 1 kgr.

14 février, n'a plus maigri, tousse toujours. Mais n'a plus de fièvre.

11 mars, va bien, a complètement repris sa vie normale (marche, vélo) sans fatigues ni transpirations anormales, ni fièvres. Sommeil bon, pouls 105. Le matin il est à 72.

La malade se considère comme guérie.

Observation n° 26. — M^{me} De P., 37 ans, (H. n° 1262 p.)

Enfant bien portant il y a six ans.

Se plaint depuis un an de battements de cœur, à la suite d'un refroidissement ? A un peu mal au côté gauche du thorax, aurait eu une pleurésie, a encore mal en respirant, tousse habituellement.

Il y a un an environ a remarqué que sa gorge enflait (goitre), a eu il y a trois mois une inflammation de la gorge. Le goitre en est resté plus gros. A ce moment les yeux sont devenus saillants. Par la narine droite s'écoule souvent un peu de sang.

Depuis trois ans est mal réglée (toutes les cinq semaines environ).

Depuis un an environ a des tremblements. Transpirations faciles, fatigue rapidement. Travaille difficilement à son ménage, ne sait plus travailler dans le champ.

Faim constante, mange beaucoup, dort bien.

État actuel : Exophtalmie, tremblements, tachycardie (110), goitre (0,36), amaigrissement (de 63 kgr. est tombé à 55), transpirations.

Radioscopie : Cœur augmenté de volume, poumons normaux, ombre rétro-sternale manifeste.

Radiographie : idem, mais l'ombre rétro-sternale est plus nette, de forme globuleuse, à bords nets et tranchés.

(Toux de même nature que dans le cas précédent ?)

Après trois à quatre irradiations la malade abandonne.

Observation n° 27. — Monsieur v. de G. H......, 29 ans, (II. n° 1455, p.)

Il y a cinq ou six ans, huit jours après un examen précédé d'un fort travail, ce malade serait, au dire de son médecin, devenu subitement neurasthénique (?) Il ressentit des battements de cœur, de la tachycardie, des bouffées de chaleur, une sensation de gêne ou de constriction derrière la fourchette sternale. Parfois, la nuit, il se réveille au cours de cauchemars provoqués par cette oppression. Il y a eu aussi de l'impuissance cérébrale. Ce dernier symptôme est amélioré, quoique dès que le malade se met à étudier, les battements de cœur le reprennent.

Tout a déjà été essayé, surtout le KBr, sans résultat. Il n'y a pas de goitre, pas de tremblement, pas d'exophtalmie. Cependant les yeux sont brillants et font penser au Basedow. Le malade est très nerveux. Tachycardie : pouls 95. Lassitude dans les jambes, transpirations faciles.

Examen du sang :

Neutro.	52 1/3	Lympho.	34 1/3	Baso.	1 2/3
Mono.	4	Eo.	7 3/4		

A parfois un peu de température : 37,1° à 2.

Radioscopie : Cœur un peu augmenté de volume, ombre située derrière la fourchette sternale.
Diagnostic : Basedow fruste ou Basedowide.
Traitement : Radiothérapie. 3 mm. d'Al.

Le 16	janvier 1920	5 H.	sur région	Th. G.	pouls	95
19	»	5 H.	»	Th. D.	»	82
30	»	5 H.	»	Th. G.	»	82

se sent beaucoup mieux, la lassitude dans les jambes a disparu.

6	février	5 H.	sur région	Th. D.	pers.	72
12	»	5 H.	»	Sternale supérieure	»	70

se considère comme guéri et abandonne le traitement.

EXPÉRIENCES

Sur les régions thyroïdiennes et sternale supérieure d'un lapin fut appliquée, en l'espace de six mois, la dose de 54 H., mesurés, pour 3/4 sous un filtre de 3 mm. d'al. et pour 1/4, sous un filtre de 1 mm. La première application eut lieu le 27 avril 1915, la dernière le 3 novembre de la même année.

Au 1er décembre 1915, l'animal vit toujours, il est très tranquille et devient gros, alors que tous les témoins qui suivent exactement le même régime, sont très maigres. Sa formule sanguine dressée à cette époque est celle du myxœdème.

Le 28 juillet 1916, le lapin vit encore : il a encore engraissé, surtout comparativement aux autres. A ce moment il est sacrifié, il ne fut pas possible de retrouver la glande thyroïde.

Lors de l'incision la peau était épaisse, mais ne présentait rien d'anormal dans sa structure. Les plans sous-jacents étaient bien distincts les uns des autres.

A l'effet de vérifier si la crainte des chirurgiens quant à la mauvaise cicatrisation ou à l'ulcération possible d'une peau irradiée et tombant ultérieurement dans un champ opératoire, était fondée, la peau du cou du lapin irradié fut incisée largement, puis recousue tout un temps avant de sacrifier la bête. Or, la réunion se fit aussi bien et aussi rapidement que pour la peau normale.

Conclusions

De l'examen des faits et des travaux que nous avons cités dans notre travail ainsi que de l'exposé de notre pratique, nous croyons pouvoir tirer les conclusions suivantes :

1°) La pseudo-maladie de Graves-Basedow est plutôt un syndrome à genèse multiple probablement pluriglandulaire, des causes diverses pouvant produire des symptômes analogues.

En règle générale, c'est cependant le corps thyroïde qui est l'agent efficient apparent. Il semble bien qu'à son action soit souvent associée celle du thymus.

2°) Il existe au cours de la maladie ou syndromes basedowiens, une formule sanguine spéciale caractérisée par de la lymphocytose, de l'éosinophilie et de la basophilie.

3°) Au cours de cette maladie une des lésions les plus constantes est une modification de l'image radiologique normale du cœur. Celui-ci est régulièrement hypertrophié des ventricules et parfois de l'oreillette droite. Cette hypertrophie n'est souvent pas en rapport avec les autres symptômes. Il existe fréquemment aussi un élargissement de l'ombre aortique.

4°) Il n'est pas rare de voir coexister chez la même personne des symptômes basedowiens, en même temps que des marques d'hypothyroïdisme.

5°) La grossesse qui, dit-on, aggrave le myxœdème, améliore le Basedow.

6°) De tous les traitements utilisés jusqu'à présent, les meilleurs sont ceux aboutissant à la destruction des glandes les plus fréquemment et les plus probablement en cause : Thyroïde et Thymus. Ces moyens sont : l'opération et la radiothéraphie (1).

---

(1) Dans le n° du 15 décembre 1919 des ARCHIVES OF INTERNAL MEDICINE (Chicago), J. Means et J. Aub publient une très intéressante étude sur *Le Métabolisme général dans le goitre exophtalmique*. Ces auteurs recherchent systématiquement chez tous ces malades les modifications des échanges nutritifs et arrivent à constater ainsi une augmentation caractéristique du métabolisme chez les basedowiens. Par le même moyen d'étude ils examinent pour les comparer les résultats des divers traitements.

Leurs conclusions sont intéressantes : Seules deux méthodes arrivent à réduire

7°) L'opération a l'avantage d'aller plus vite, mais l'inconvénient de ne pas agir sur le thymus, d'être d'une gravité plus ou moins grande, mais toujours notable, d'exposer au myxœdème ou à la récidive, et d'immobiliser le malade pendant un temps assez long.

8°) Dans l'état actuel de nos connaissances la radiothérapie est la thérapeutique causale la plus rationnelle. Elle a l'avantage d'être sans danger notable, d'agir simultanément sur la thyroïde et le thymus, de permettre un dosage exact de la destruction glandulaire, d'être plus économique pour le malade et de ne pas immobiliser celui-ci.

Elle a, par contre, l'inconvénient de ne pas agir immédiatement et de lasser parfois la patience du malade ou de son entourage.

9°) L'opération est spécialement indiquée pour les cancers et les goitres simples basedowifiés. Elle est contre-indiquée en cas de faiblesse cardiaque.

10°) La radiothérapie est spécialement indiquée pour les vrais Basedows, les Basedows frustes et les Basedowides.

11°) Dans la maladie de Basedow, la castration est une mauvaise opération qui souvent fait plus de mal que de bien.

12°) Avec n'importe quel traitement le retour à l'état normal antérieur n'est jamais obtenu : il persiste toujours certains troubles, traces de l'intoxication ou du surmenage qu'a subi l'organisme. De telle sorte qu'un état appelé guérison par les malades, et qui, en fait, peut souvent être considéré comme tel, est compatible avec la persistance de certains symptômes.

13°) L'ingestion d'iode ou d'iodure, l'injection d'une quantité même minime de thyroïdine chez un malade atteint de maladie de Graves peuvent avoir une action néfaste.

---

efficacement les échanges : la radiothérapie et la chirurgie et leurs résultats s'équivalent.

Plus le métabolisme est élevé, plus seraient grands les dangers de mort subite thymique au cours de l'opération, même si les autres symptômes sont peu prononcés.

Après une comparaison critique des avantages et des inconvénients des deux traitements, ils se prononcent nettement en faveur de la radiothérapie.

Pour les cas où une intervention opératoire serait préférée ils recommandent d'irradier fortement les diverses régions peu de temps avant l'opération : le pronostic deviendrait meilleur.

14°) Lorsque l'amélioration est établie il y a souvent apparition de symptômes rhumatoïdes. (Par contre, au cours du rhumatisme chronique on constate des lésions thyroïdiennes : sclérose, dégénérescence kystique et hypofonctionnement).

15°) L'amélioration générale ne marche pas toujours de pair avec la diminution de la tachycardie. Celle-ci n'a cependant jamais lieu sans celle-là.

16°) L'action des rayons X peut se continuer bien longtemps après la fin du traitement et se manifester par l'accentuation lente de l'amélioration obtenue, notamment de l'exophtalmie. (Sans doute durant tout le temps que dure la transformation évolutive du goitre en tissus fibreux).

17°) Les rayons X appliqués à dose thérapeutique humaine sur la région thyroïdienne du lapin, produisent de l'engraissement et du myxœdème du sujet.

18°) Les rayons X appliqués à dose thérapeutique sur les régions thyroïdiennes et sternale supérieure d'une personne indemne de la maladie de Graves ne produisent pas d'effets généraux appréciables. Le corps thyroïde normal semble donc être moins sensible. (Ce qui confirme la théorie).

19°) Appliquée sur la région thyroïdienne et thymique d'un malade présentant des syndromes basedowiens, la radiothérapie amène fréquemment, sans recours d'autre médication, l'amélioration des divers symptômes à un point tel que le malade se considère comme guéri.

20°) La radiothérapie de la région thyroïdienne seule ne produit pas de résultat aussi favorable que si le thymus est irradié conjointement.

21°) La radiothérapie de la région thymique seule semble produire une amélioration rapide mais instable : pour la maintenir il faut irradier ultérieurement le corps thyroïde.

22°) Chez la femme atteinte de maladie de Graves, sous l'influence de la radiothérapie, la menstruation se rétablit normalement lorsqu'elle était troublée ou supprimée par le fait de la maladie.

23°) Au cours d'un traitement sous l'influence des rayons X la formule sanguine basedowienne ne semble pas se modifier d'une manière caractéristique, quoiqu'il y ait tendance au retour vers la normale.

24°) Il y a très peu de récidives après un traitement radiothérapique.

25°) Chez les basedowiens le traitement radiothérapique peut faire diminuer le volume du cœur hypertrophié.

26°) Un sujet malade depuis plus de deux ans est en général un mauvais cas.

27°) Un malade qui a présenté autrefois ou présente encore des symptômes de rhumatisme chronique, simultanément ou alternativement avec des syndromes basedowiens, est aussi un mauvais cas.

28°) Un malade qui après avoir reçu une dose de 20 H. ne présente pas d'amélioration, principalement du côté du cœur, est un très mauvais cas. S'il présente en outre des symptômes d'insuffisance cardiaque, le cas peut devenir mortel.

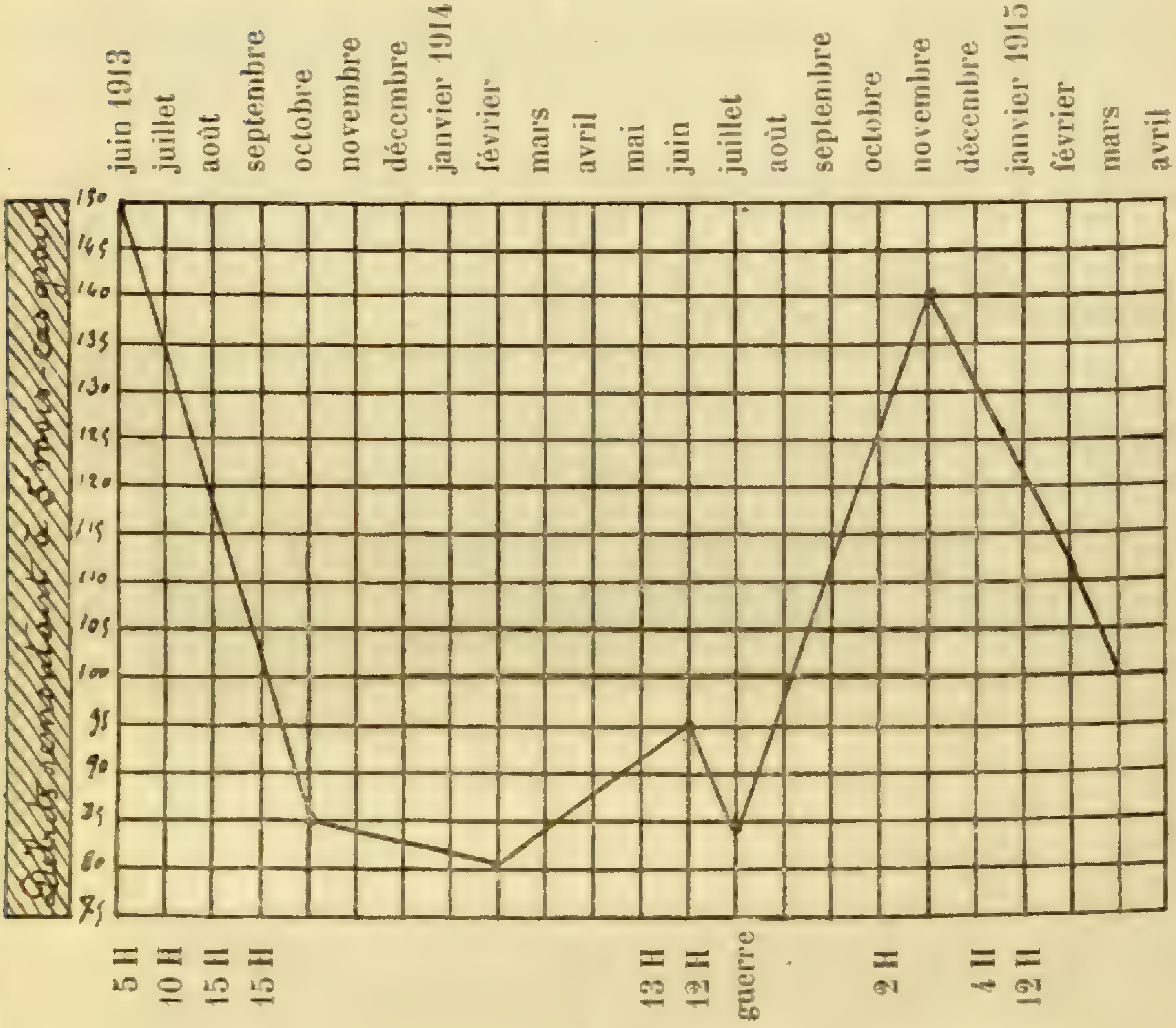
29°) A dose thérapeutique, l'application des rayons X sur la peau, n'enlève en rien les qualités de celle-ci et n'aggrave en rien le pronostic cicatriciel d'une opération ultérieure.

Maladie de Basedow-Graves

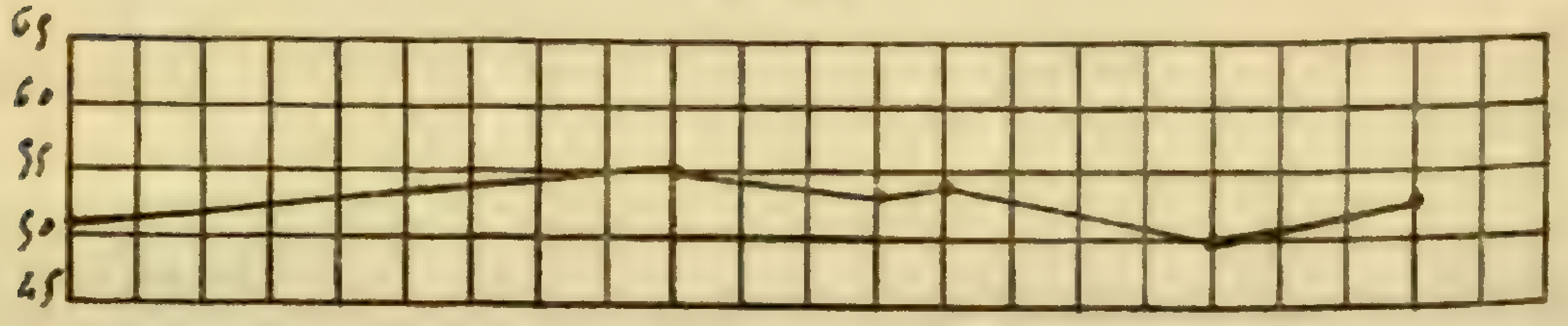
Courbes de la fréquence des battements cardiaques et du poids sous l'influence des **Rayons X**

N° 1. — (Mlle W., 35 ans, n° 292).

POULS



POIDS



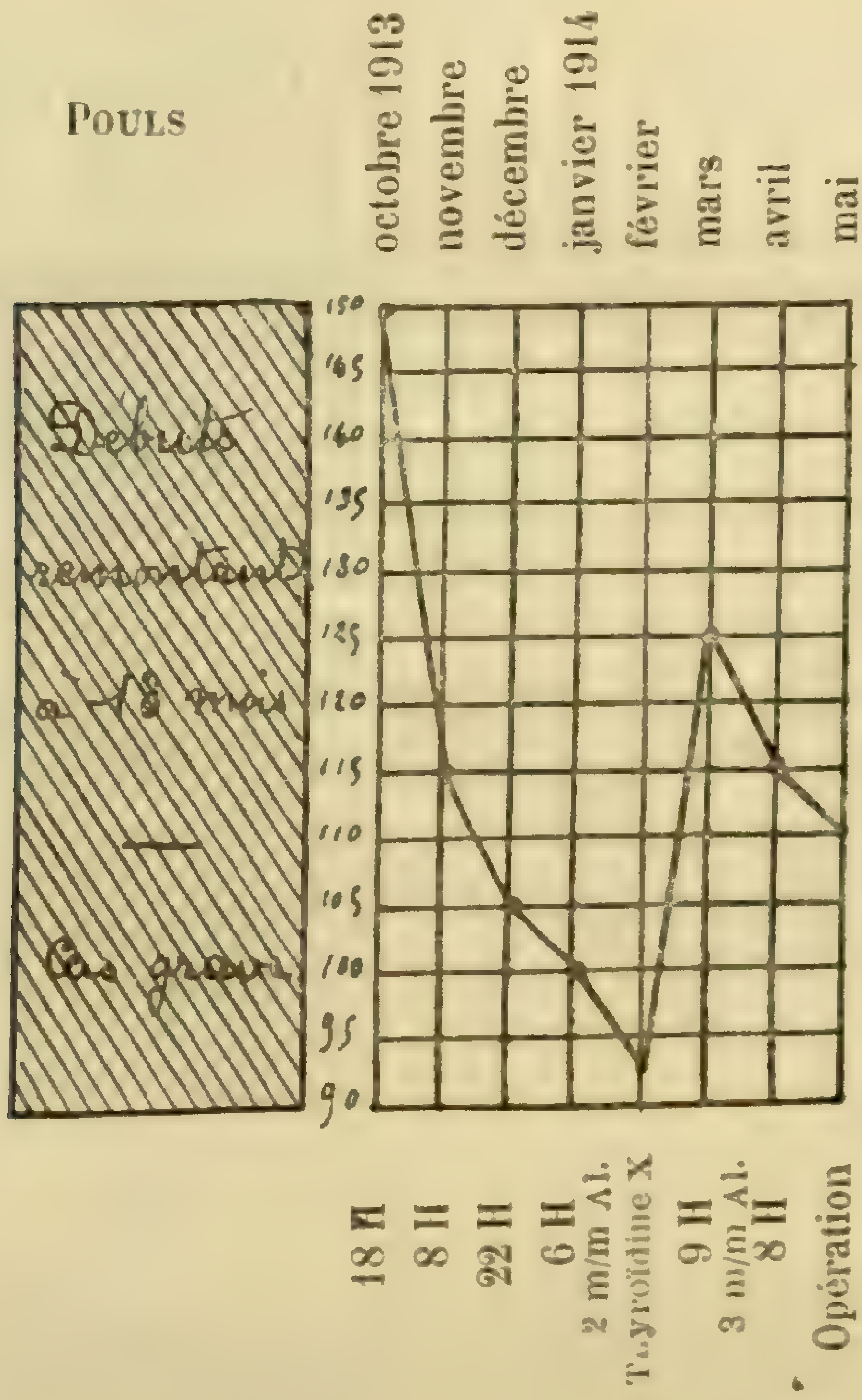
Rayons filtrés par **3 m/m** d'alum.

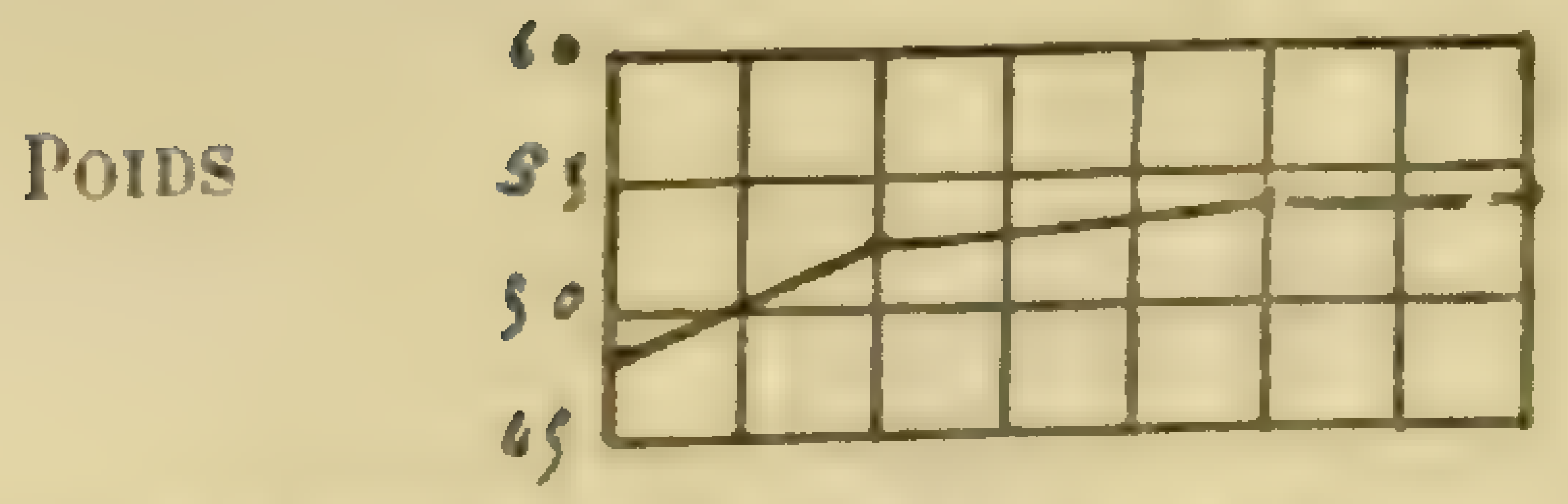
Cas grave. — Influence néfaste manifeste des émotions de la guerre et de la suspension de traitement qui en a été le résultat.

Dose moyenne administrée par région :

avant aggravation accidentelle : **23 H.**

N° 3. — Goitre simple Basedowifié. — (Mme S., 47 ans, n° 298)





Jusqu'en X Rayons filtrés par **1 m/m** d'aluminium.
Ultérieurement Rayons filtrés par **3 m/m** d'al.

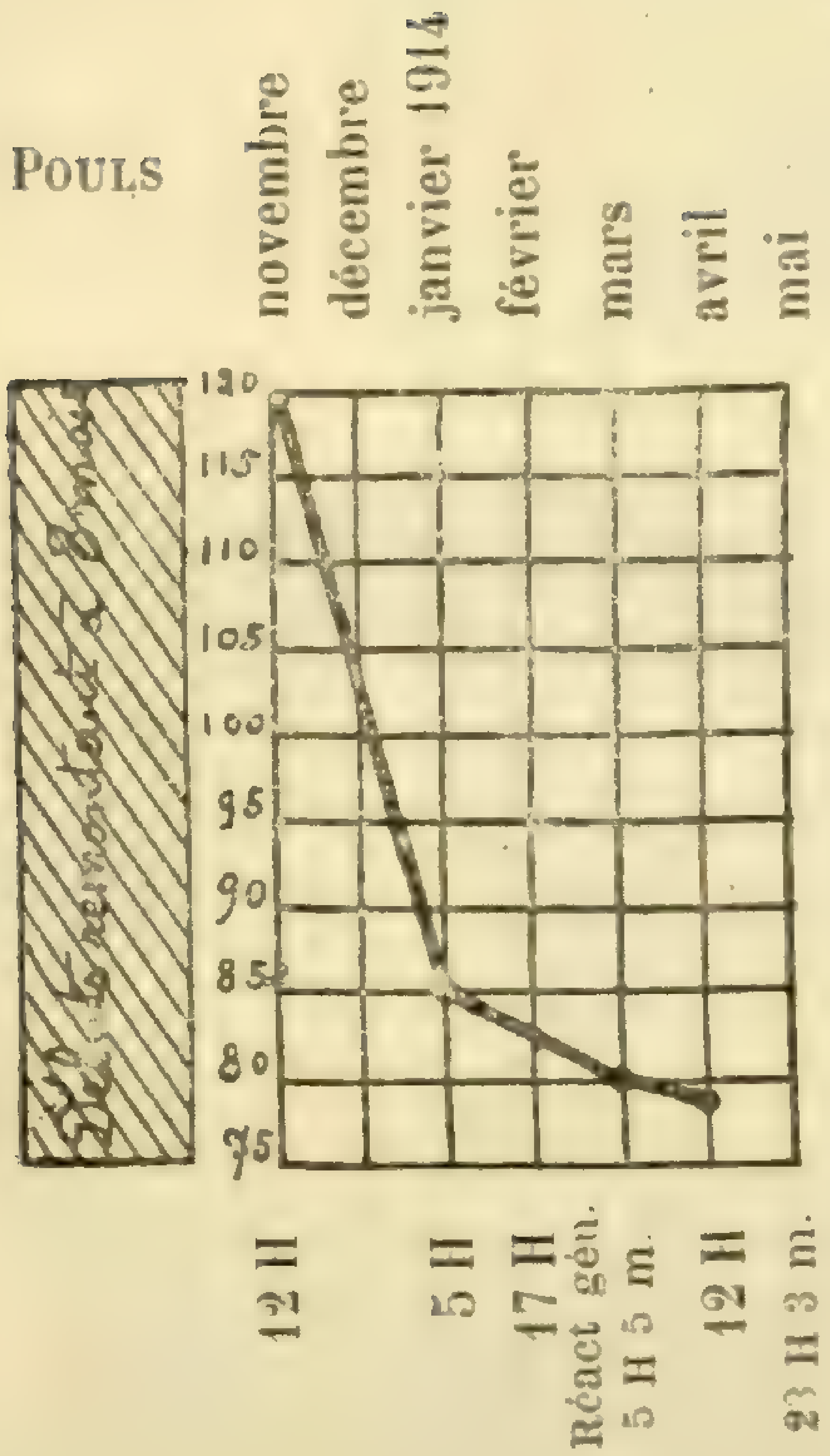
—

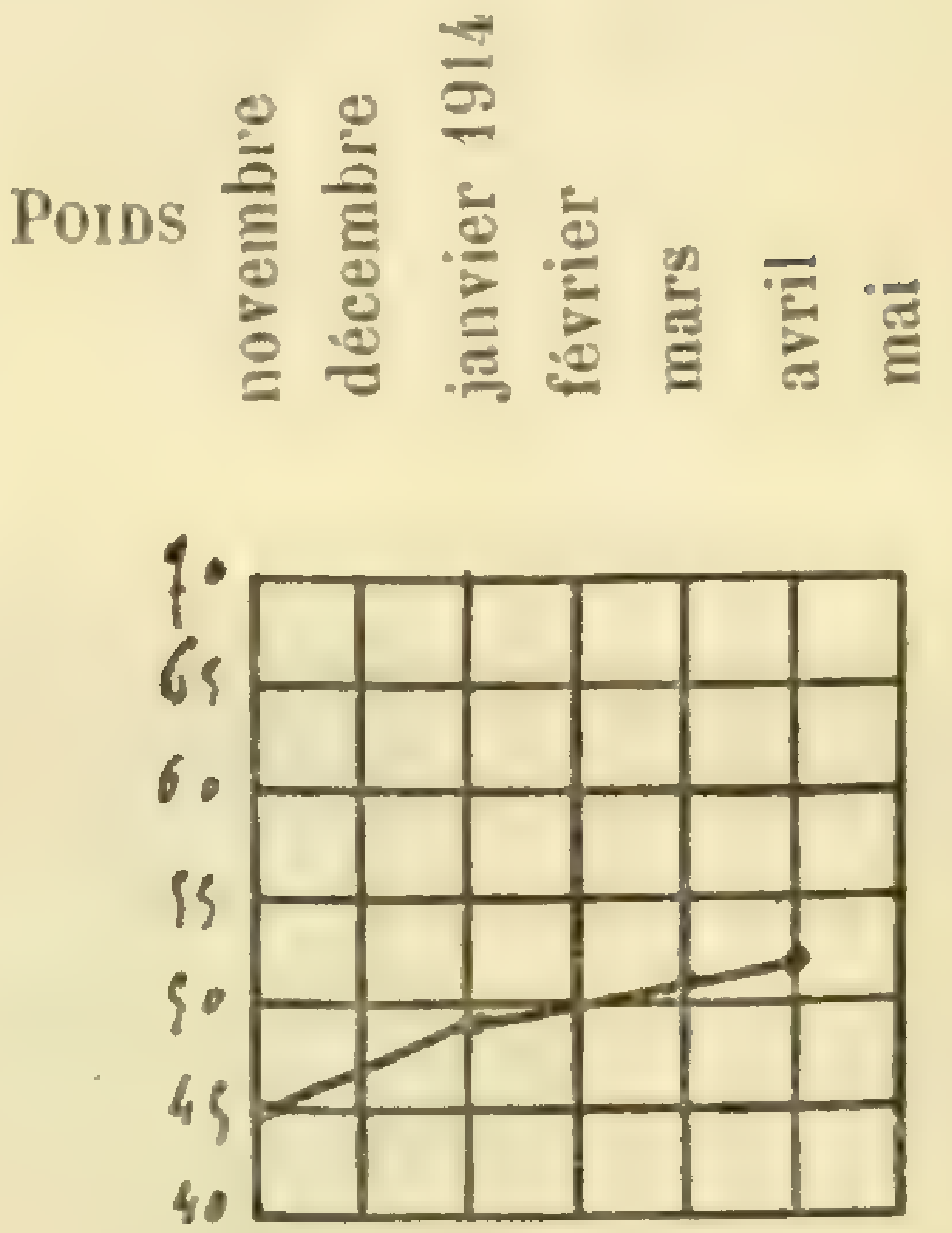
Dose moyenne administrée par région : **23,5 H**

—

Au point X se produisit une aggravation générale des symptômes rhumatoïdes. Celle-ci ayant été attribuée à l'hypothyroïdisme possible, il fut administré à la malade un peu de thyroïdine. On voit quelle fut l'aggravation immédiate produite.

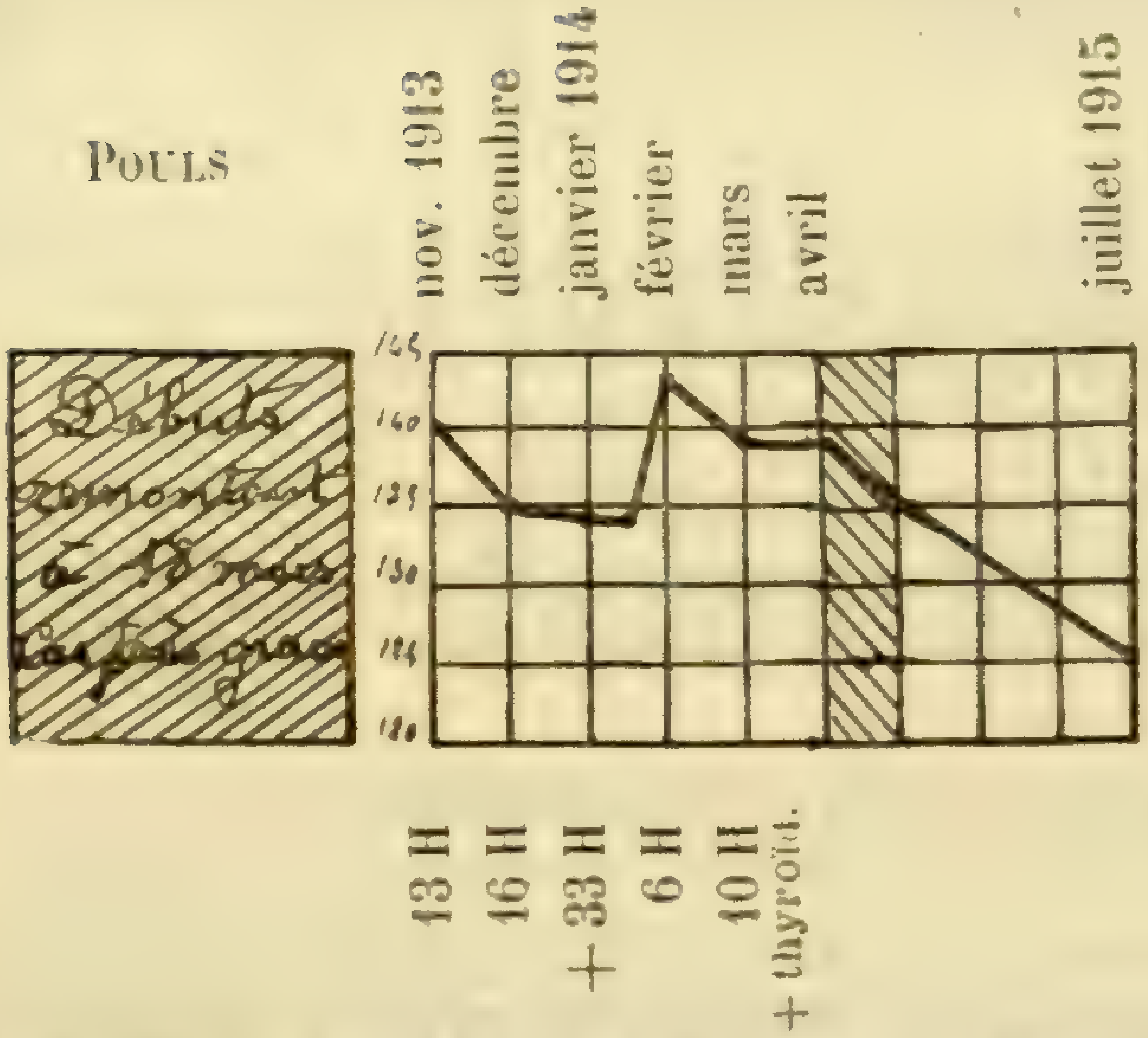
N° 4. — (M^me S., 57 ans, n° 299).

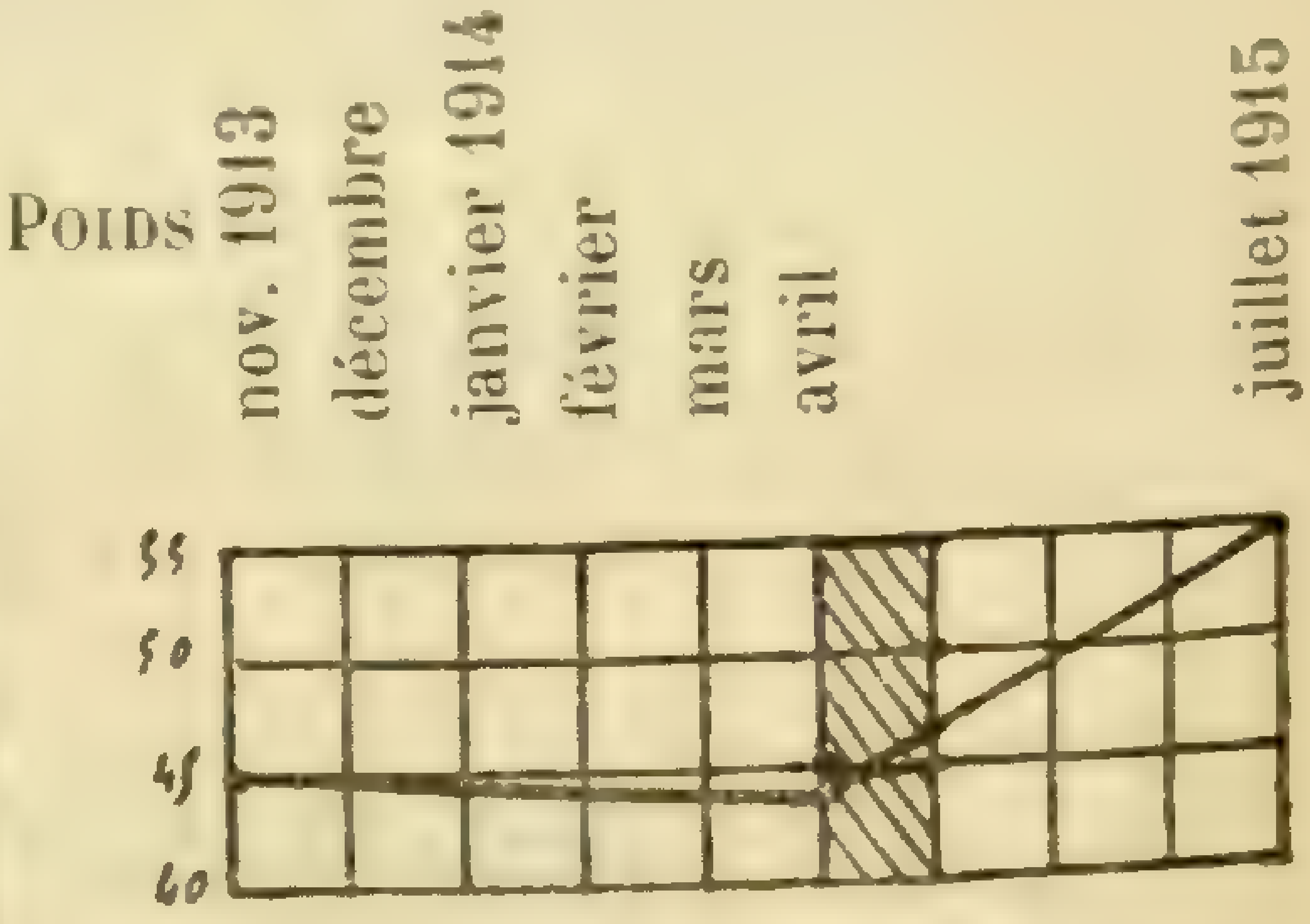




Rayons filtrés par 1,
puis **3 m/m** d'alum.
La dose moyenne administrée
fut de **23 H** par région.
Résultat considéré comme
guérison par la malade.

N° 5. — (M^me D., 33 ans, n° 300).



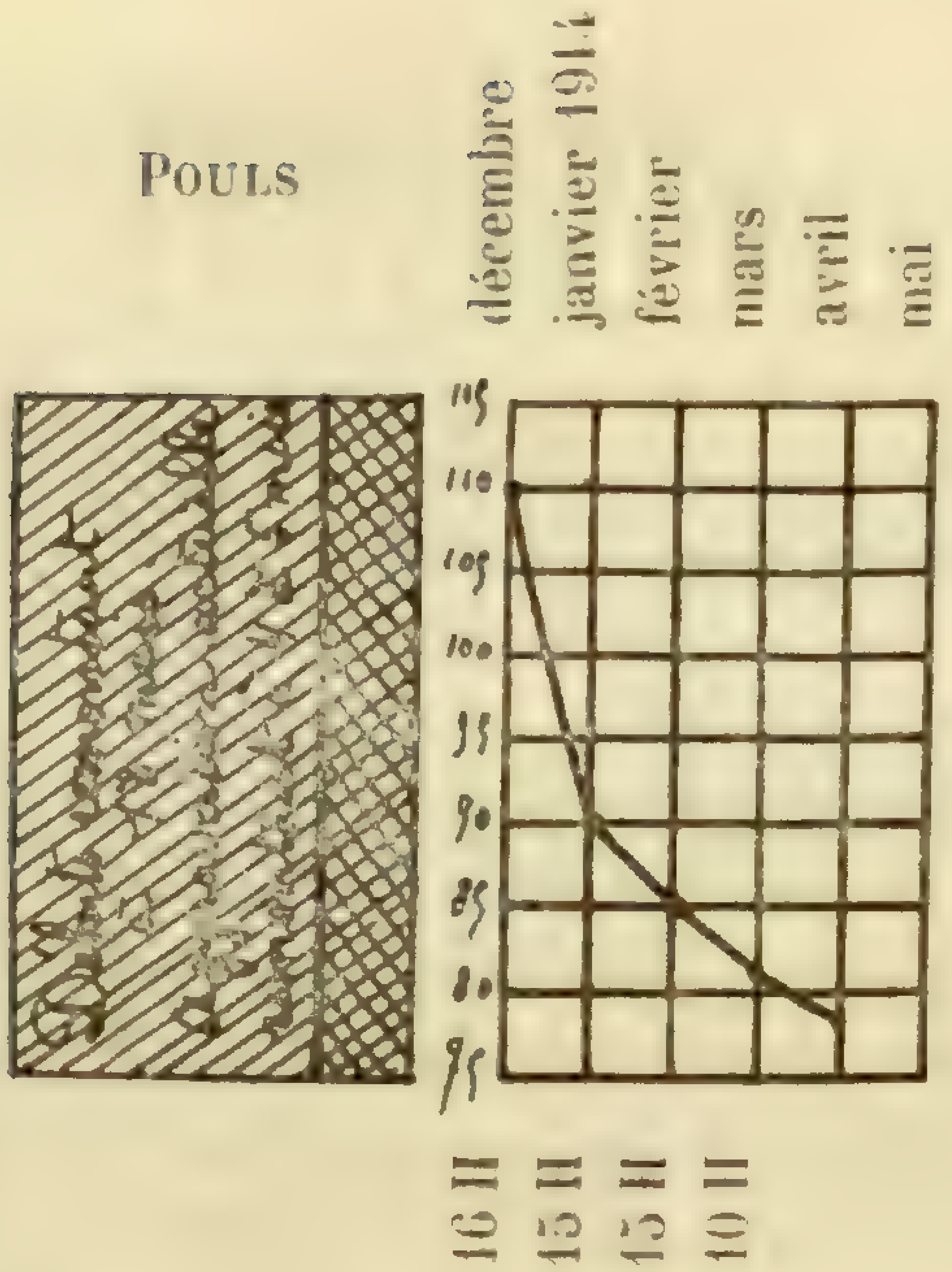


Rayons filtrés par **3 m/m** d'alum.
En + une dose plus forte de Rayons produisit certains accidents passagers.

Amélioration notable mais tardive. — La Thyroïdine fut sans effet ici.
Moyenne des doses appliquées ici : **26 H** par région. (3)

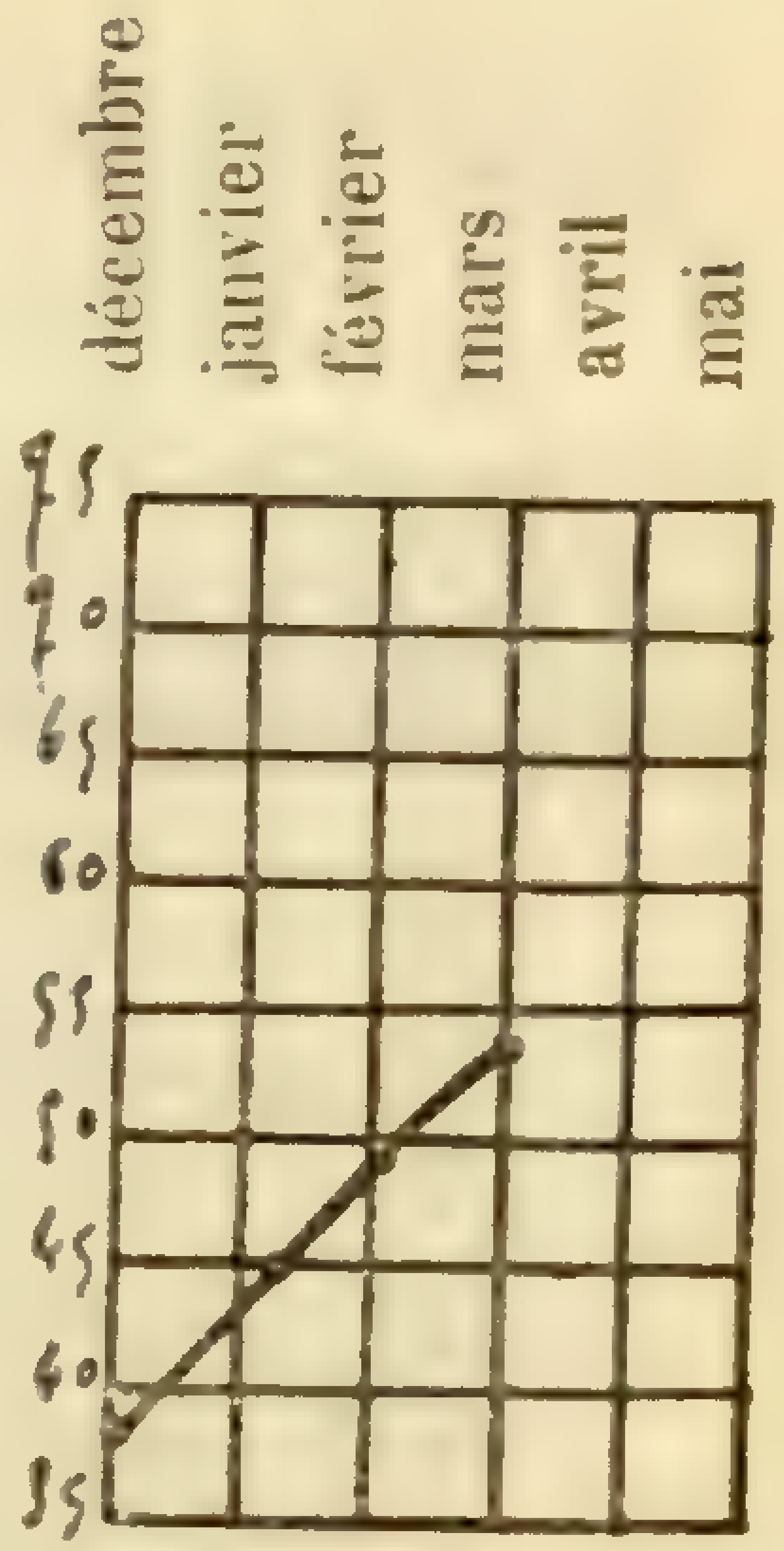
N° 6. — (M. De N. 32 ans, H. n° 565).

Pouls



Moyenne des doses appliquées par région : **17 H**

Poids



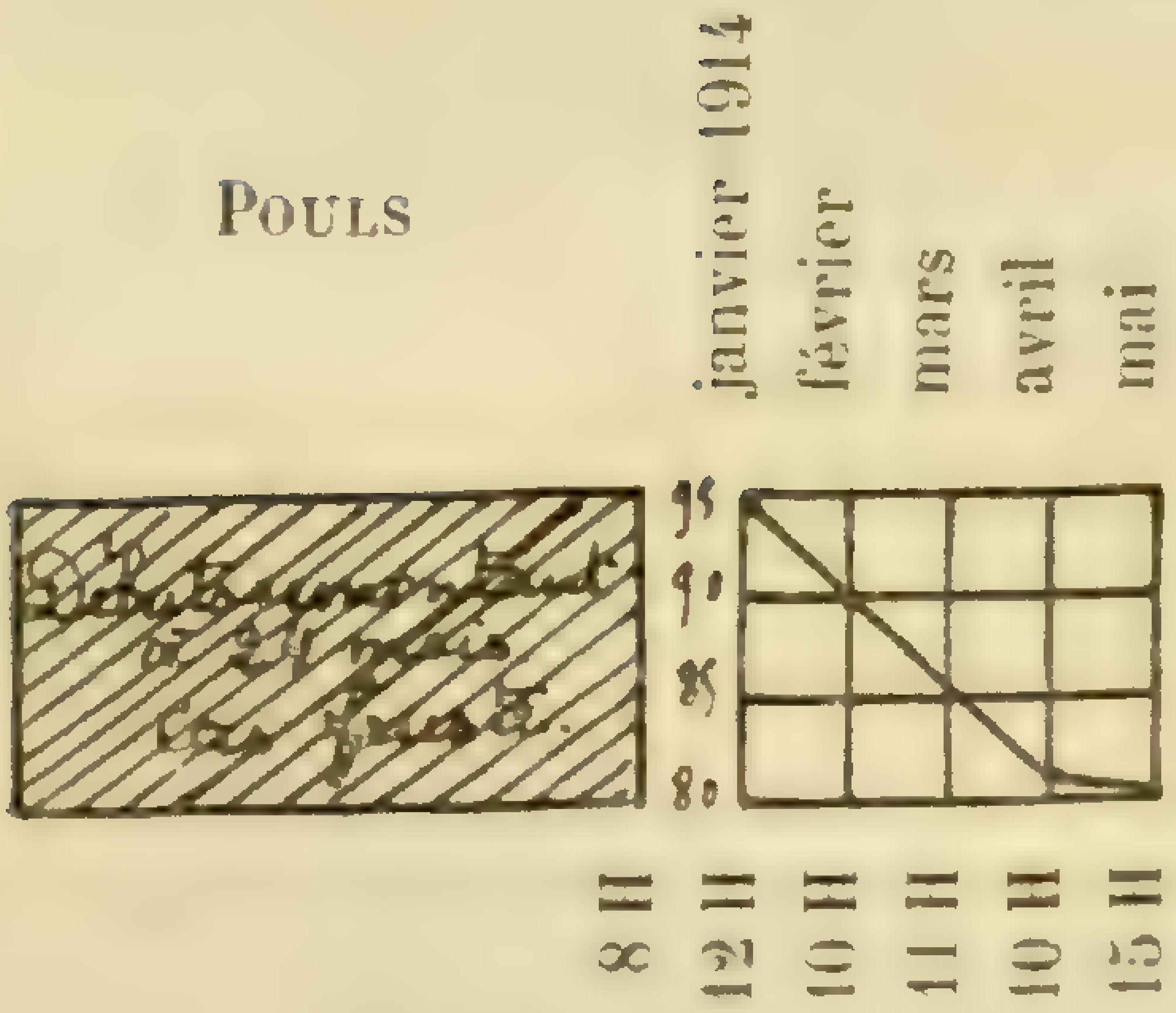
Rayons filtrés par **3 m/m** d'alum

Persistance manifeste du thymus.

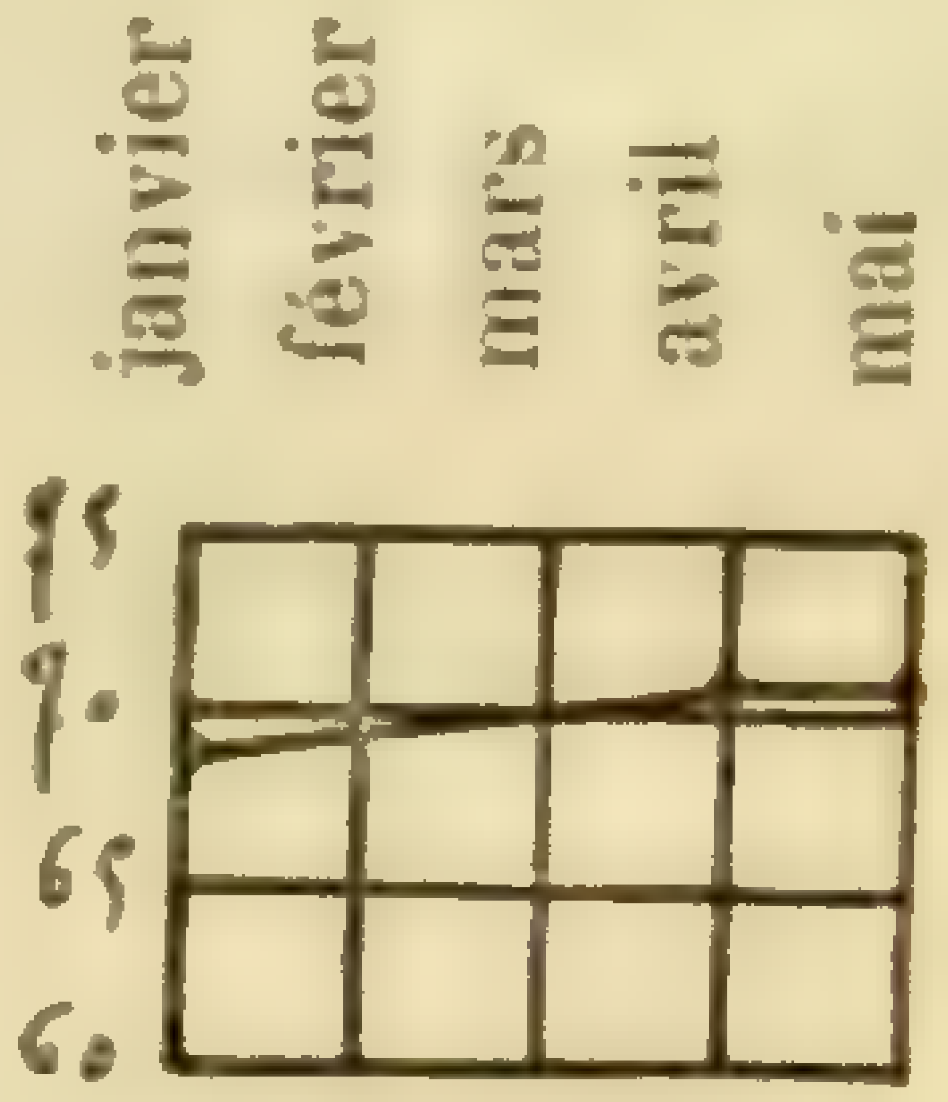
Résultat considéré comme guérison par le malade.

N° 7. — (P. T., 30 ans, n° 304).

Pouls

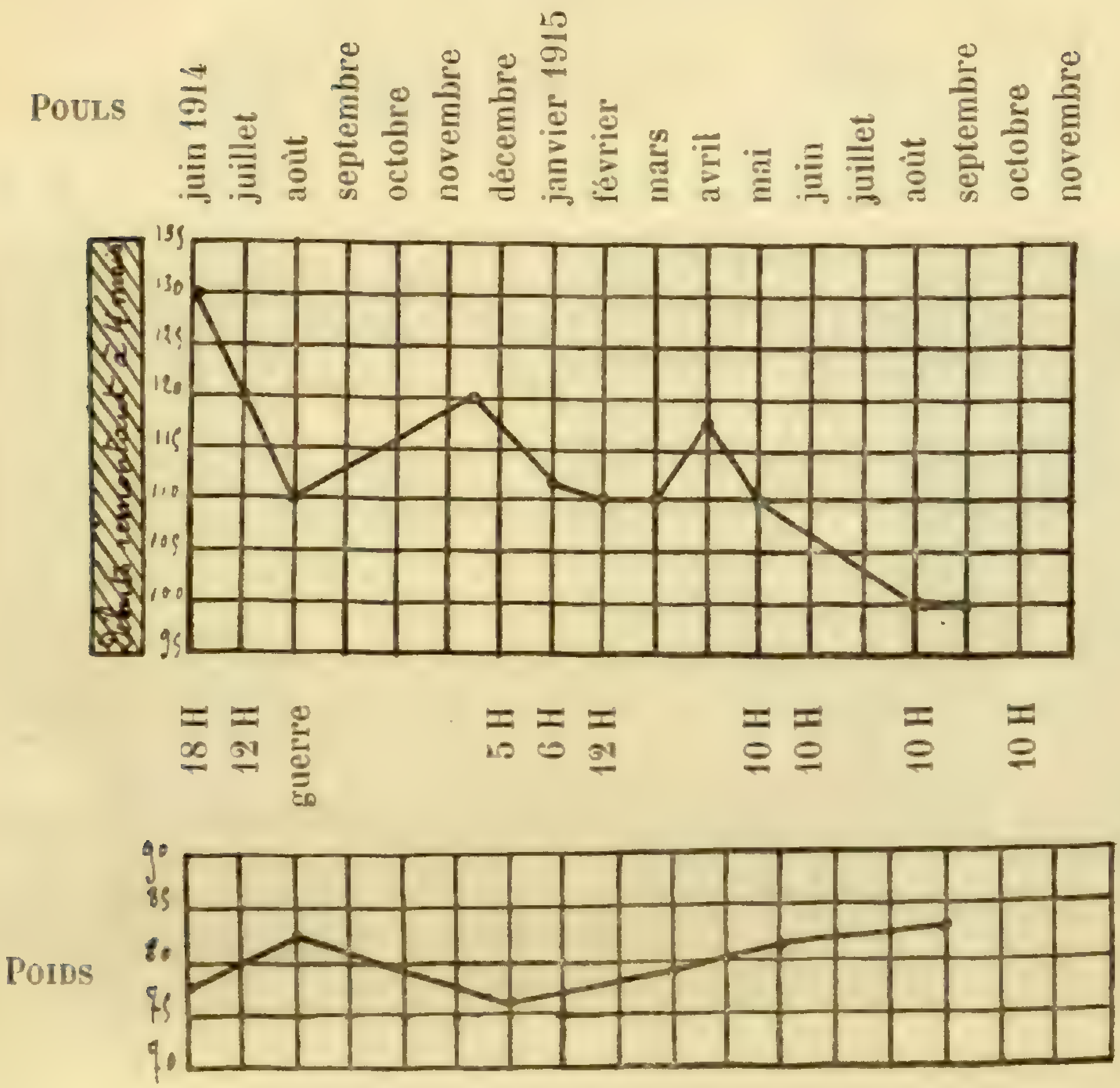


Poids



Rayons filtrés par **3 m/m** d'alum.
Dose moyenne administrée à chaque région : **22 H.**
Résultat considéré comme guérison par le malade.

N° 8. — (M^{me} M., 42 ans, n° 323).

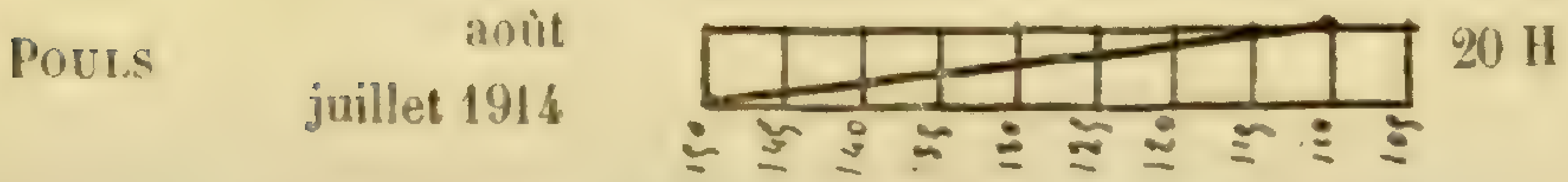


Rayons filtrés par **3 m/m** d'aluminium.

Dose moyenne administrée par région :
Totale . . . . **31 H**
Après l'interruption forcée et l'aggravation : **21 H**

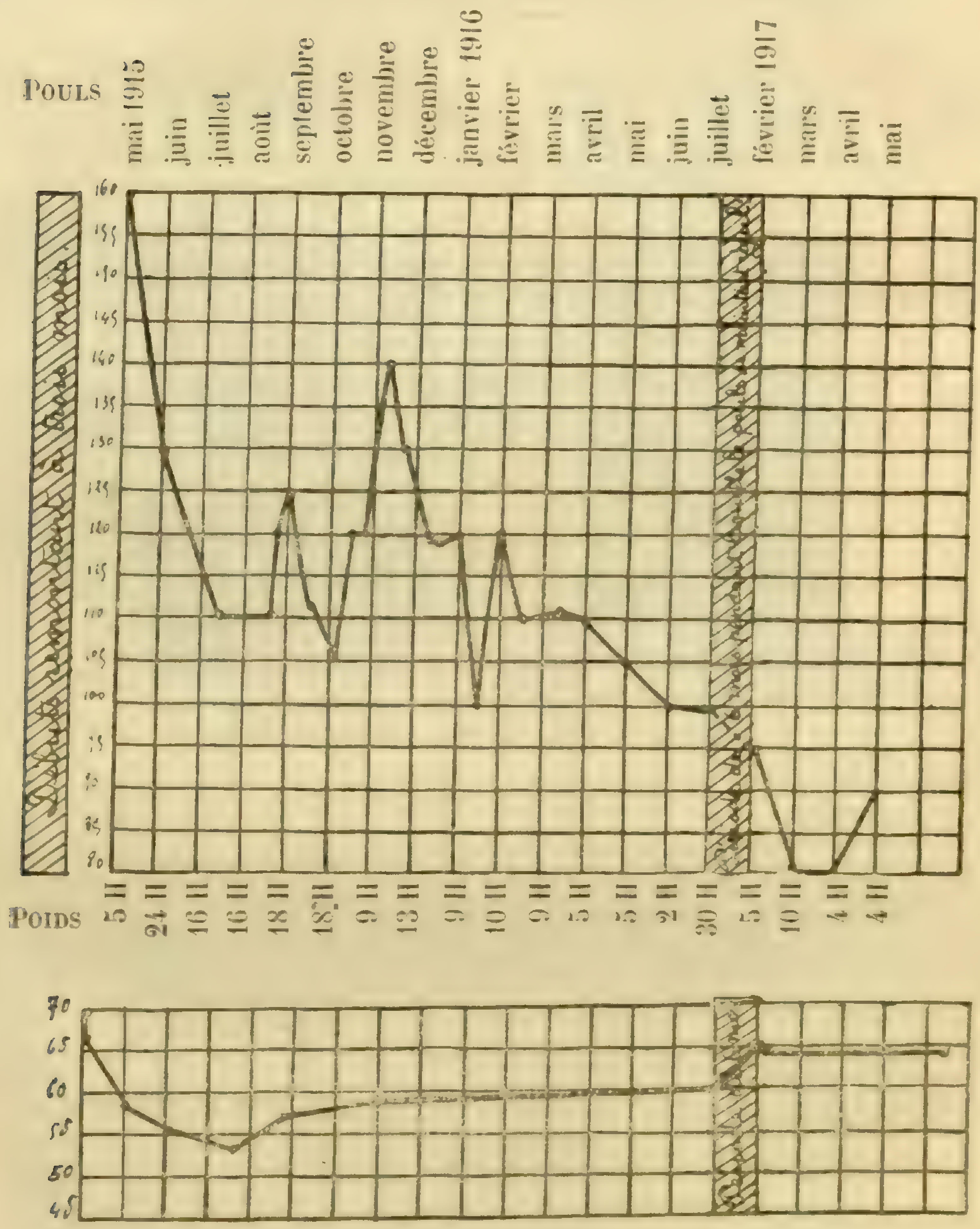
Influence néfaste manifeste des émotions et de l'interruption de traitement. Résultat considéré comme guérison par la malade.

N° 9. — M^{lle} De M. (35 ans, n° 420bis H).



Rayons filtrés par **3 m/m** d'aluminium.
Traitement interrompu par suite de la guerre.

N° 11. — (M^me^ De H., 42 ans, n° 710 H)



Rayons filtrés pendant les quatre premiers mois par **3 m/m**
puis par **2 m/m** d'alum.

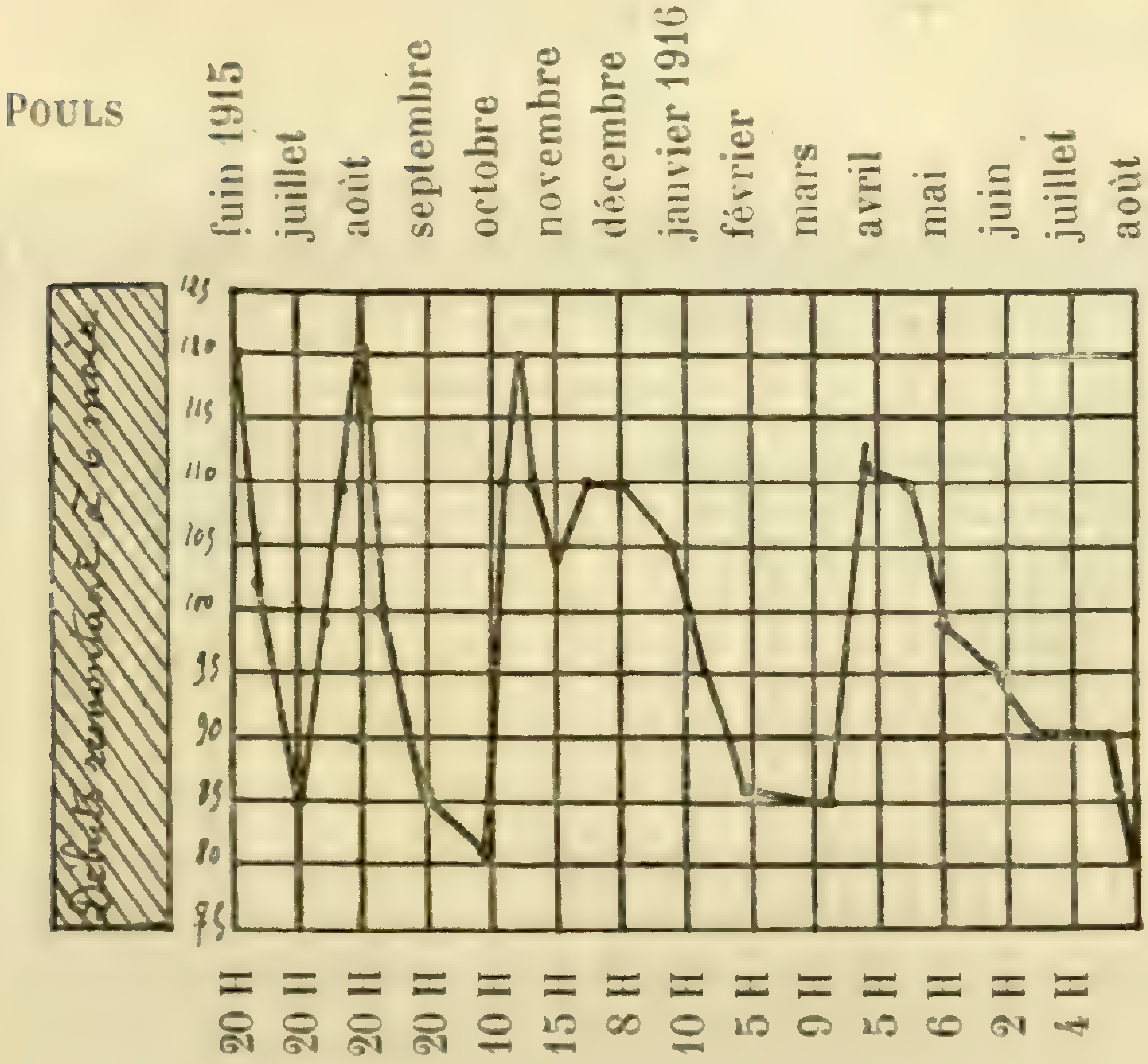
—

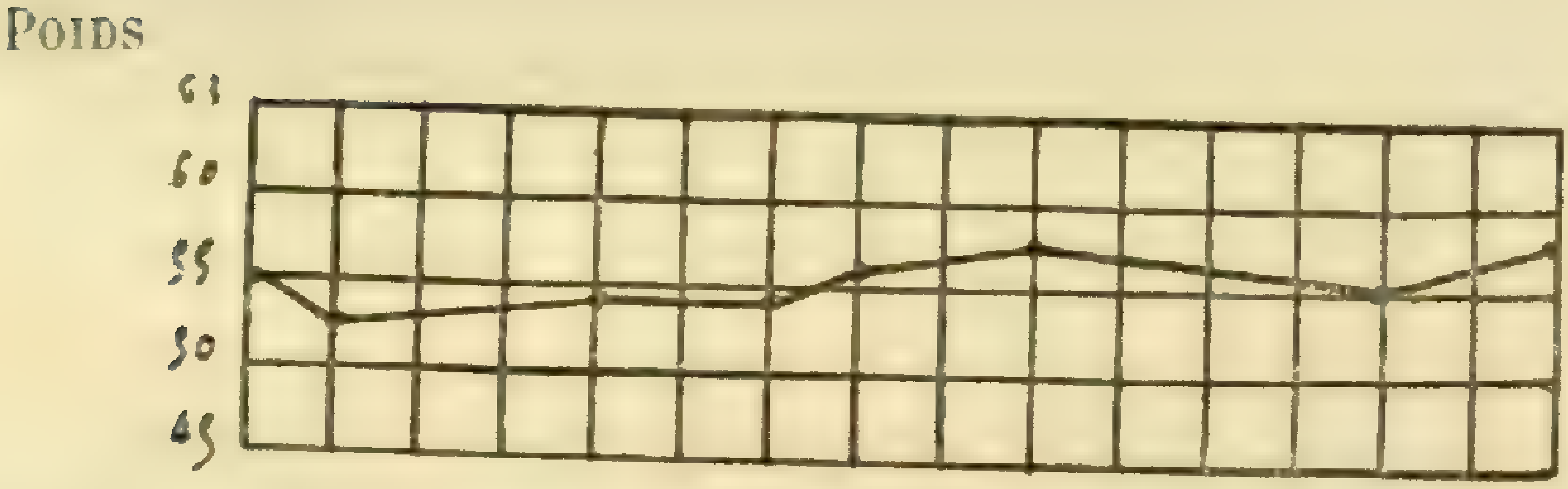
Dose moyenne appliquée par région : **70,6 H**

—

Résultat considéré comme guérison par la malade

N° 12. — (M^{elle} L... 19 ans, n° 730 H)





Rayons filtrés les trois premiers mois par **3 m/m**, puis par **2 m/m** d'alum.

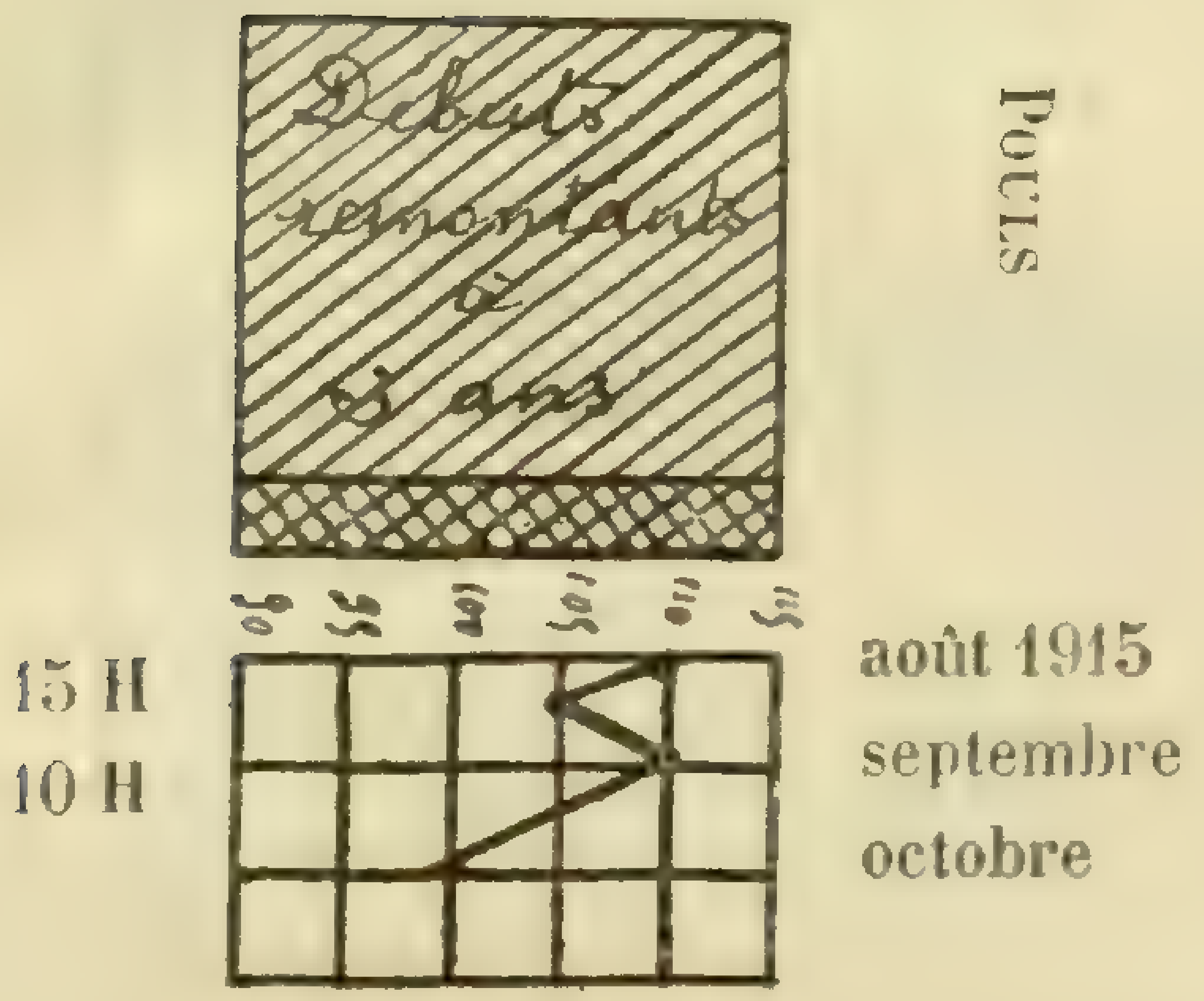
—

Dose moyenne administrée par région : **31,3 H**

—

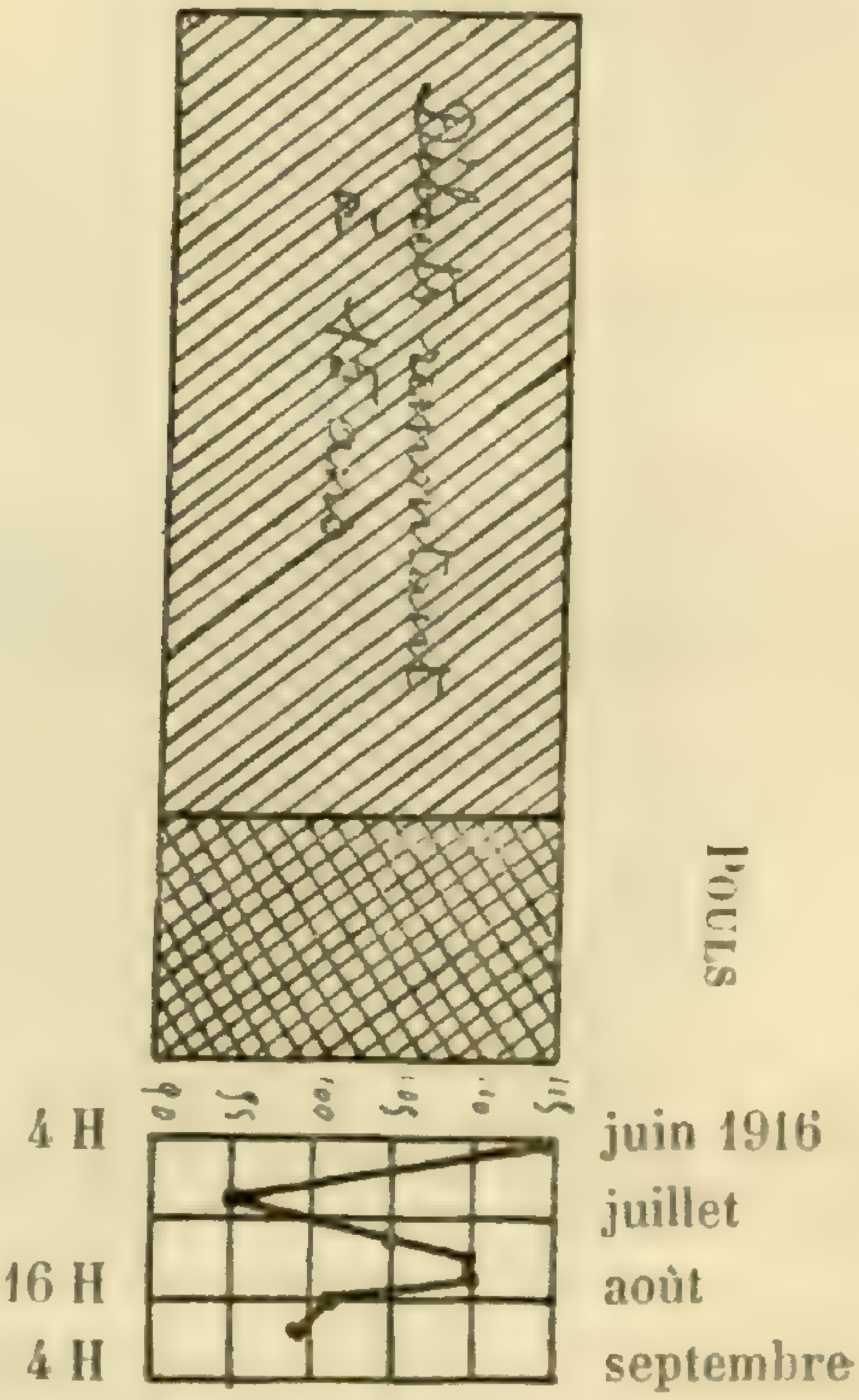
Résultat considéré comme guérison par la malade.

No 13. — (Melle R… 47 ans, no 596 p.)



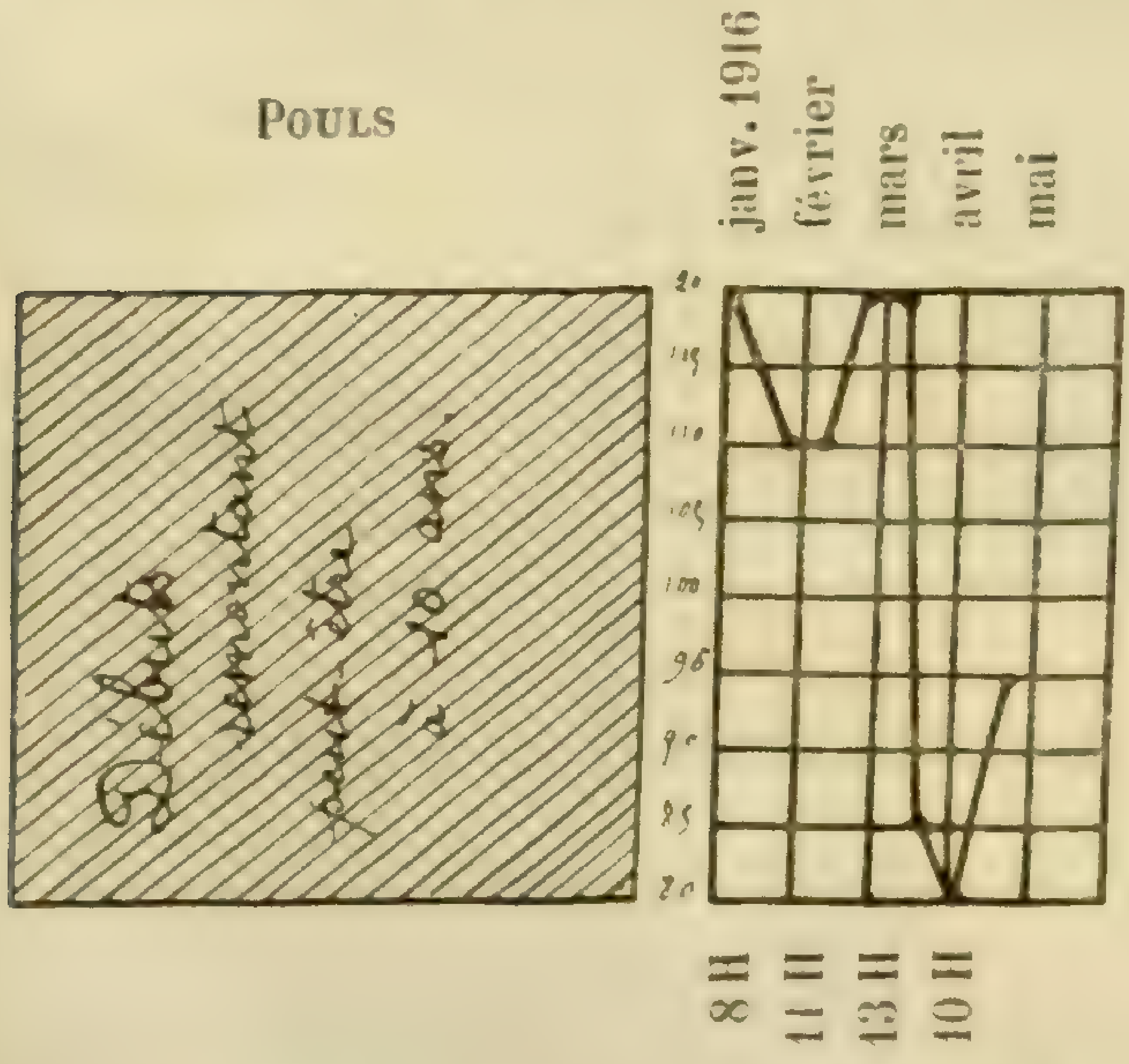
Rayons filtrés par **3 m/m** d'alum.

No 22. — (Melle De J… 30 ans, no 654 H) (goitre basedowifié).



Rayons filtrés par **2 m/m** d'alum.

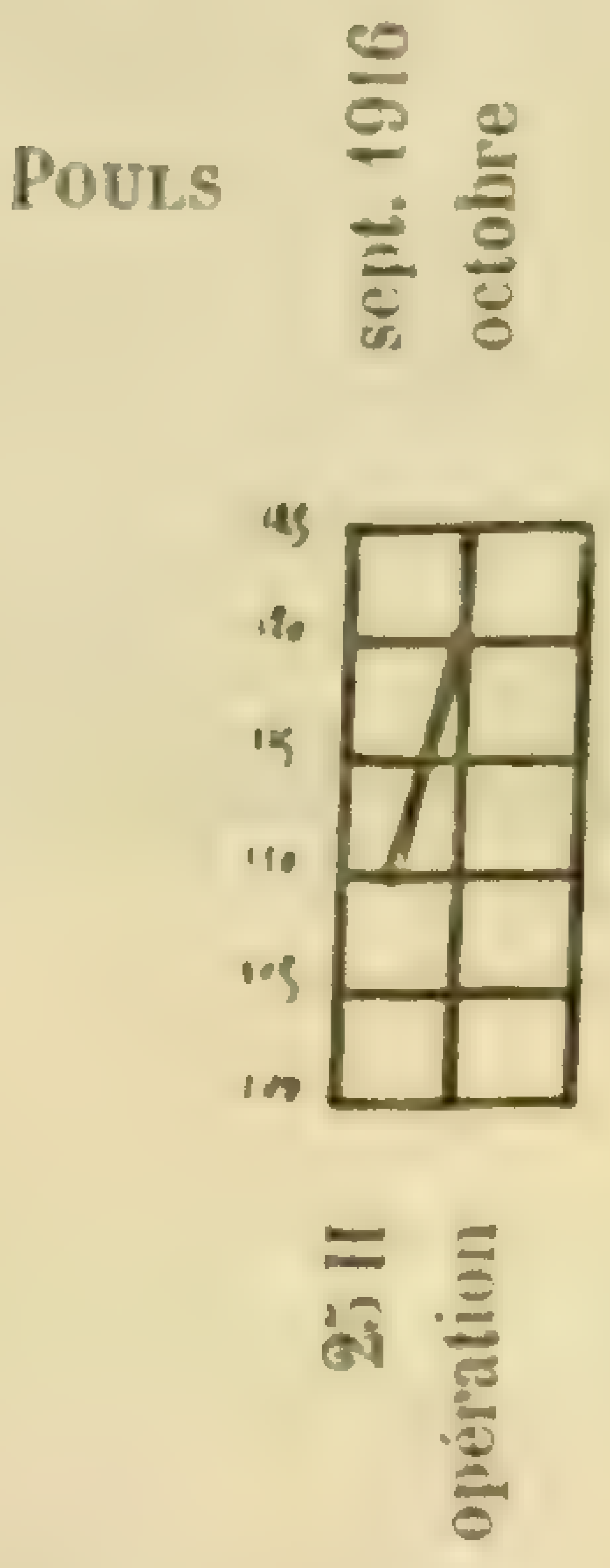
No 18. — (R. F. E. 46 ans, no 1033 H)



Rayons filtrés par **2 m/m** d'alum.

Dose moyenne par région : **14 H**

No 23. — (Mme De L. 31 ans, no 728 p.).



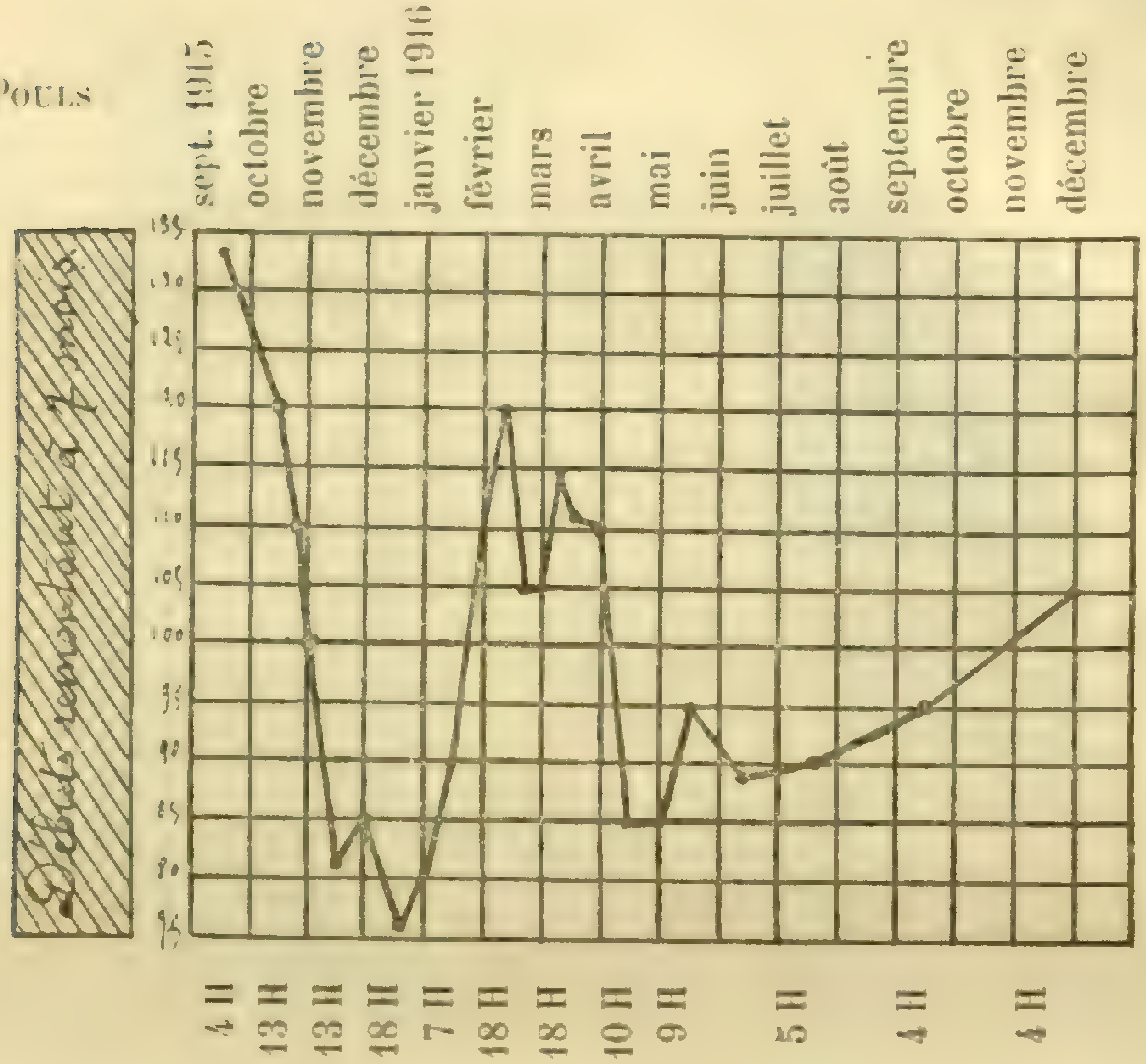
Rayons filtrés par **2 m/m** d'al.

Après avoir reçu en quelques jours une dose massive, la malade se fit opérer sans attendre.

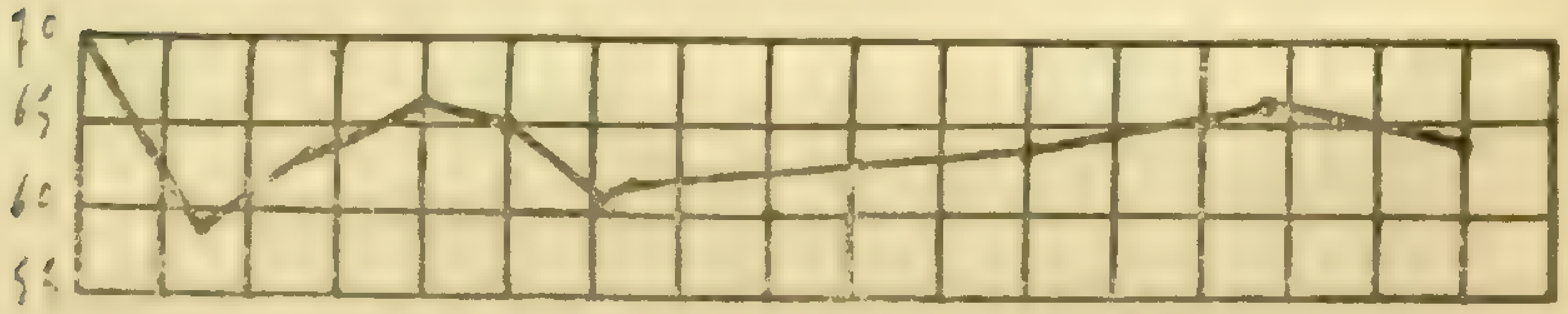
A remarquer : l'exacerbation produite par une forte dose.

N° 14. — (M^{elle} R… 19 ans, n° 866 H)

Pouls



Poids



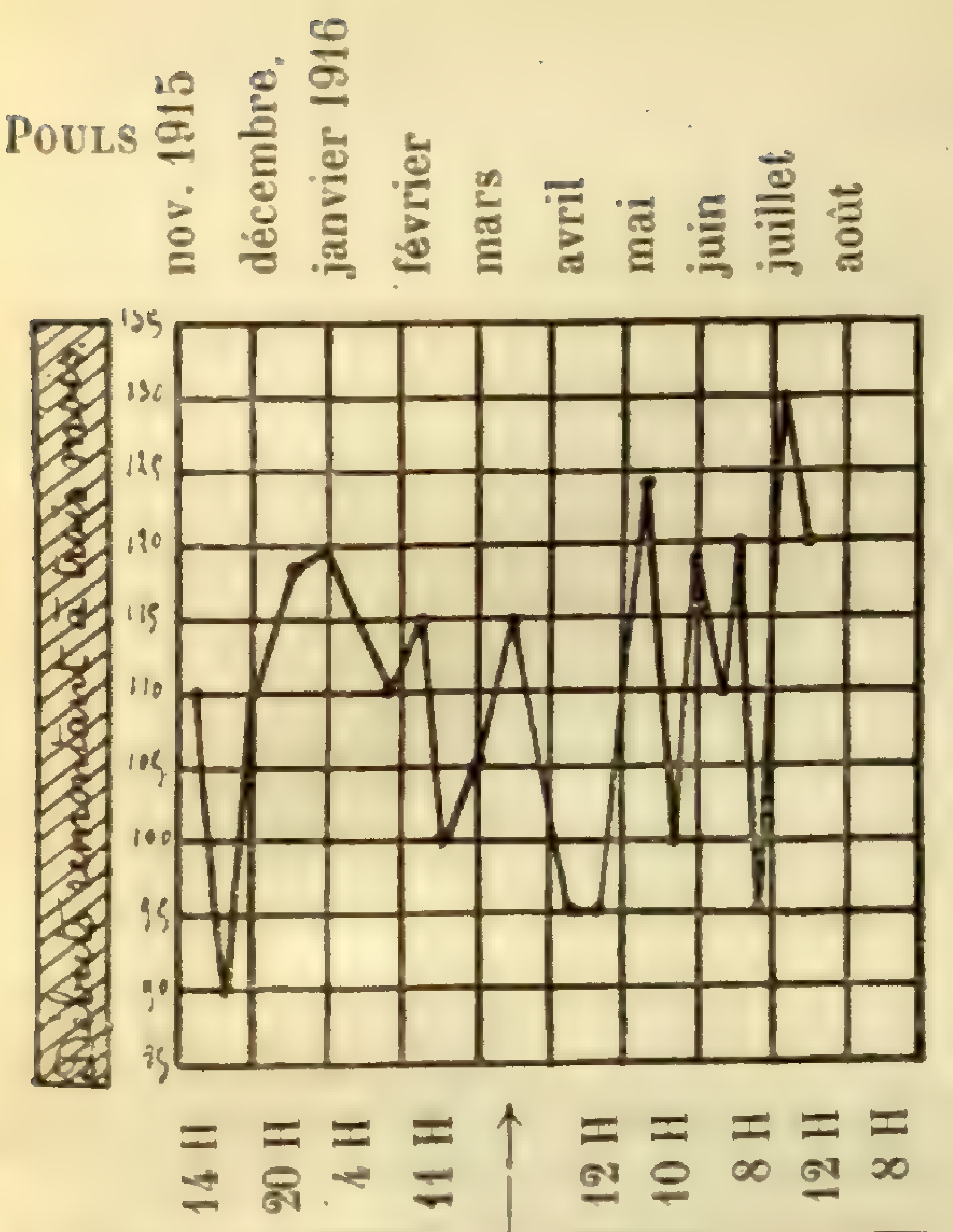
Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.

Dose moyenne administrée par région : thymique **77,5 H**
thyroïdienne **22,5 H**

Jusqu'en février la région thymique (sternale) est seule irradiée : résultat rapide mais instable. Ensuite les trois régions sont traitées conjointement : nouvelle amélioration.

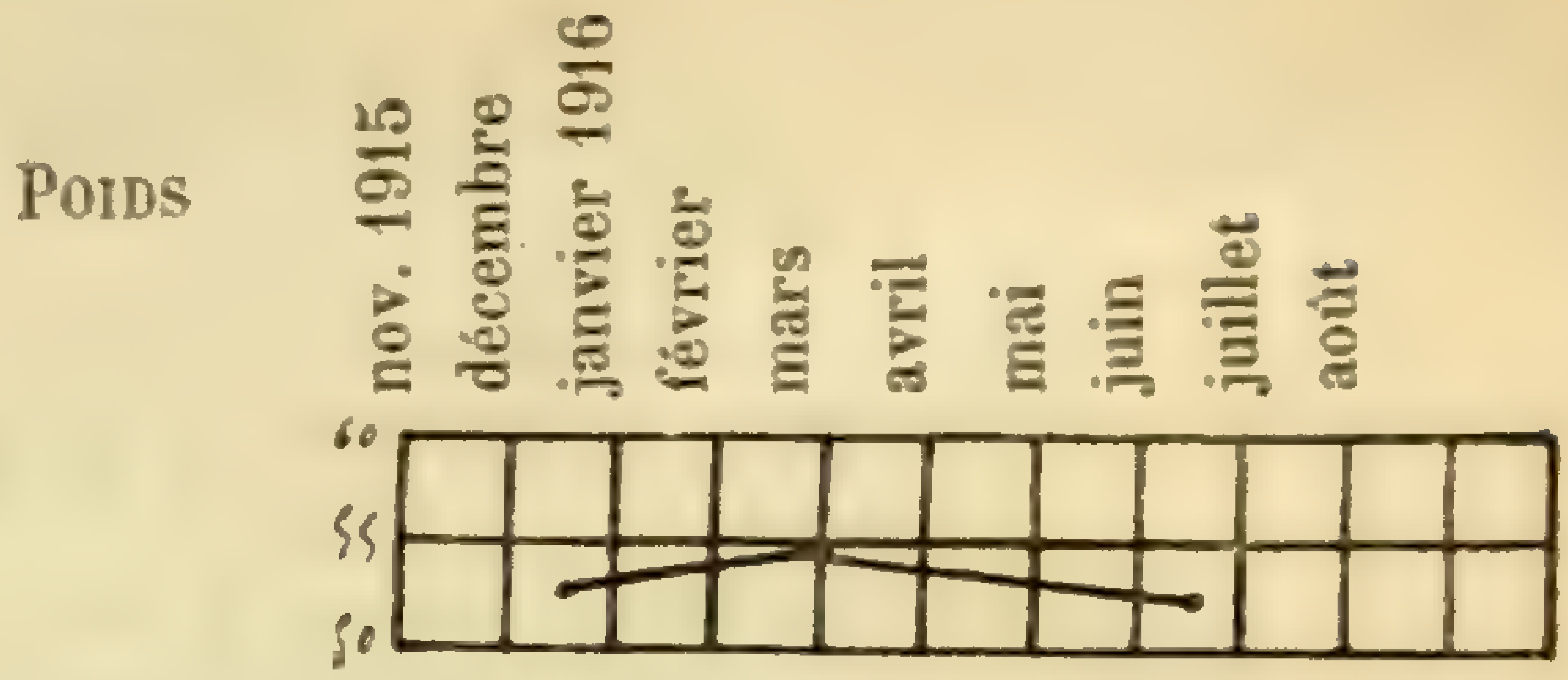
Résultat considéré comme guérison par la malade.

N° 16. — (M^lle D..., 19 ans, n° 921 H).



seules les deux régions thyroïdiennes sont irrad. au début.

La région sternale est également traitée



Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.

—

Dose moyenne administrée par région : **33 H**

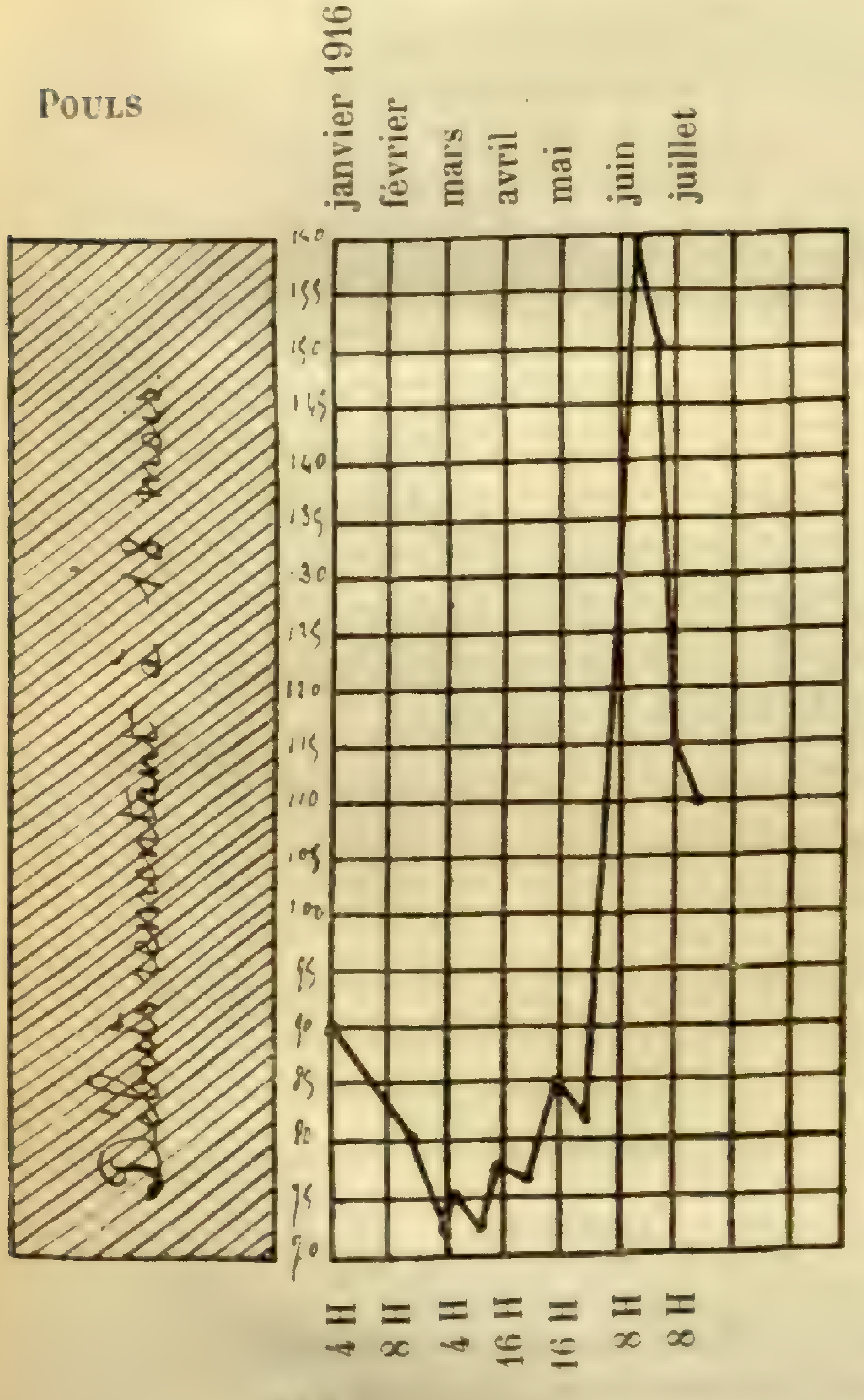
—

Dose réelle administrée à chaque région thyroïdienne : **40 H**

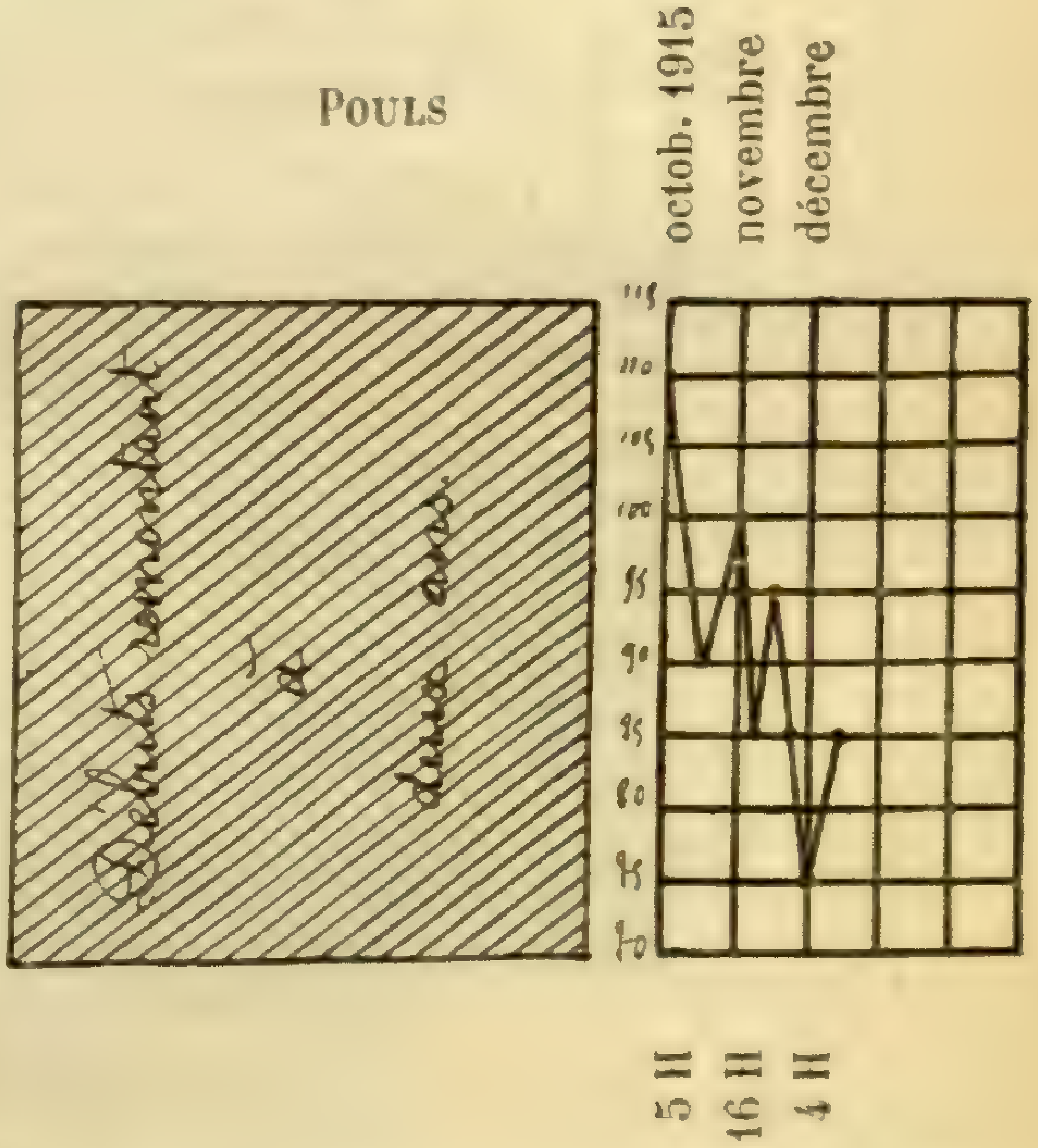
—

Dose réelle administrée à la région sternale : **20 H**

N° 17. — (M^lle K. O., 20 ans, n° 1032 H). (goitre basedowifié)



N° 15. — M^lle C..., 24 ans, n° 907 H).

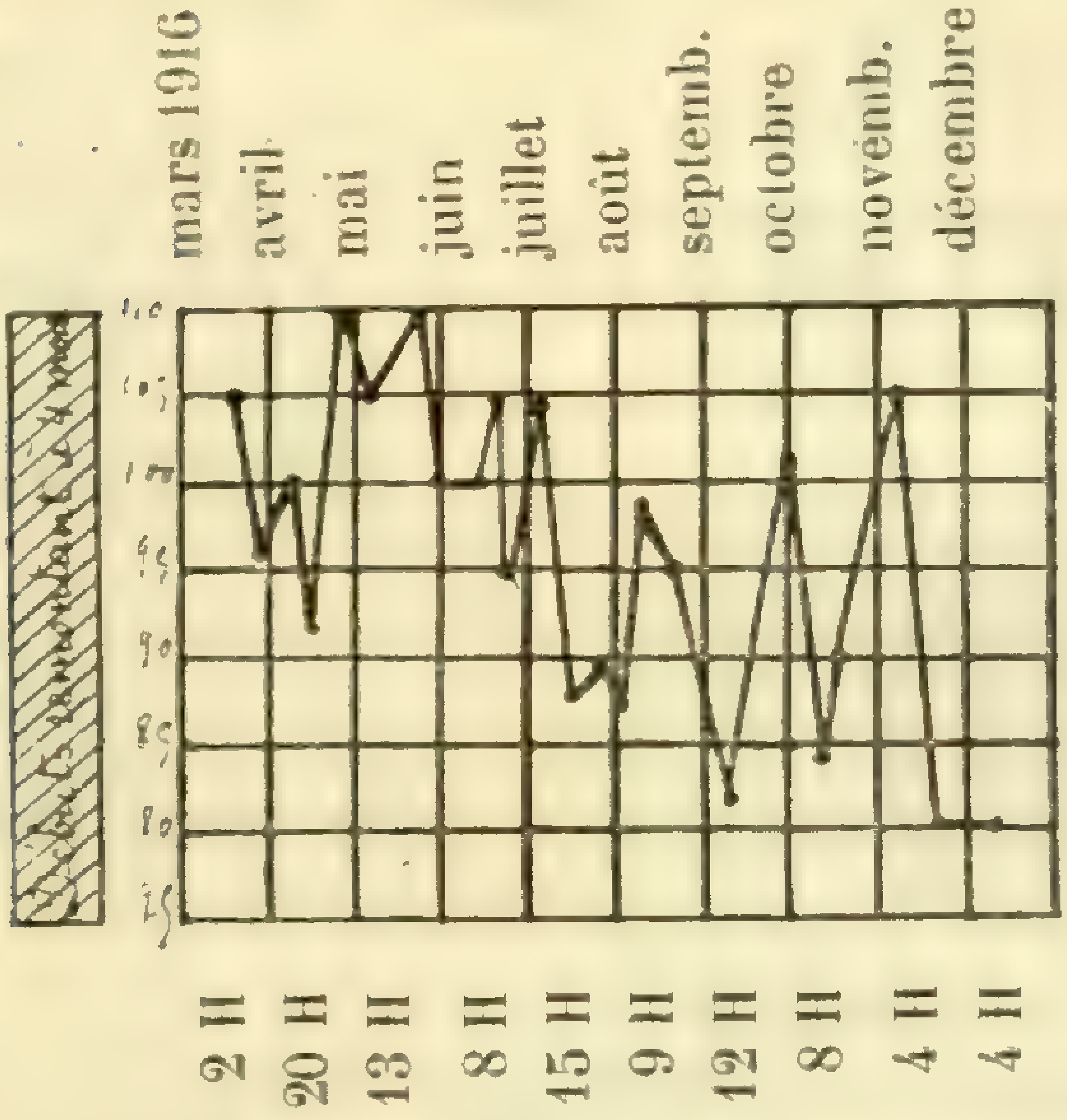


Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.
Dose moyenne par région : **8 H**, 1/3

Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.
Dose moyenne par région : **32 H.**
Seules les régions thyroïdiennes furent irradiées.

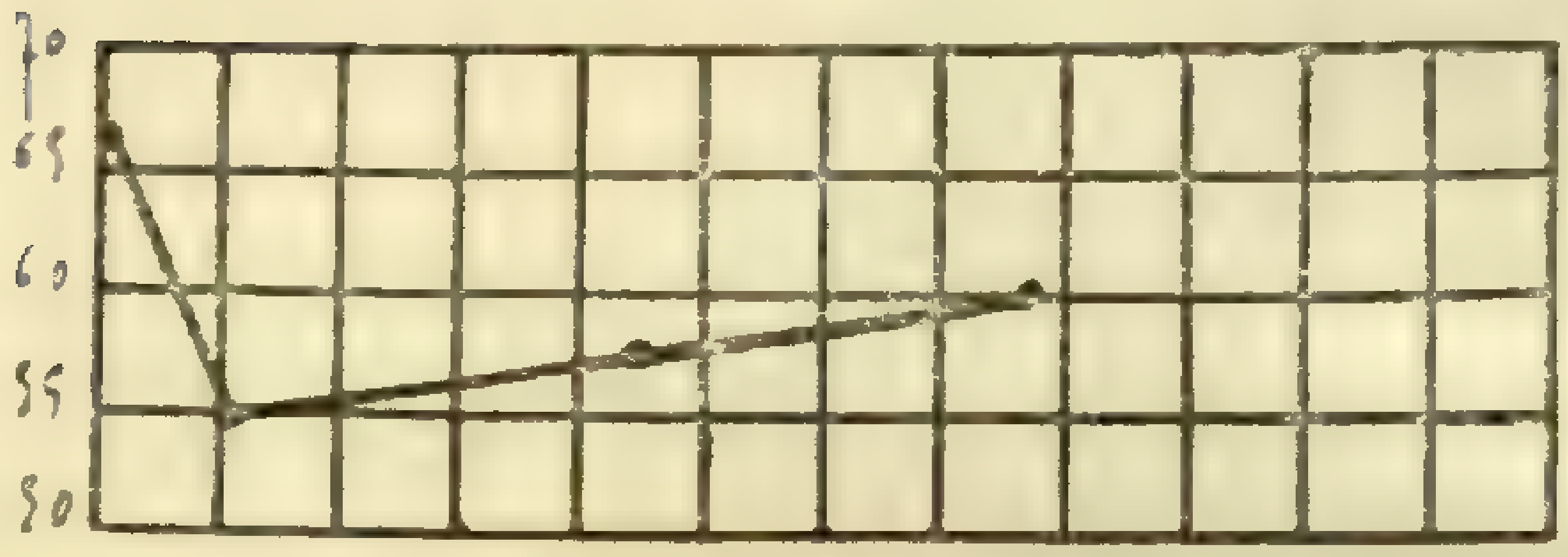
N° 19. — (M. B..., 30 ans, n° 1133 H).

Pouls



fortes préoccupat. morales

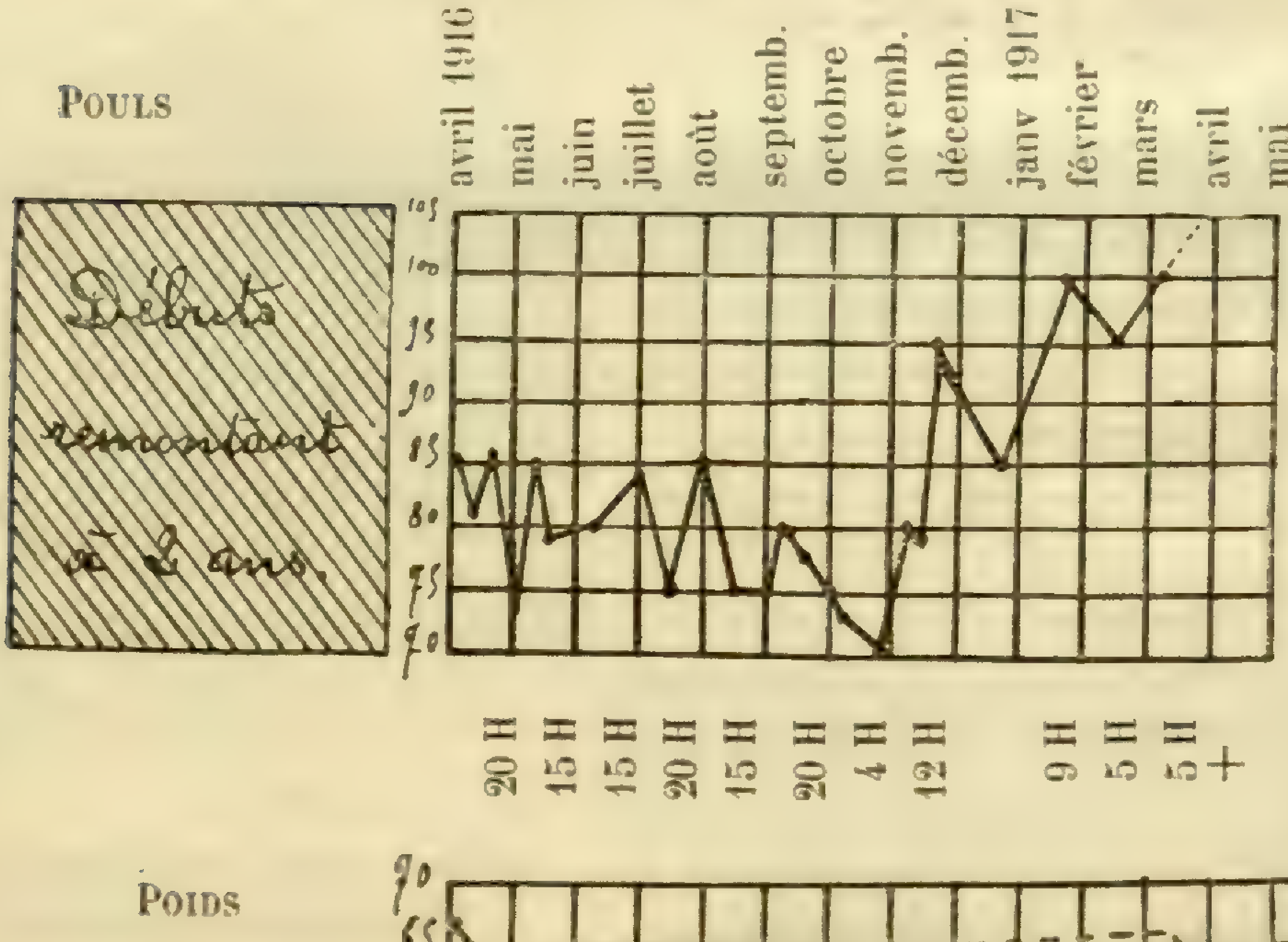
Poids



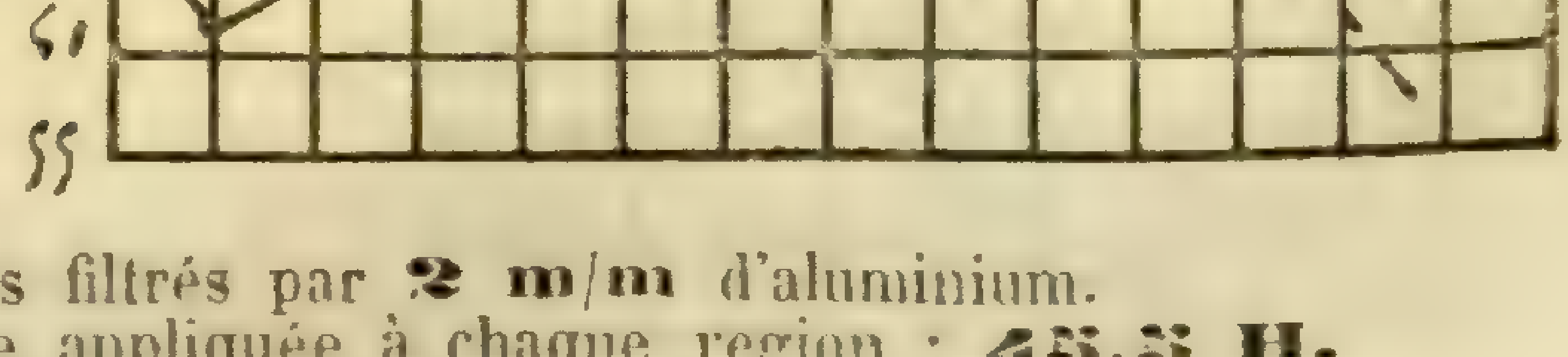
Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.
Dose moyenne administrée par région : **31.3 H.**
Résultat considéré comme guérison par le malade.

N° 21. — (M. S..., 35 ans, n° 1143 H).

Pouls



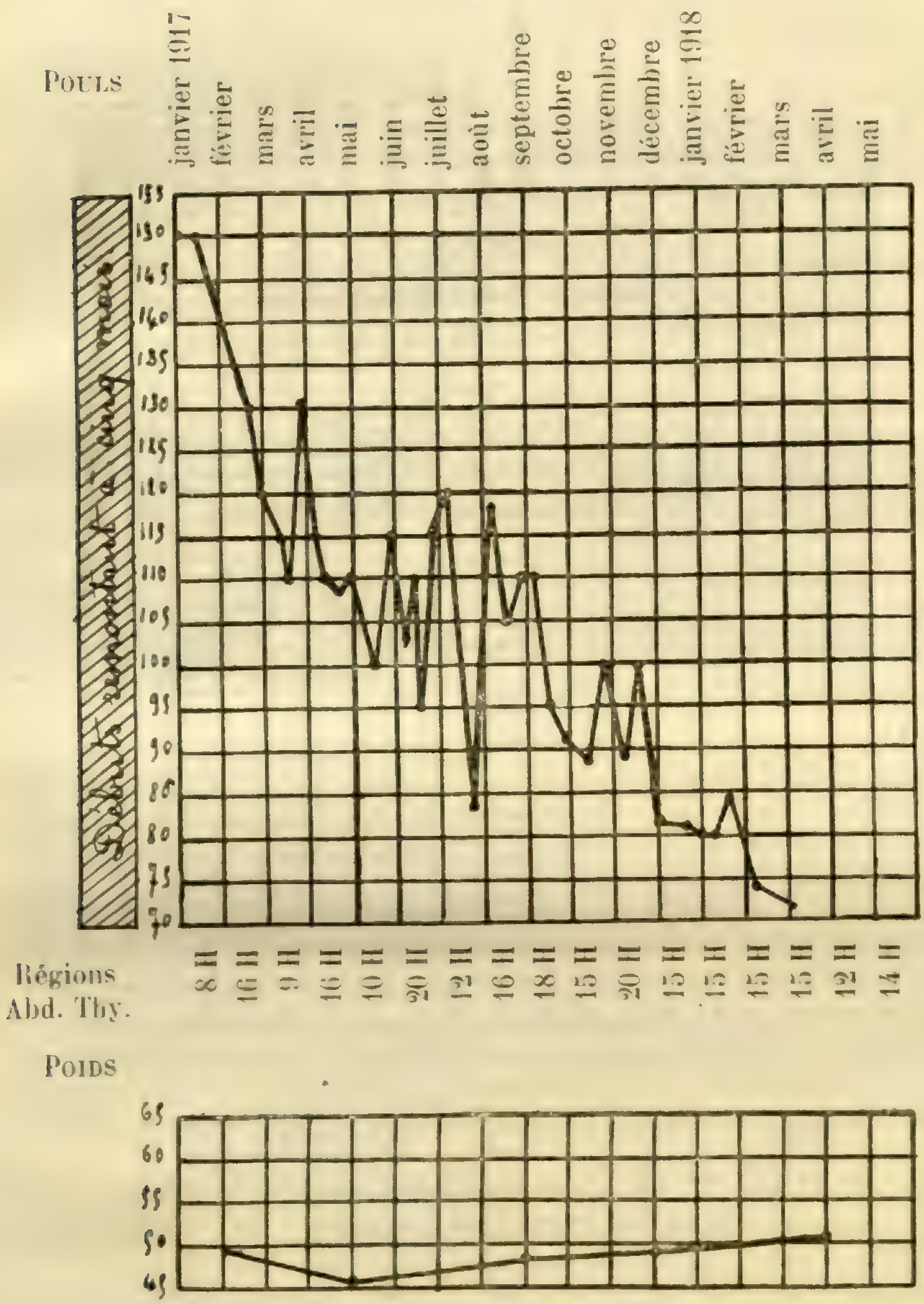
Poids



Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.
Dose moyenne appliquée à chaque region : **48.3 H.**
Il semble bien que l'ombre thymique soit visible.

Cas mauvais : organisme très intoxiqué. Après une amélioration notable au début, se produit une récidive (nov.) qui entraîne la mort cinq mois plus tard.

N° 24. — (M^{me} L... 34 ans, n° 762 p.)



Rayons filtrés par **2 m/m** d'aluminium.

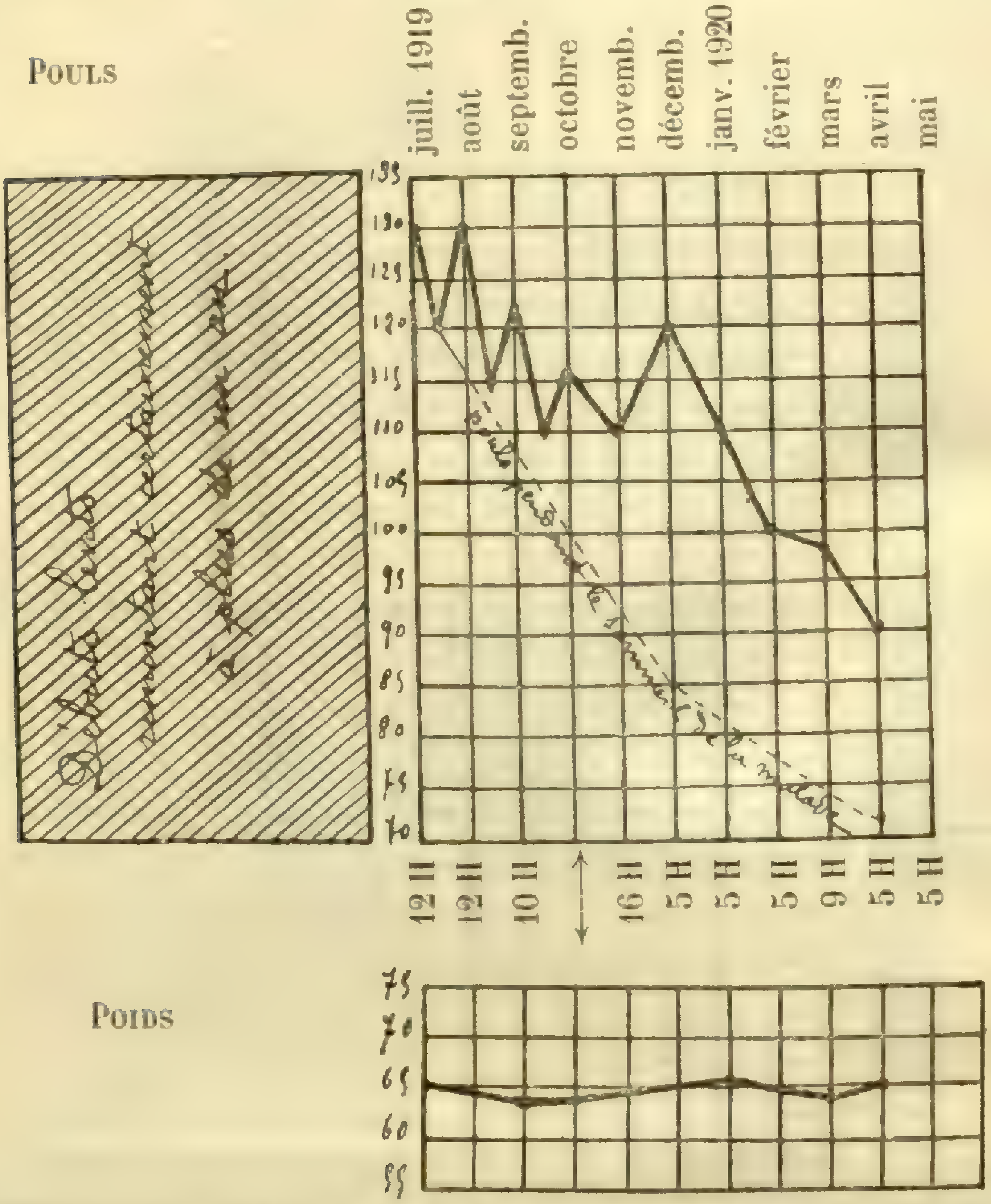
Cas avec lésion cardiaque surajoutée.

Dose moyenne administrée par région :

A : Thyroïdienne : **46,8 H.**

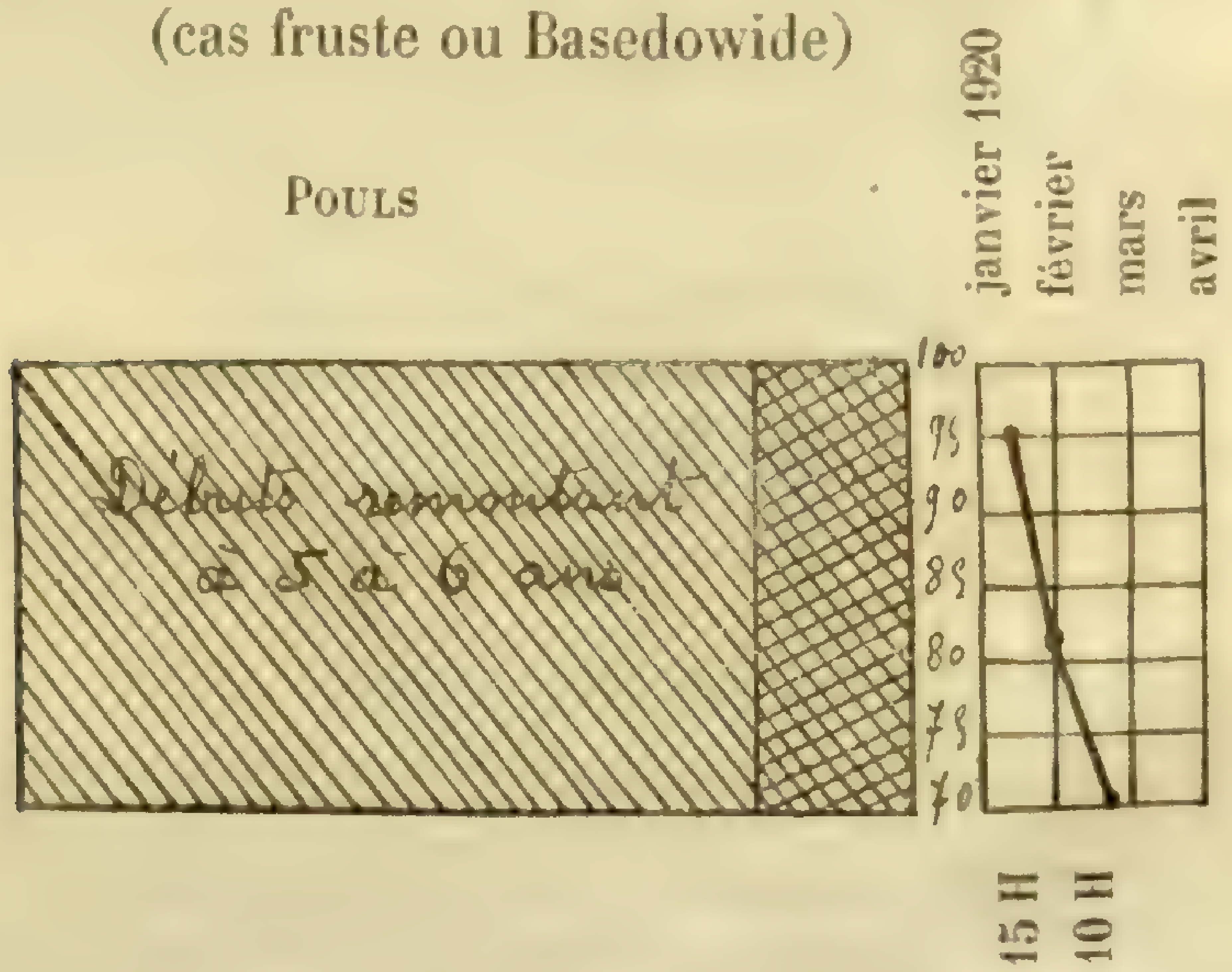
B : Abdominale : **22 H.**

N° 25. — (Mme M..., 38 ans, H. n° 1264 p.)



Rayons filtrés tout d'abord par **2 m/m** d'alum. puis par **3 m/m** (à partir de ↑).
A noter la réaction produite par une irradiation intensive en octobre.
Dose totale : 82 H. Moyenne par région : **27 H.**
Résultat considéré comme guérison par la malade.

N° 27. — (Mr V. d. G. 29 ans, H. n° 1455 p.)
(cas fruste ou Basedowide)



Rayons filtrés par **3 m/m** d'aluminium.
Résultat considéré comme guérison par le malade.
Dose totale : 25 H. Moyenne par région : **8 H.**

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

Pages
Statuts 5
Règlement arrêté par le Conseil pour l'encouragement des recherches scientifiques. 9
Lettres de S. S. le Pape Léon XIII au Président et aux membres de la Société scientifique de Bruxelles 11
Lettre de S. É. le Card. R. Merry del Val, secrétaire d'État de S. S. le Pape Pie X, au Président de la Société scientifique de Bruxelles, en réponse à l'adresse au Saint Père 15
Liste des membres de la Société scientifique de Bruxelles (année 1920) 17
Liste des membres fondateurs 17
— des membres honoraires 18
— générale 20
— géographique 48
— des membres décédés 50
— des membres inscrits dans les sections 52
Membres du Conseil (1913-1914) 58
— — (1914 1920) 59
Bureaux des sections (1914 1920) 60
Session du 1er mai 1919, à Bruxelles 61
Séances des sections : Première section 61
Deuxième section 72
Troisième section 79
Quatrième section. 81
Assemblée générale 87
Discours de Mr A. Witz 87
Rapport du Secrétaire 93
Conférence du général baron Greindl 97

Session du 27 novembre 1919, à Louvain 99

Séances des sections : Première section 99

Deuxième section 115

Troisième section 133

Quatrième section 168

Cinquième section 170

Sixième section 170

Assemblée générale 170

Discours du Président, M. A. Witz 170

Discours de Mgr Ladeuze 172

Conférence de M. Pierre Termier 174

Session des 14, 15 et 16 avril 1920, à Bruxelles 189

Séances des sections : Première section 189

Deuxième section 215

Troisième section 237

Quatrième section 264

Cinquième section 280

Sixième section 298

Assemblée générale du 14 avril 1920 306

Rapport sur la *Société bibliographique de Paris*, par M. Paul Verhaegen 306

Conférence de M. l'abbé Tillieux 312

Assemblée générale du 15 avril 1920 312

Recettes et dépenses de la Société en 1919 312

Résultats des élections : Conseil général 313

Bureaux des sections 314

Rapport du Secrétaire général 315

Conférence de M. G. Lemoine 323

Liste des ouvrages offerts à la Société scientifique de Bruxelles, du 1er mai 1914 au 1er mai 1920 323

COMMUNICATIONS DIVERSES

Sur l'amélioration de l'Escaut en aval d'Anvers et sur les théories nouvelles des fleuves à marée, par M. Mertens 61

Sur la substitution $t' = t - \frac{z}{c}$, les opérateurs différentiels de l'analyse vectorielle, et les potentiels retardés, par M. H. Janne 62

Généralisation de la règle de Sarrus au cas des déterminants à *n* dimensions, par M. Lecat 65

Sur une notion nouvelle dans la théorie des permanents et des déterminants, par le même 63

Sur un lieu en connexion avec une famille de courbes osculant les extrémales d'une intégrale, par le même 68

Sur une forme nouvelle et une généralisation du théorème de Tait, par le R. P. F. Willaert 69
Sur la Thiende de Simon Stevin, par le R. P. H. Bosmans . . . 71
Propriétés se rattachant au mode de généralisation des courbes du second ordre par faisceaux projectifs de Chasles, par M. L. Casteels . 72
Contribution à l'étude de l'azéotropisme des mélanges binaires et ternaires, dans ses relations avec divers phénomènes physiques. Premier mémoire : résultats expérimentaux, par M. M. Lecat 72
Nouvelles recherches au sujet de la fixation des mercaptans sur les hydrocarbures mono- ou polyoléfiniques, par le même . . . 72
Sur la marée électrique, par le R. P. M. Dechevrens 72
Sur le courant vertical électrique, par le même 72
Sur l'audition du bruit du canon à grande distance, par M. A. Witz . 76
Sur le nom de Gand, par M. le curé Claerhout 80
Sur la Flore du Katanga, par M. De Wildeman 80
Sur la science allemande et la classification botanique et zoologique, par M. A. Proost 80
Sur la radiothérapie des tumeurs malignes, par M. De Backer . . 83
Sur la technique de l'irradiation gynécologique du petit bassin, par le même 84
Au sujet des dangers que présentent certains modes d'administration de la narcose chloroformique, par M. Struelens 84
Sur une épidémie de grippe, par M. Maroy 86
Sur la condition aux limites, dans le cas des axes hydrauliques d'aval, par M. Mertens 99
Sur une extension d'un théorème bien connu de la géométrie du plan, par M. Casteels 99
Sur un exemplaire de la première édition de la « Rabdologie » de Neper qui a échappé à l'incendie de la Bibliothèque de l'Université de Louvain, par le R. P. Bosmans 104
Sur les derniers travaux de M. Zeuthen, relatifs aux mathématiques des Grecs, par le même 111
Sur la transformation des coordonnées équatoriales, α et δ, des étoiles de repère choisies en coordonnées rectilignes X et Y, à propos du problème de la réduction des clichés astrophotographiques, par M. L. Casteels 112
Sur la description continue des courbes du troisième ordre ; expressions analytiques, sous forme d'identités, du mode de génération linéaire de Grassmann, par le même 115
Aperçu sur la chimie de guerre de 1914-1918, par M. G. Lemoine . . 115
Thermodynamique. Propriétés générales des fluides, par M. E. Ariès . 120
Sur l'action chimique de l'effluve électrique et la loi de Faraday, par M. de Hemptinne. 120
Sur le grossissement des lunettes, par M. Alliaume 120
Sur la mesure des grandes résistances électrolytiques par la méthode d'amortissement, par M. l'abbé De Smedt 125

Sur l'influence d'une capacité dans la méthode du décrément, par M. le chanoine De Muynck 128
Sur les zones de silence, par le R. P. Schaffers 130
Sur la présence du niveau à *Productus (Daviesiella) Llangollensis* dans le calcaire carbonifère de la Belgique, par M. l'abbé G. Delépine 133
Sur le nom de la commune de Welden, par M. le curé Claerhout 140
Sur la station néolithique de Caster, par le même 144
Sur un genre nouveau de *Tétracoralliaires (Dorlodotia)* et sur la valeur stratigraphique du *Lithostrotion*, par M. l'abbé Salée 145
Sur l'extinction onduleuse de certains cristaux de calcite, par M. Kaisin 154
Sur quelques calcaires du Dinantien de Belgique, par le même 154
Sur une station néolithique des bords de la Lys, à Tronchiennes, par le R. P. P. Charles 154
Sur les fouilles néo- et paléolithiques faites à Huccorgne, par le même. 155
Observations paléobotaniques sur quelques gisements carbonifères de l'Ouest de la France, par M. l'abbé A. Carpentier 155
Sur la métallurgie au lac Léopold II et la Lukénie, par M. Maes 159
Sur des chironomides nouveaux ou peu connus de la région paléarctique, par M. l'abbé J. J. Kieffer 159
Tableau synoptique des Chironomides paléarctiques appartenant aux genres *Polypedilum* et *Limnochironomus*, par le même 159
Sur ma vie d'ouvrier en Angleterre pendant deux ans et demi, par M. J. Cuylits 170
Sur un essai d'organisation scientifique du travail agricole, par M. M. Demanet 170
Sur les termes du troisième ordre de la réfraction astronomique, par M. Alliaume. 189
De la détermination des erreurs des cercles gradués, par M. Goedseels. 194
Sur la suppression de la trigonométrie comme science séparée, par le même 194
Nouvelle édition des œuvres de Torricelli par Gino Loria et Giuseppe Vassura, par le R. P. Bosmans 194
Sur un problème posé par Cayley, par M. Lecat 197
Trois notes de géométrie, par M. Neuberg 203
Sur une identité cubique relative à deux homographies vectorielles, par M. E. Wasteels 207
Sur une nouvelle démonstration de la loi de Biot et Savart de l'Électromagnétisme, par M. Janne 214
Sur les déterminants d'éléments x et 1, par M. Lecat 215
Sur la psychologie du mathématicien, par le même 215
Sur le terme, dit de correction, dans l'emploi des instruments de mesure et en particulier des chronomètres, par M. Goedseels. 215
Sur la fixation de mercaptans à des hydrocarbures mono- ou dioléfiniques, par M. Lecat 216
Sur le mouvement local, par M. l'abbé J. Lemaire 221

Sur les conditions météorologiques dans lesquelles le bruit du canon s'entendait le mieux à Uccle (Bruxelles) au cours de la guerre, par M. P. Vanderlinden 221
La notion mathématique de l'indicatrice illustrée par les franges de lames minces, par M. E. Charron 224
Note préliminaire sur le bouillant de Franklin et le principe de la paroi froide, par le R. P. Schaffers 224
Un nouveau dispositif d'analyse électrolytique rapide, par M. Goubau . 228
Sur la qualité optique dite fidélité d'aspect des images, par M. Alliaume 232
Sur une dolomie du Westphalien supérieur du bassin de Charleroi, par M. A. Renier 237
Sur la station néolithique d'Ingoyghem, par M. le curé Claerhout . . 239
Sur l'âge des calcaires waulsortiens de la vallée de la Molignée, par M. l'abbé F Demanet 242
Sur la métallurgie chez les populations du lac Léopold II, par M. Maes . 229
Sur les Bambous en Afrique, par M. De Wildeman 249
Sur la distribution des Bambous sur le continent africain, par le même. 249
Sur la sidération, par M. A. Proost. 256
Découverte d'échantillons fossiles d'omphalophloios anglicus Sternberg sp., par M. A. Renier 257
Le traitement du goitre exophtalmique, par M. Boine 264
Tuberculose et puerpéralité, par M. Schockaert 264
Sur une méthode rationnelle d'évaluation du régime alimentaire normal de la première enfance, par M. Van Ysendyck 276
Recherches sur les conditions de la robusticité constitutionnelle et étude de la méthode de Pignet, utilisée en partie ou en totalité, dans certains pays, pour le recrutement de l'armée, par M. Vervaeck . . 276
L'emploi thérapeutique du Radium et l'électro-coagulation, par M. Matagne 277
Sur le rôle de l'étalon monétaire dans le chaos économique actuel, par M. M. Hauptmann 280
Sur le problème de l'autostabilisation des projectiles, par le R. P. Willaert 298
Sur le canal Escaut-Rhin, par M. Mennes 306
Rapport de M. G. de Grandmaison sur les travaux de la *Société bibliographique* 306

CONFÉRENCES

Le développement des spécialités à l'armée de campagne, par M. le général Baron Greindl 97
Les grandes énigmes de la géologie, par M. Pierre Termier . . . 174
Les idées modernes sur la constitution de la matière, par M. l'abbé Tillieux. 312
Les applications récentes des sciences expérimentales à l'art militaire par M. G. Lemoine 323

QUESTIONS DE CONCOURS

Première section 189
Deuxième — 215
Troisième — 249
Quatrième — 276

AUTEURS

Alliaume, 120, 189, 232. — Ariès, 120, 215. — Boine, 264. — Bosmans, 71, 104, 111, 194. — Carpentier, 155. — Casteels, 72, 99, 112, 115, 203. — Charles P., 154, 155. — Charron E., 224. — Claerhout, 80, 140, 144, 239. - Cuylits, 170. — De Backer, 83, 84. — Daels, 81. — Dechevrens, 72. — Delépine, 133 — Demanet F., 242. — Demanet M , 170 — De Muynck, 128. — De Smedt, 125. — De Wildeman, 80, 249. — Goedseels, 194, 215. — Goubau, 228. - de Grandmaison, 306. — Hauptmann M., 280. — de Hemptinne, 120. — Janne H., 62, 214. — Kaisin, 154. - Kieffer, 159, 239. — Lecat M., 65, 68, 72, 111, 197, 215, 216. — Lemaire J., 221. - Lemoine, 115. — Maes, 159, 249. — Mennes, 305. — Merten, 61, 99. — Navas, 249. — Neuberg, 71, 203. — Proost A., 80, 256. — Renier A., 237, 257. — Salée, 145. - Schaffers, 130, 224. — Schockaert, 264. — Struelens, 84. — Vanderlinden E., 221. — Van Ysendyck, 276. - Vervaeck, 276. Wasteels, 207. — Willaert, 69, 298. — Witz A., 76.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

PAGES

Sur un polyèdre à quatorze faces, par J. Neuberg 1
Sur une généralisation des déterminants, qui permet la multiplication par files, même quand les classes des facteurs sont impaires, par M. Lecat 10
La technique de l'irradiation gynécologique du petit bassin, par P. De Backer. 21
Sur des Névroptères nouveaux ou critiques, par le R. P. L. Navas, S. J. 27
Sur les déterminants généraux ou fonctions analogues à premiers mineurs nuls, par M. Lecat 39
Thermodynamique. Propriétés générales des fluides, par E. Ariès. . 68
Notes sur la Flore du Katanga, par É. De Wildeman 127
Note sur ma vie d'ouvrier en Angleterre, par J. Cuylits 173
Névroptères nouveaux ou critiques, par le R. P. L. Navas, S. J. . . 189
Essai pour l'établissement du régime normal de l'enfant en bas âge, par Van Ysendyck 204
Contribution à l'étude du goitre exophtalmique, par J. Boine. . . 227

AUTEURS

Ariès E., 68 — Boine J., 227. — Cuylits J , 173. — De Packer, 21. — De Wildeman, 127. — Lecat, 10, 39. — Navas, 27, 189. — Neuberg, 1. — Van Ysendyck, 204.

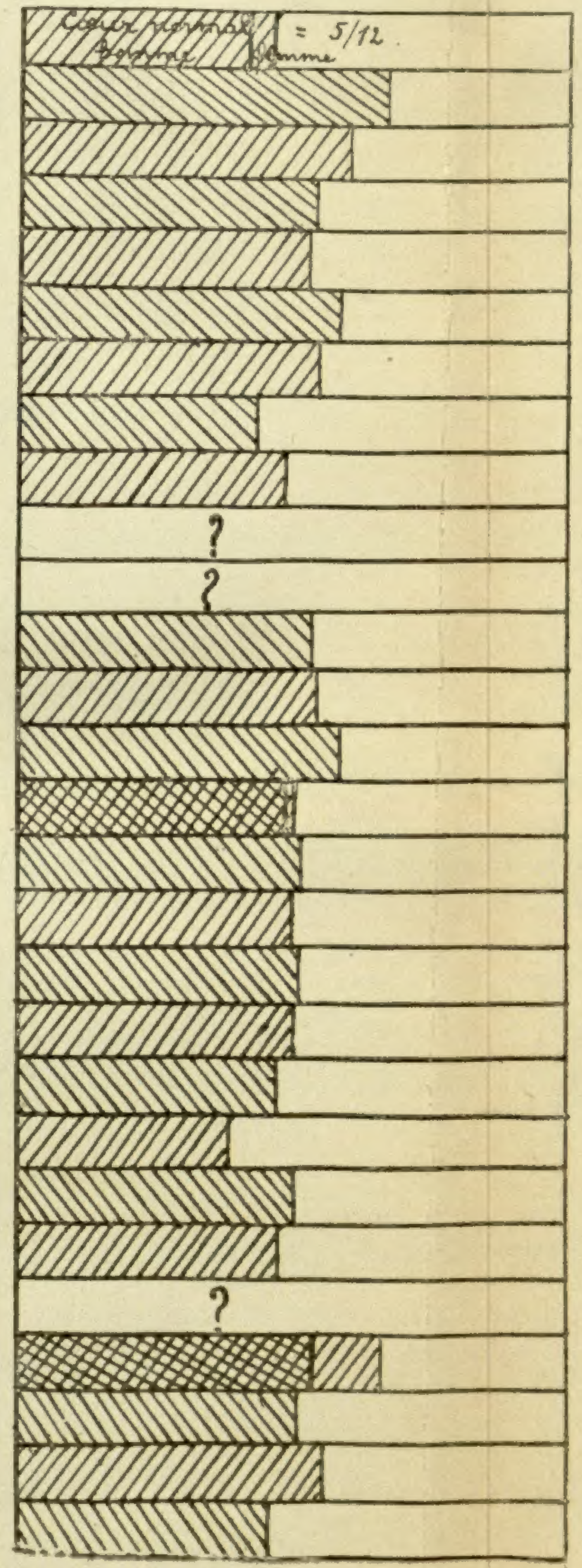
DATES DE PUBLICATION

1er fascicule. pages **1-98**, 1-26, novembre 1919.
2e fascicule, pages **99-174**, 27-37, janvier 1920.
3e fascicule, pages 39-147, avril 1920.
4e fascicule, pages **189-338**, 189-311, juin 1920

ERRATUM

La pagination du 4me fascicule devrait commencer à **178** au lieu de **189.**

TABLEAU SYNOPTIQUE DES CAS CITÉS DANS CE TRAVAIL



DÉSIGNATION DU MALADE	SEXE	AGE	DÉBUTS REMONTANT À	ÉTAT DU MALADE AVANT LE TRAITEMENT												COMPOSITION DU SANG						DÉBUTS		DEGRÉ DE DILATATION DU CŒUR AVANT ET APRÈS LE TRAITEMENT — ← *Largeur totale du thorax* →	TRAITEMENT					ÉTAT DU MALADE APRÈS LE TRAITEMENT											COMPOSITION DU SANG						*Résultat considéré comme guérison par le malade*
				Tachycardie	Goitre	Exophtalmie	Poids	Travail	Tremblements	Transpirations	Insomnies	Diarrhée	Vomissements	Rhumatismes	Thymus	Neutrophiles	Lymphocytes	Eosinophiles	Basophiles	Monocytes	Cellules plasm.	Brusque	Lent		Filtre utilisé	Dose totale appliquée sous le filtre	Dose moyenne appl. par région (sous le filtre)	Durée du traitement	Accidents	Tachycardie	Goitre	Exophtalmie	Poids	Travail	Tremblements	Transpirations	Insomnies	Diarrhée	Vomissements	Rhumatismes	Neutrophiles	Lymphocytes	Eosinophiles	Basophiles	Monocytes	Cellules plasm.	
Sujet normal				72												71	23	2 à 3	1/2	3 à 4																											
No 1. W. — 292 p.	F	36	5 mois	150	+ 0,30 m.	+	52 k.	0	+	+	+	0	0	+	?								+		3 mm.	78 H	29 H	av. récidiv 13 mois sinon 20 m.	+ érythème	85	± 0,28	moindre	55 k.	+	0	±	0	0	0	+							+
No 2. V. B. — 362 p.	F	40	8-9 m.	112	+ 0,37	+	58,400	+	+	+	0	0	0										+		1 mm.			1 mois	0																		
No 3. S. — 399 p.	F	47	18 m.	150	+	+	49 k.	0	+	+	+	+	+	+	?								+		1 et 3 mm.	70 H	23,5 H	7 mois	0	110	+	diminuée	54	0	+	+	±	0	0	++							
No 4. Sc. — 345 p.	F	57	8 m.	120	+	+	45 »	±	+	+	±	0	0	0	+								+		1 et 3 mm.	70 H	23 H	5 mois	0	79	±	±	52	+	0	0	0	0	0	0							+
No 5. D.W. — 462 p.	F	33	18 m.	140	+ 0,35	+	45 »	0	+	+	+	±	0	0	?							+			3 mm.	78 H	26 H	5 mois	0	125	±	—	55	+	±	±	0	0	0	+							+
No 6. D.N. — 565 H.	F	32	18 m.	110	+	+	37,4	0	+	+	+	+	+	0	+							+			3 mm.	51 H	17 H	4 mois	0	78	±	—	53	+	0	0	0	0	0	0							
No 7. T. — 442 p.	H	30	24 m	95	±	±	68 »	+	±	0	0	0	0	0	0								+		3 mm.	93 H	31 H	15 mois	0	100	±	±	71	+	0	0	0	0	0	0							+
No 8. M. — 544 p.	F	42	4 m.	130	+ 0,35	+	78,5	0	+	+	0	0	0	±	+								+		3 mm.	18 H	6 H	1 mois	0	110			83,5	+	±	0	0	0	0	±	55 1/3	36	2 2/3	0	4 2/3	1	+
No 9. D.M. — 420 H.	F	35		150	+	+		±	+	+	0	0	0	0									+	?																							
No 10. L. — 557 p.	F	37	24 m.	110	0	0	52 »	+	±	+	+	+	±	0	0							+		?	3 et 2 mm.	213 H	71 H	24 mois	0	90	±	±															
No 11. D.H. — 710 H.	F	42	3 m.	160	+	+	48 »	0	+	+	±	0	0	0	0	70	20,5	5	0,5	2,5	0,5	+			3-2 mm.	154 H	51,3 H	14 mois	0	90	±	0	64								55	29	5 2/3	2 2/3	6 2/3		+
No 12. L. — 730 H.	F	19	6 m.	120	+	+	52,5	±	+	+	+	0	0	0	0	63 1/3	27 2/3	7	1/3	6,5			+		3 mm.	25 H	8 H	2 mois	0	100	±	0	58	+	0	0	0	0	0	0	69	23 1/3	3 2/3	2	1 1/3		+
No 13. R. — 596 p.	F	47	36 m.	110	±	0	53,5	±	+	+	+	0	0	0	?	60	26 1/3	3 2/3	0	9	2/3		+																								
No 14. R. — 866 H.	F	19	7 m.	133	+ 0,36,5	+	59	0	+	+	+	+	0	0	+	62 1/3	27	5	2/3	5			+		2 mm.	122 H	Ster. 77,5 Th. 22,5	15 mois	0	95	± 0,34	±	66	+	0	0	0	0	0	0	53 2/3	30	10 1/3	1	5		+
No 15. C. — 907 H.	F	24	24 m	110	+	0		+	0	0	0	0	0	0									+		2 mm.	25 H	8 H	3 mois	0	85	+	0		+	0	0	0	0	0	0							
No 16. D. — 921 H.	F	19	3 m.	110	+ 0,35	+	52	+	+	0	+	0	0	0	0	69 2/3	22 1/3	6 2/3	1 1/3	0			+		2 mm.	100 H	Stern. 20 Th. 40	9 mois	0	120	+	+		+	+	0	+	0	0	0							
No 17. K. — 1032 H.	F	20	18 m.	90	+ 0,40,5	+		+	0	0	0	0	0	0		68	27 1/3	1 2/3	1	2			+		2 mm.	64 H	Th. 32 H	7 mois	0	110	± 0,39	+															
No 18. F.E. — 1033 H.	H	46	10 ans ?	120	+ à Dr.	±		±	±	±	0	0	0	0	?	47 1/3	31 2/3	4	4	12	1		+		2 mm.	42 H	14 H	4 mois	0	95				+	±	0	0										
No 19. B. — 1133 H.	H	30	4 m.	105	+ 0,38	+	55	±	+	+	0	0	0	0	0								+		2 mm.	94 H	31,5 H	10 mois	0	80	—	—	60	+	0	0	0	0	0	0							+
No 20. K. — 655 p.	F	19	des années	76	+ à Dr.	0	63	+	0	0	0	0	0	0	0								+		2 mm.	16 H	5 H	1 mois	0	76																	
No 21. S. — 1143 H.	H	35	24 m.	85	+ 0,36,5	+	61	0	+	+	+	±	+	0	+	43	39	8	5	7			+		2 mm.	135 H	45,5 H	11 mois	0	70 puis 100	+ 0,38	+	64	+ puis 0	+	+	+	0	0	0	57 1/3	23	10	4 1/3	5 1/3		
No 22. D.J. — 654 p.	F	30	15 m.	115	+ 0,36	+	56,9	±	+	+	0	0	0	0	?	52 2/3	28	9 1/3	1	8			+		2 mm.	24 H	8 H	3 mois	0	98				+	±	±	0	0	0								
No 23. D.L. — 728 p.	F	31	des années	110	+	±	55,5	0	+	+	±	0	0	0	0								+	?	2 mm.	25 H	8 H	1/2 mois	0	120				0	+	+	+										
No 24. L. — 762 p.	F	34	5 m.	150	+ 0,34	+	48,5	0	+	+	+	+	0	0	?	53 1/3	34 2/3	4 2/3	3 2/3	3 1/3			+		2 mm.	139 H	Th 46,5 abdm 22	12 mois	0	72	± 0,325	±	51	+	±	±	0	0	0	±							+
No 25. Ma. — 1264 p.	F	38	+ de 1 an	130	0	+	65	0	+	+	0	0	0	0	?								+		3 mm.	82 H	27 H	9 mois	0	90		±	66	+	0	0	0	0	0	0							+
No 26. J.P. — 1262 p.	F	37	+ de 1 an		+ 0,36		55	0	+	+	0	0	0	0	+								+		3 mm.		15 H	1 mois	0																		
No 27. v.d.G. — 1455 p.	H	29	des années	95	0	±		±	0	+	+	0	0	0	?	52 1/3	34 1/3	7 2/3	1 2/3	4			+		3 mm.	25 H	8 H	1 mois	0	70				+	0	0	0	0	0	0							+